Учебники

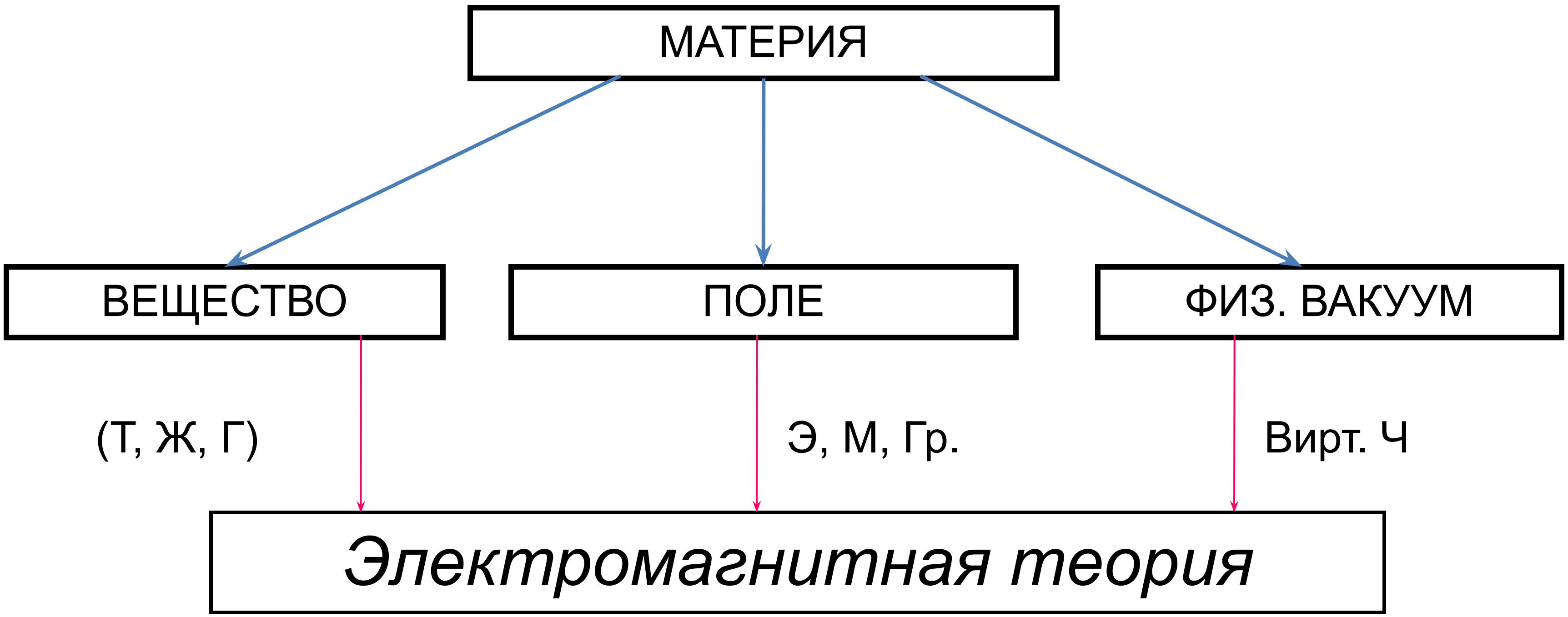
- 1. Мартинсон Л.К., Морозов А.Н., Смирнов Е.В. Электромагнитное поле. 2013 и др.
- 2. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы. 2003 идр.
- Савельев И.В. Курс общей физики. Электричество и магнетизм. 2004 и др.

Доп. материалы на персональной страничке www.bmstu.ru/ps/~chuev

Презентации лекций: http://hoster.bmstu.ru/ Зарегистрироваться или войти гостем Кодовое слово: *не требуется. Далее Новые курсы. Электромагнетизм и оптика – 2020-2021.*

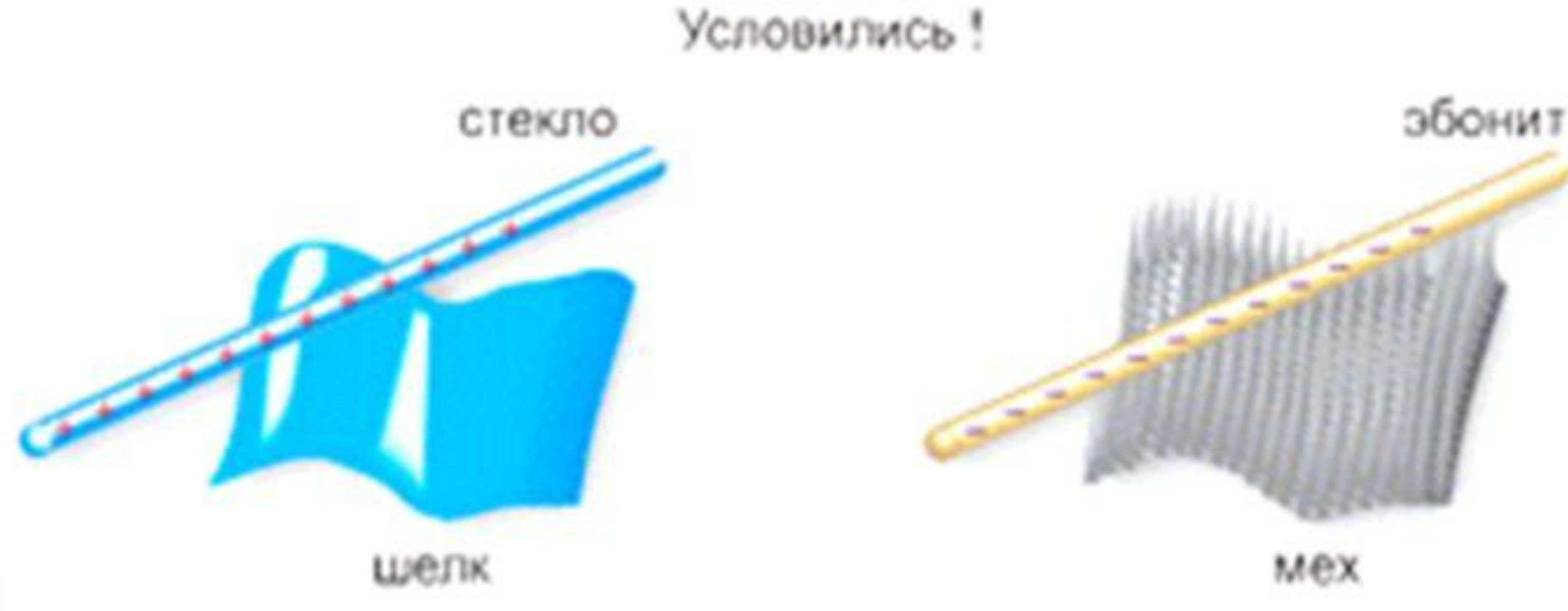
Лекция 1. **Электрическое поле системы неподвижных зарядов в вакууме. Теорема Гаусса для электростатического поля**

1. Электрический заряд. Закон Кулона.
2. Напряженность электростатического поля. Силовые линии.
3. Принцип суперпозиции и его применение к расчету поля системы неподвижных зарядов.
4. Поток вектора напряженности электрического поля.
5. Теорема Гаусса в интегральной и дифференциальной формах в вакууме и ее применение для расчета электрических полей.



Что такое электрический заряд???

два вида зарядов



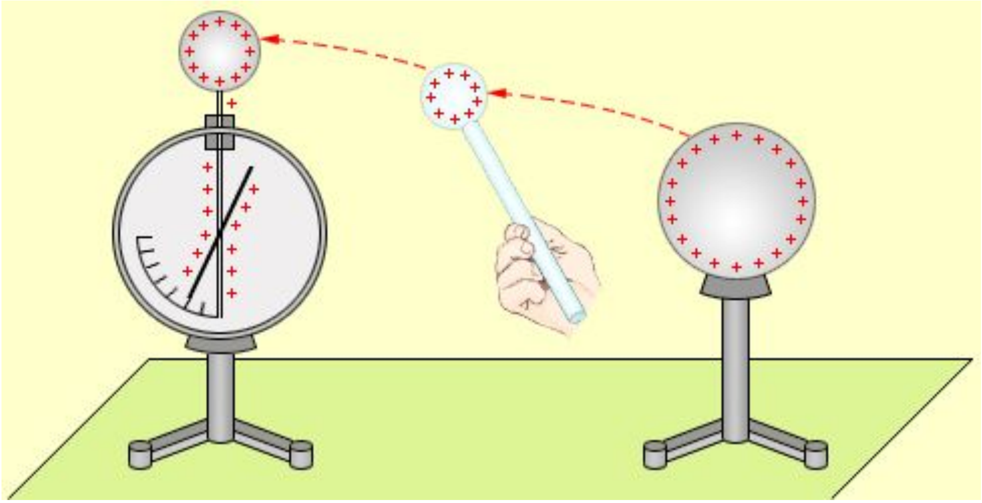
положительный отрицательный

Проявления электрических зарядов

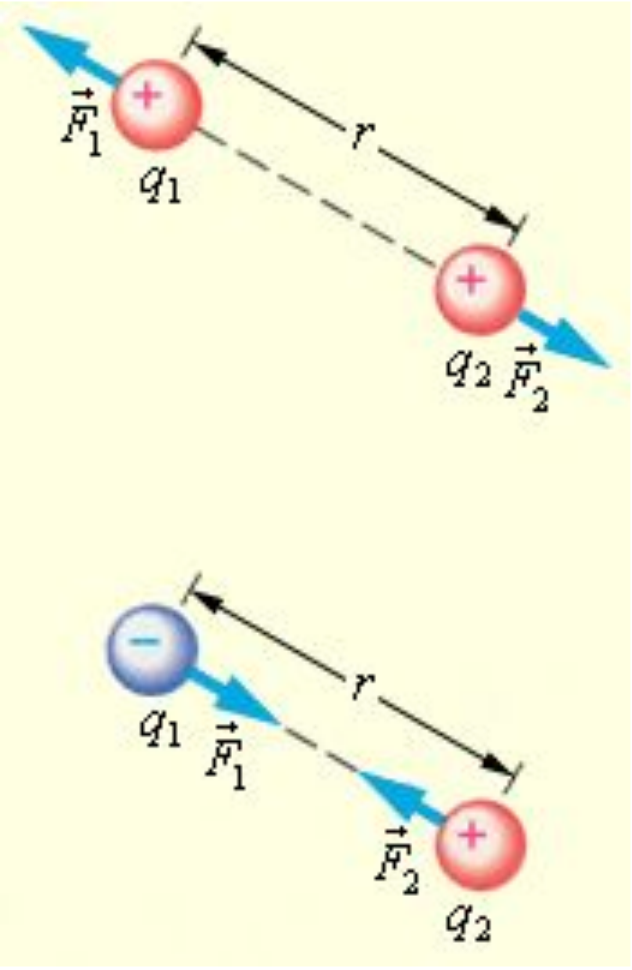
- Электризация при трении.
- Электро – янтарь.
- Молния.

$$[Q] = \text{Кл}$$

$$\dim Q = IT$$

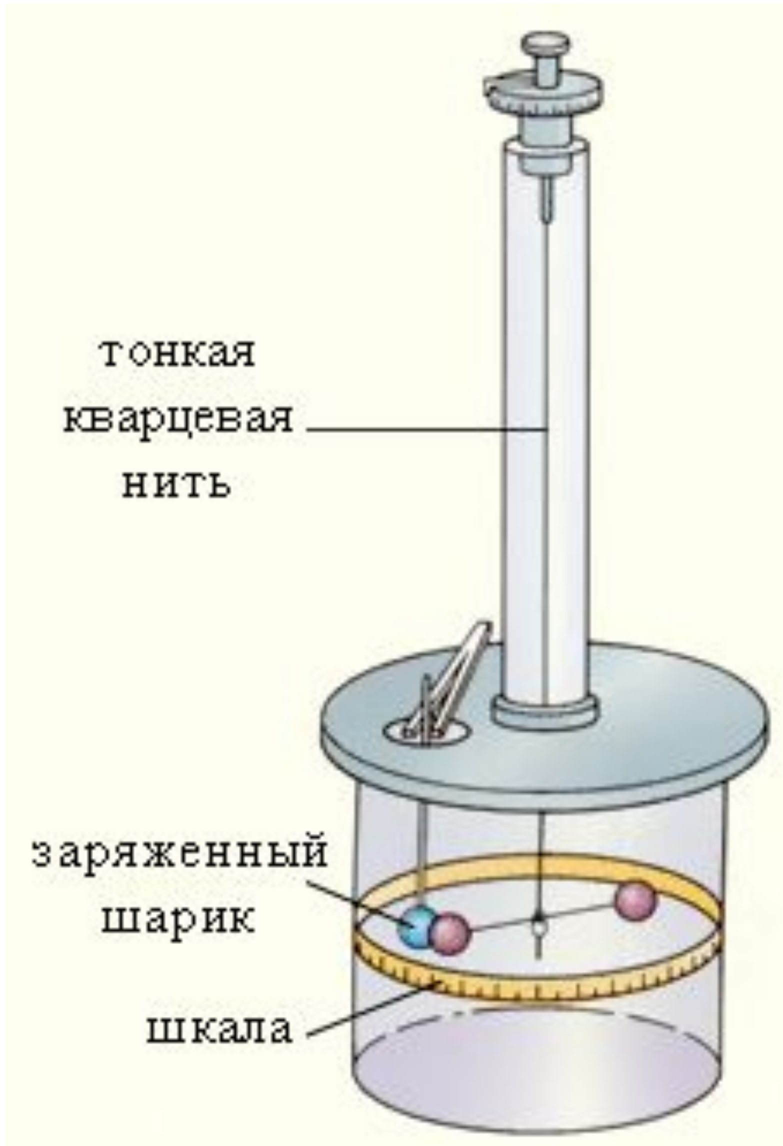


Силовое взаимодействие заряженных тел



$$\vec{F}_2 = k_0 \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} = -\vec{F}_1$$

Прибор Кулона



Закон Кулона

$$F = k_o \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

$$\boxed{\vec{F}_2 = k_0 \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} = -\vec{F}_1}$$

В СИ: $\boxed{k_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}}$ $\boxed{\neq \text{с}^2}$

- *Электрические заряды не существуют сами по себе, а являются внутренними свойствами элементарных частиц – электронов, протонов и др.*
- Опытным путем в 1914 г. американский физик Р. Милликен показал что ***электрический заряд дискретен***.
- Заряд *q* любого тела составляет целое кратное от ***элементарного электрического заряда*** :

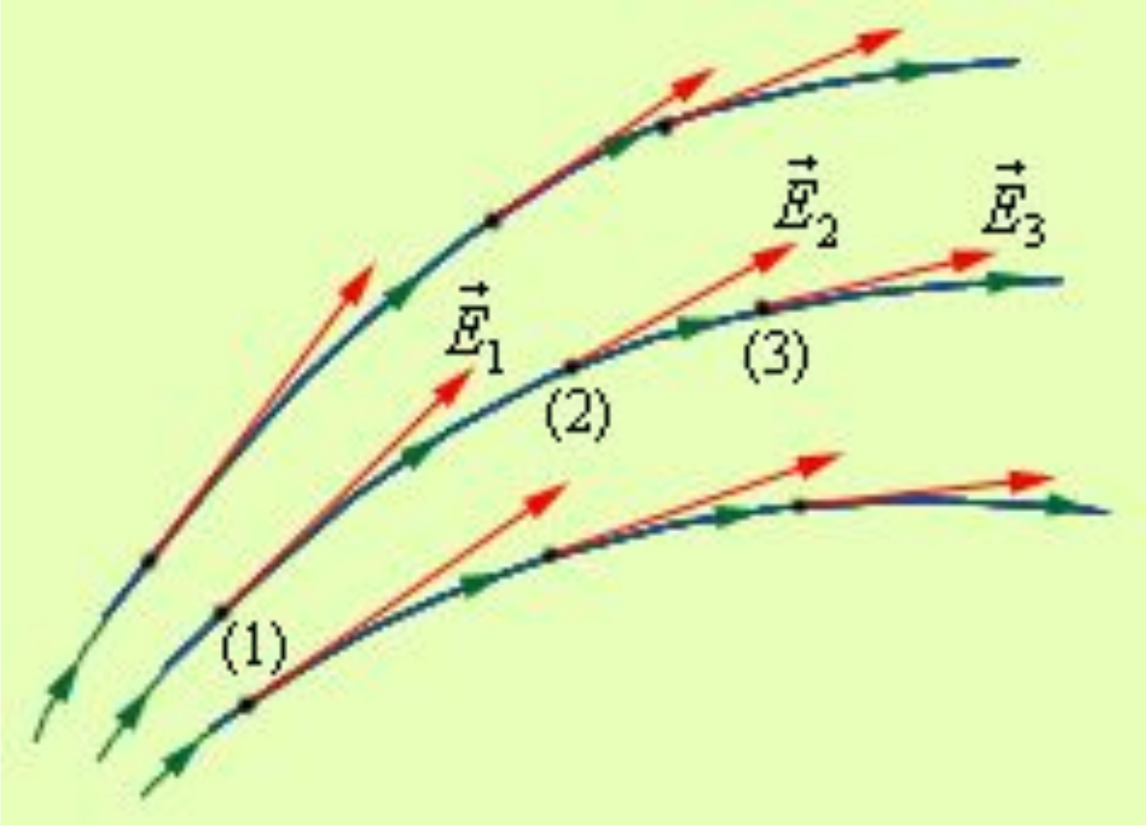
$$q = \pm ne$$

$$\boxed{e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл}}$$

Определения ***плотностей заряда*****:**

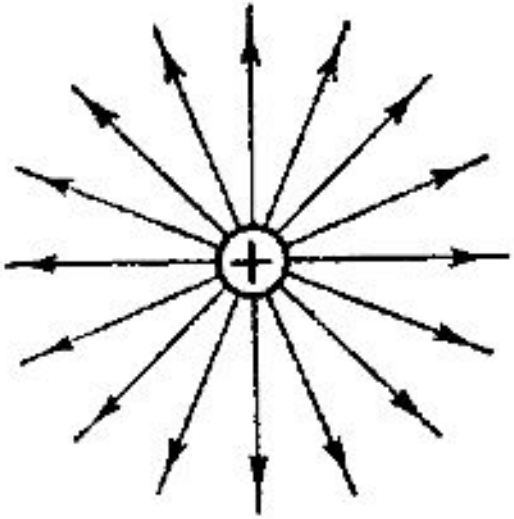
- $\lambda = dq / dl$ – линейная плотность заряда, измеряется в Кл/м;
- $\sigma = dq / dS$ - поверхностная плотность заряда измеряется в Кл/м^2;
- $\rho = dq / dV$ – объемная плотность заряда, измеряется в Кл/м^3.

Электростатическое поле (напряженность)

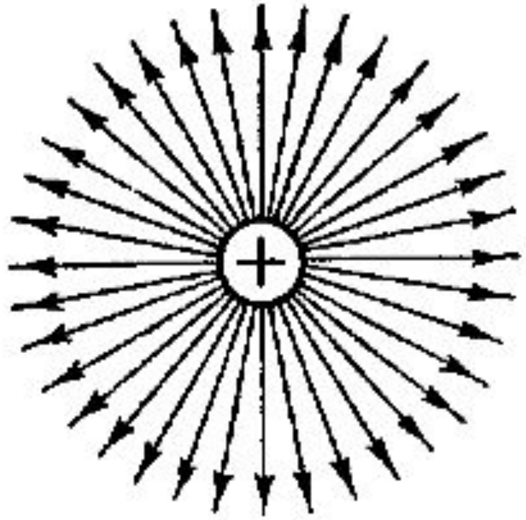


$$\boxed{\vec{F} = q_i \vec{E}}$$

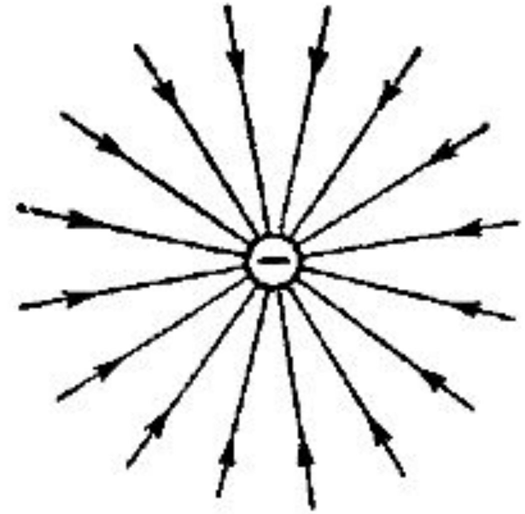
$$\boxed{\vec{F} = k_0 \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}}$$



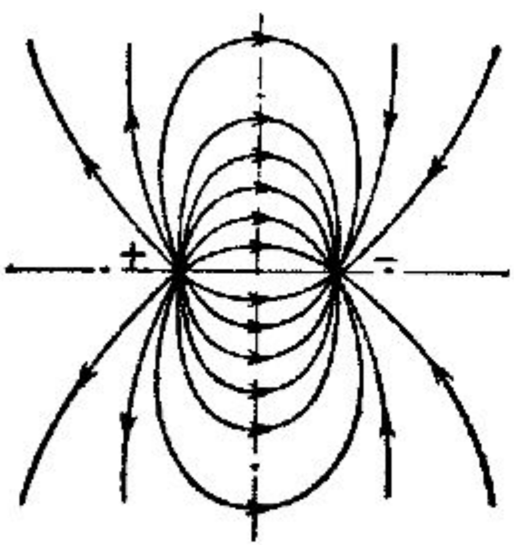
а)

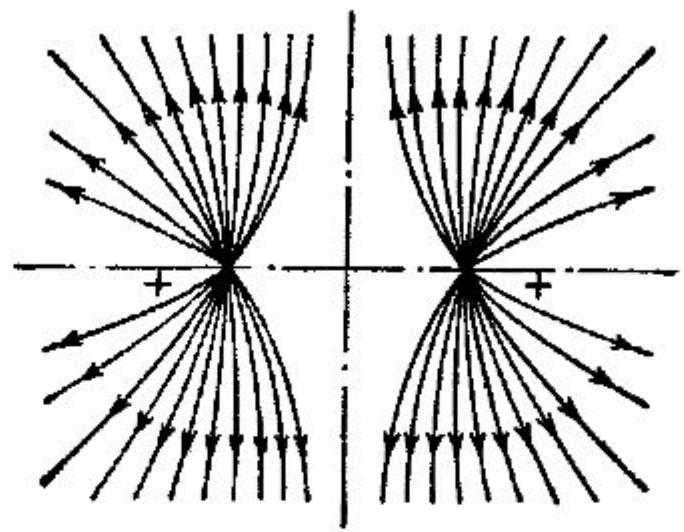


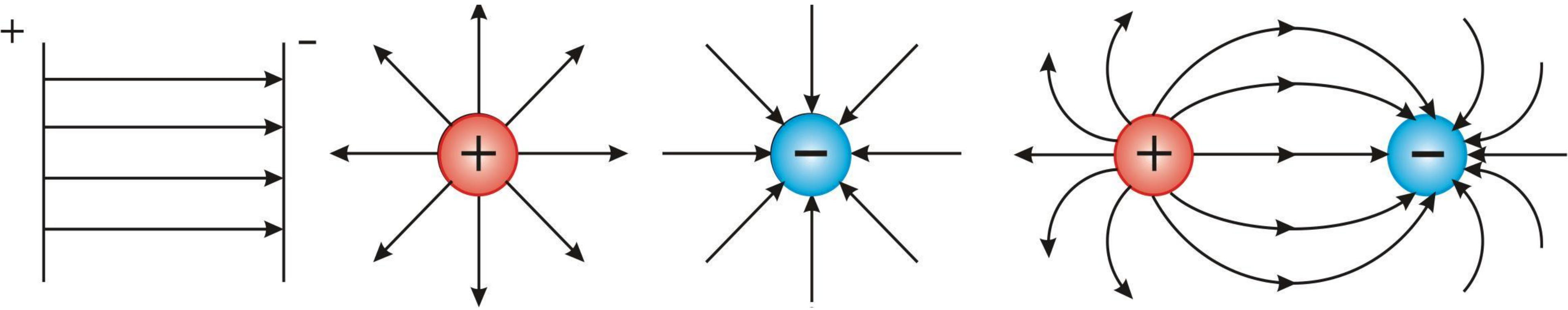
б)



в)







Силовая характеристика электростатического поля - напряженность

Определение **E** со стороны пробного заряда:
это отношение силы к величине пробного заряда

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{Пр}}}$$

Определение E со стороны заряда, создающего поле

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0}{r^2}\vec{e}_r}$$

Иная форма записи : $\boxed{\vec{E} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\dfrac{\vec{r}}{r}}$

здесь *r* – расстояние от заряда *q* до точки, где мы воспринимаем это поле.

В скалярном виде: $\boxed{E = \dfrac{F}{q'} = \dfrac{q_0}{\varepsilon_0 4\pi r^2}}$

$$\boxed{F \cdot 4\pi r^2 = \frac{q_0 q'}{\varepsilon_0} = \Pi = const}$$

Энергетическая характеристика электростатического поля – электрический потенциал (скалярный)

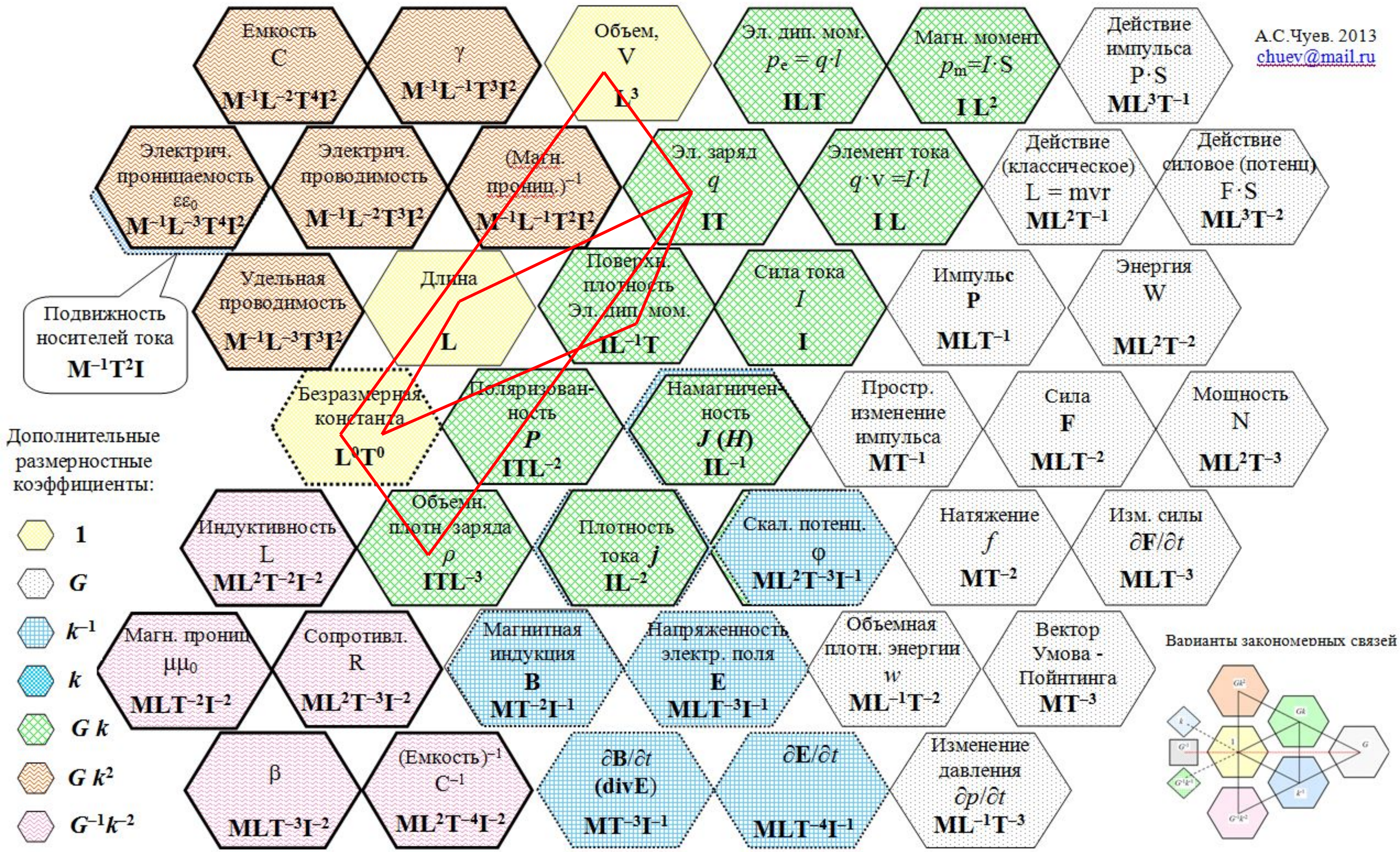
Определение потенциала со стороны пробного заряда: это отношение энергии к величине пробного заряда

$$\boxed{\varphi = \frac{W}{q_{\text{Пр}}}}$$

Определение потенциала со стороны заряда, создающего поле

$$\boxed{\varphi = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{q_0}{4\pi r}}$$

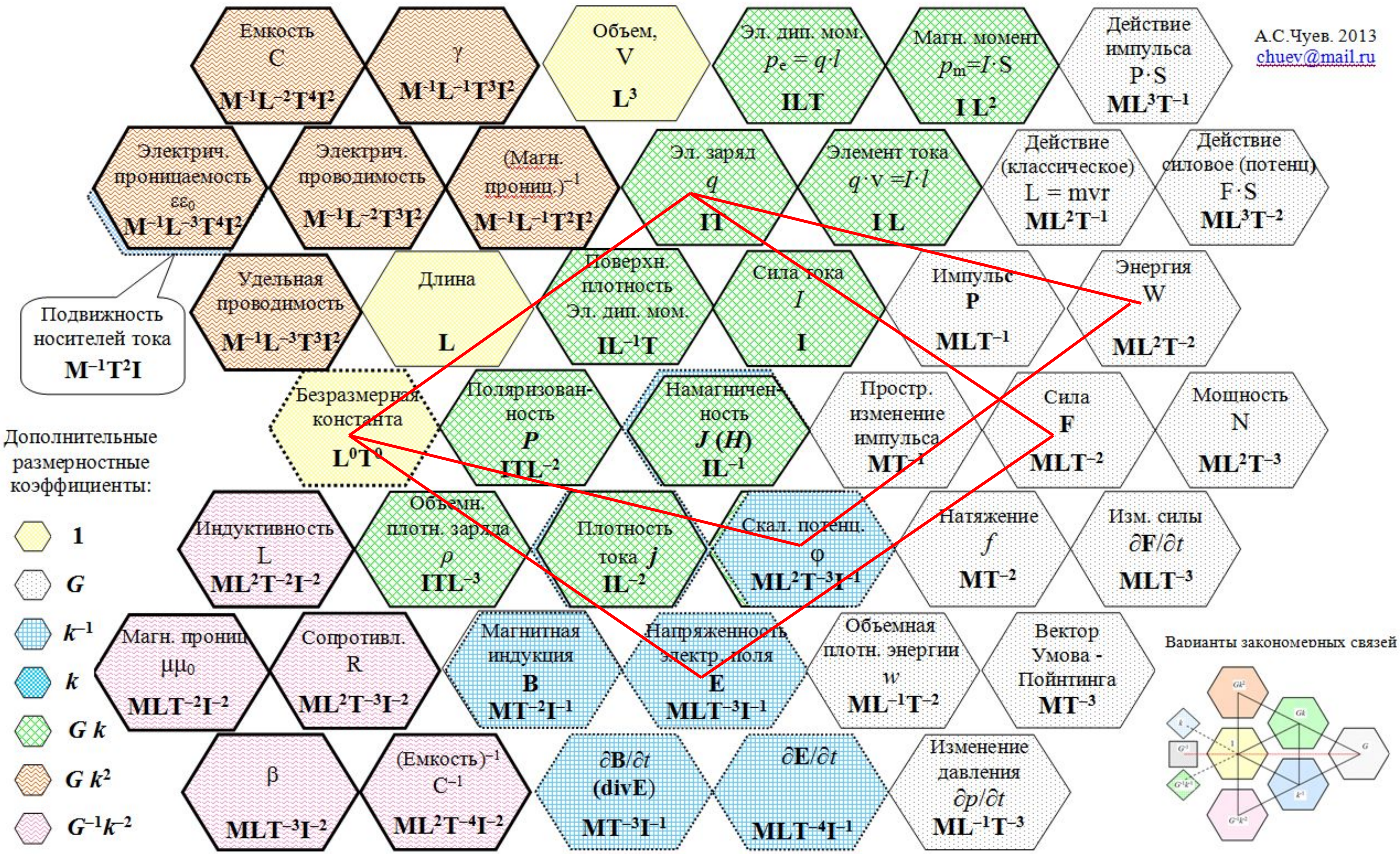
Система электромагнитных величин и их взаимосвязей



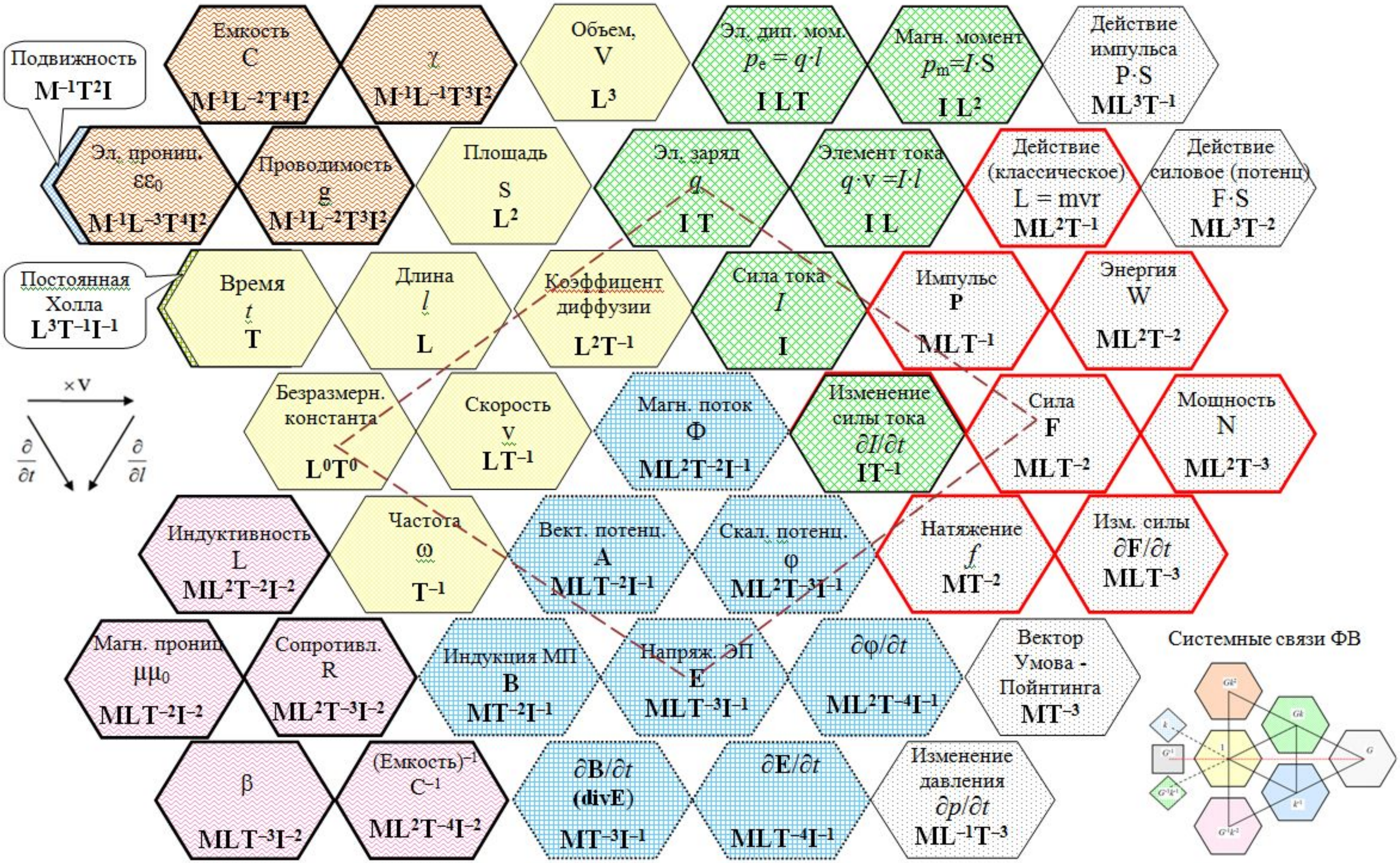
$$\rho = q / V$$

$$\lambda = dq / dl$$

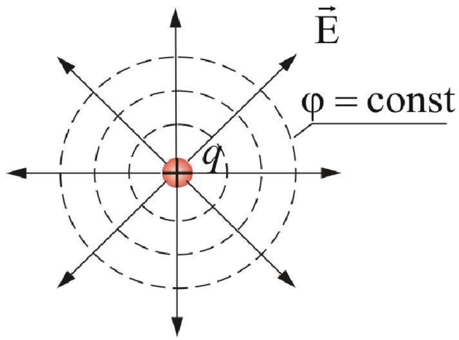
Система электромагнитных величин и их взаимосвязей

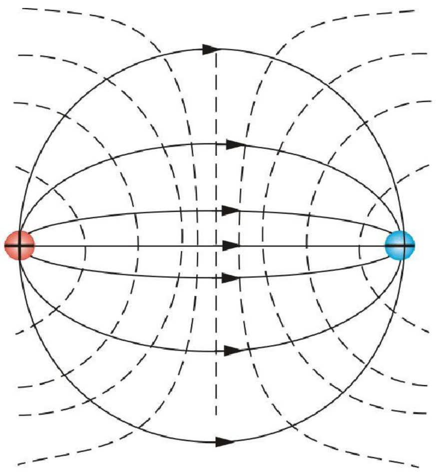


СИСТЕМА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН И ИХ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ

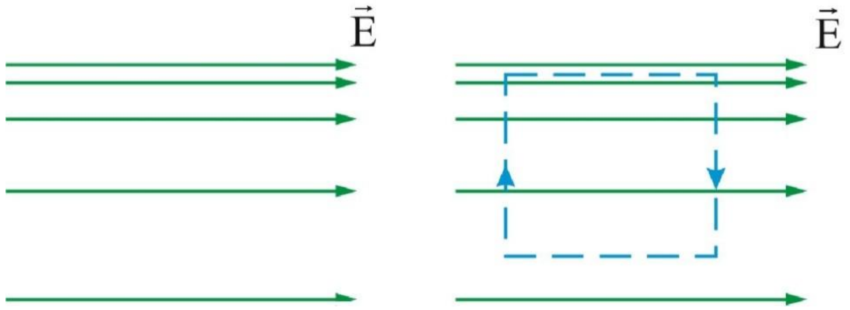


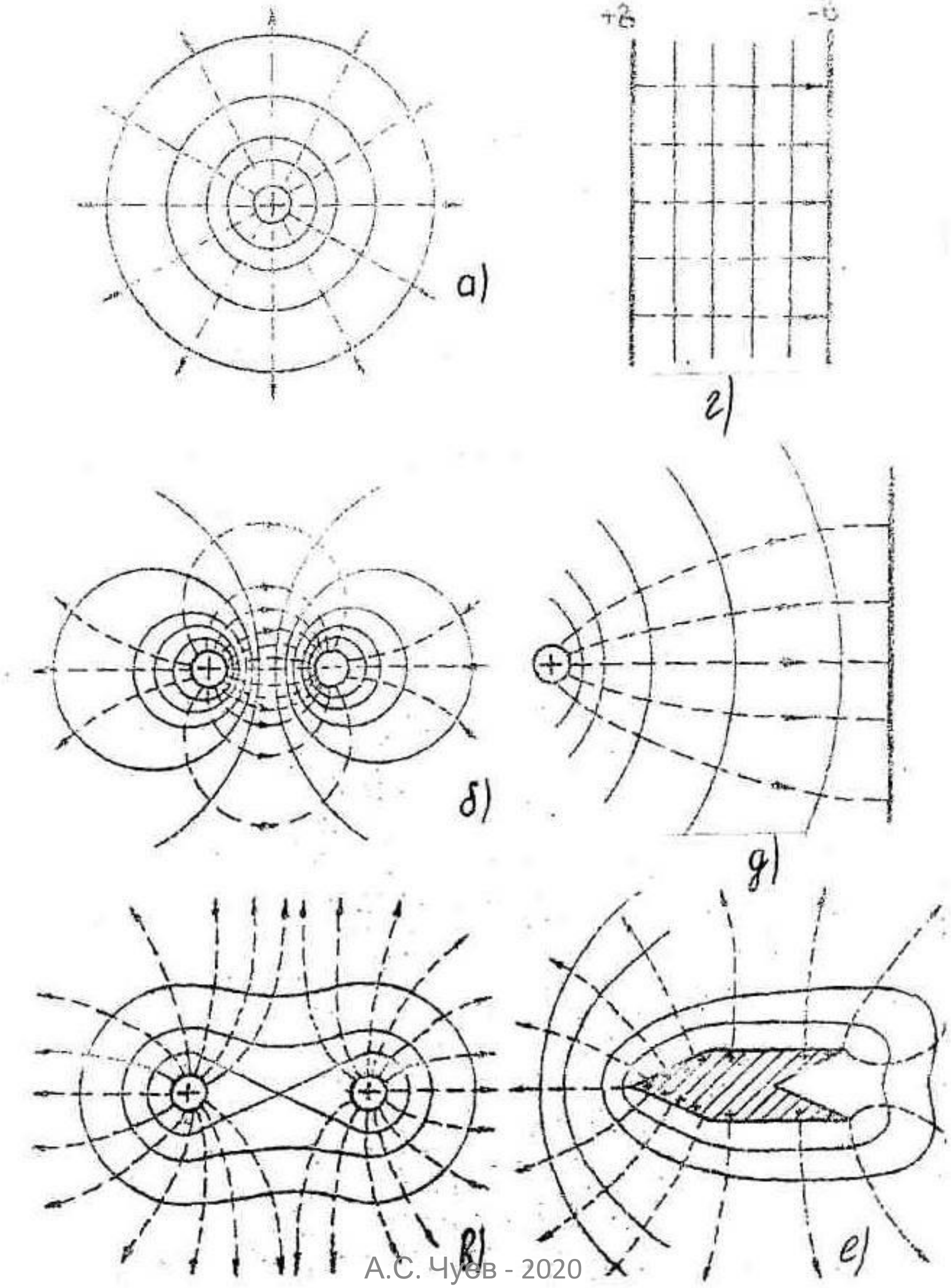
Эквипотенциальные линии





Циркуляция вектора **E** = ?




а)
г)
б)
д)
в)
е)

Сложение действия электростатических сил.

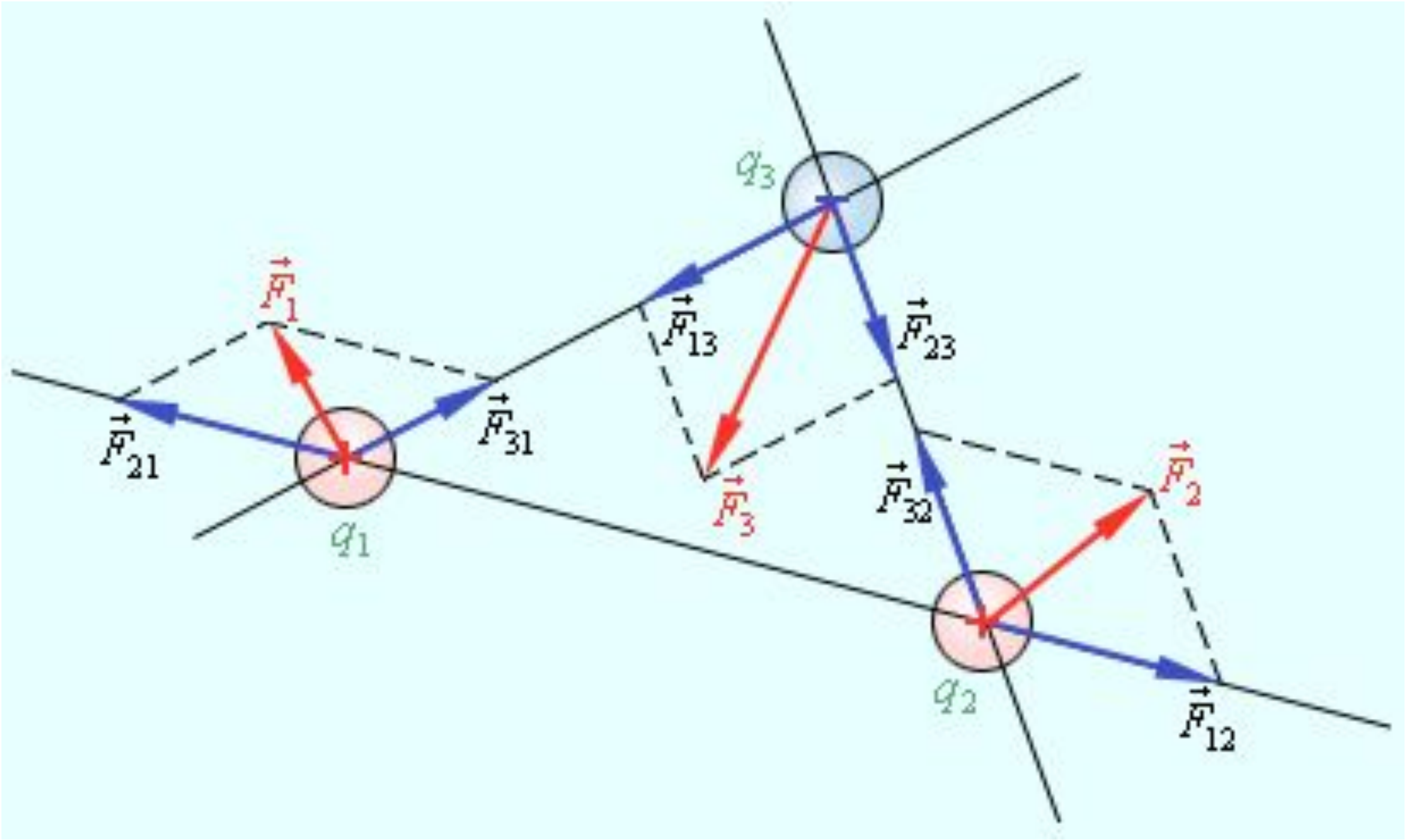
Принцип суперпозиции

- Если поле создается несколькими точечными зарядами, то на пробный заряд q’ действует несколько сил, складываемых по принципу суперпозиции (линейного наложения).
- То есть со стороны каждого отдельного заряда q_0 действует такая сила, как если бы других зарядов не было.

Принцип наложения или ***суперпозиции электрических полей:***

- ***Напряженность результирующего поля, системы точечных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, созданных в данной точке каждым из них в отдельности.***

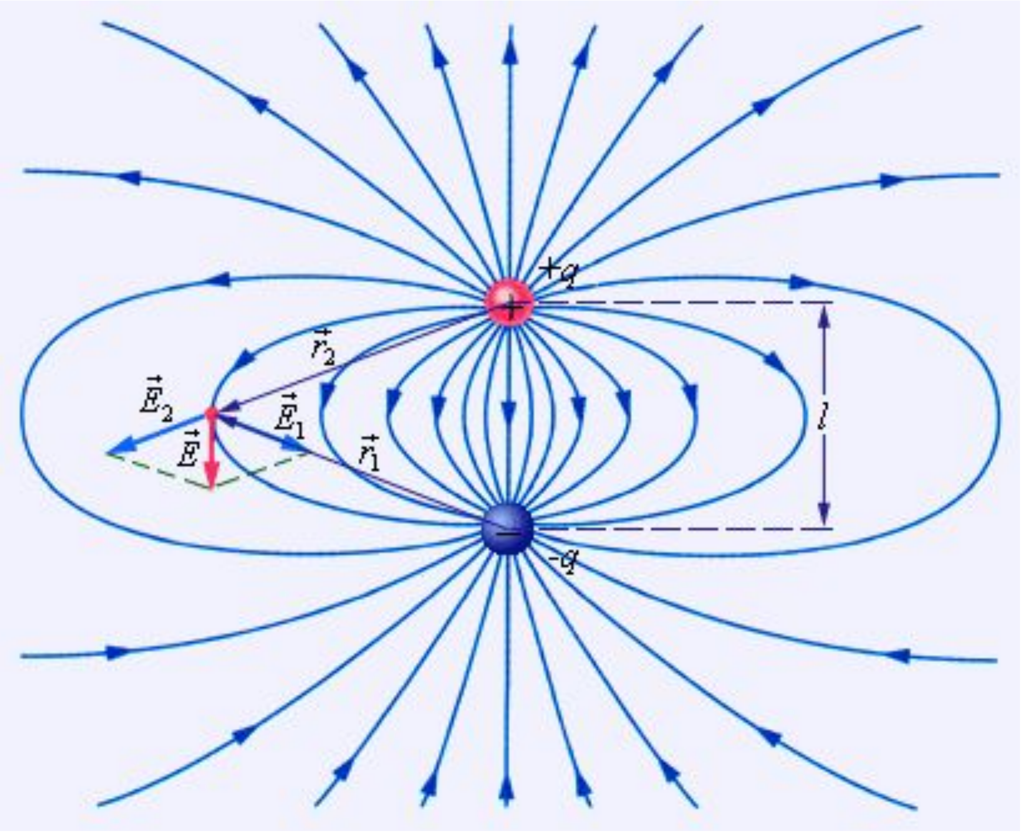
$$\boxed{\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots = \sum_k \vec{E}_k.}$$



Принцип суперпозиции электростатических сил

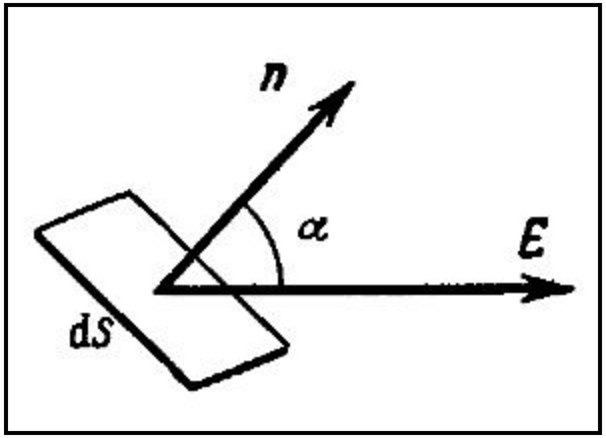
$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31}; \qquad \vec{F}_2 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32}; \qquad \vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}.$$

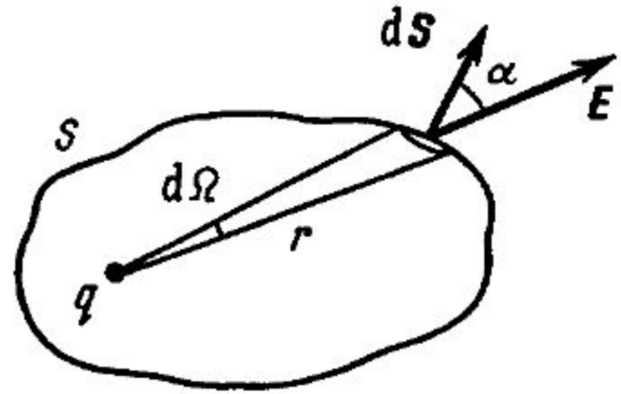
Электрический диполь



Электрический дипольный момент $\boxed{\vec{p}_e = q \cdot \vec{l}}$

Поток вектора напряженности электрического поля

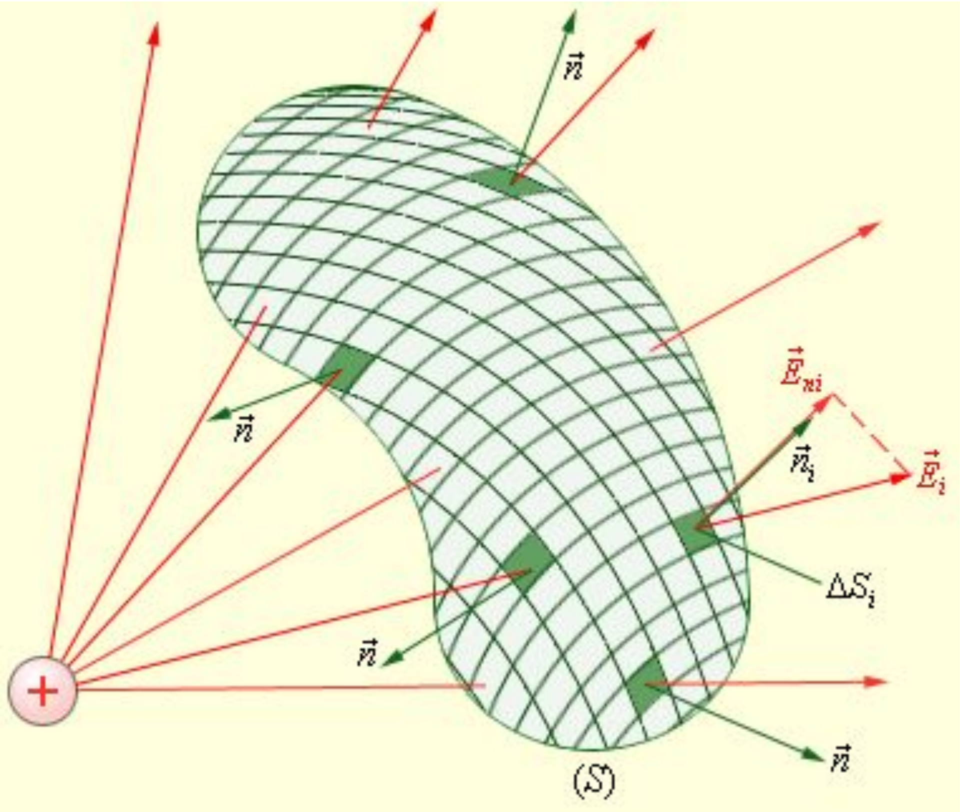




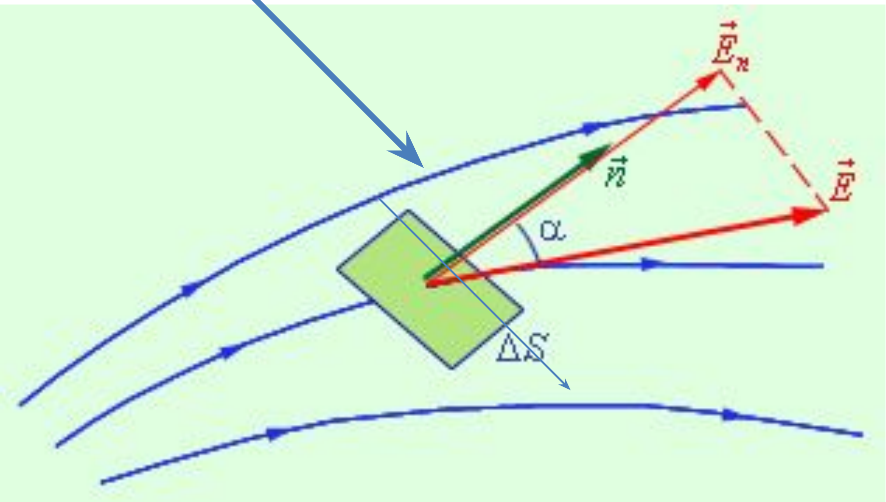
$$\Phi = \int_S \mathbf{E}\, d\mathbf{S}.$$

$d\Omega$ — величина алгебраическая:
если $d\Omega$ опирается на внутреннюю сторону поверхности S, то $d\Omega > 0$, если же на внешнюю сторону, то $d\Omega < 0$.

Определение потока вектора Е

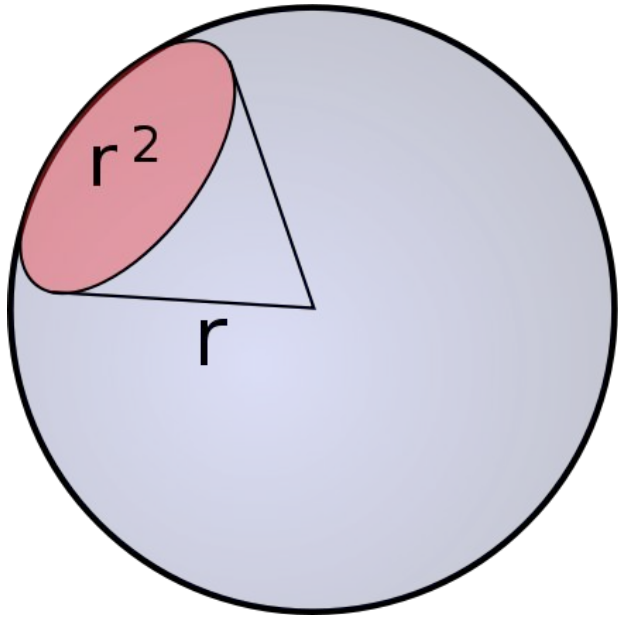


Линия тока



$$\boxed{\Phi = \int_S \mathbf{E}\, d\mathbf{S}.}$$

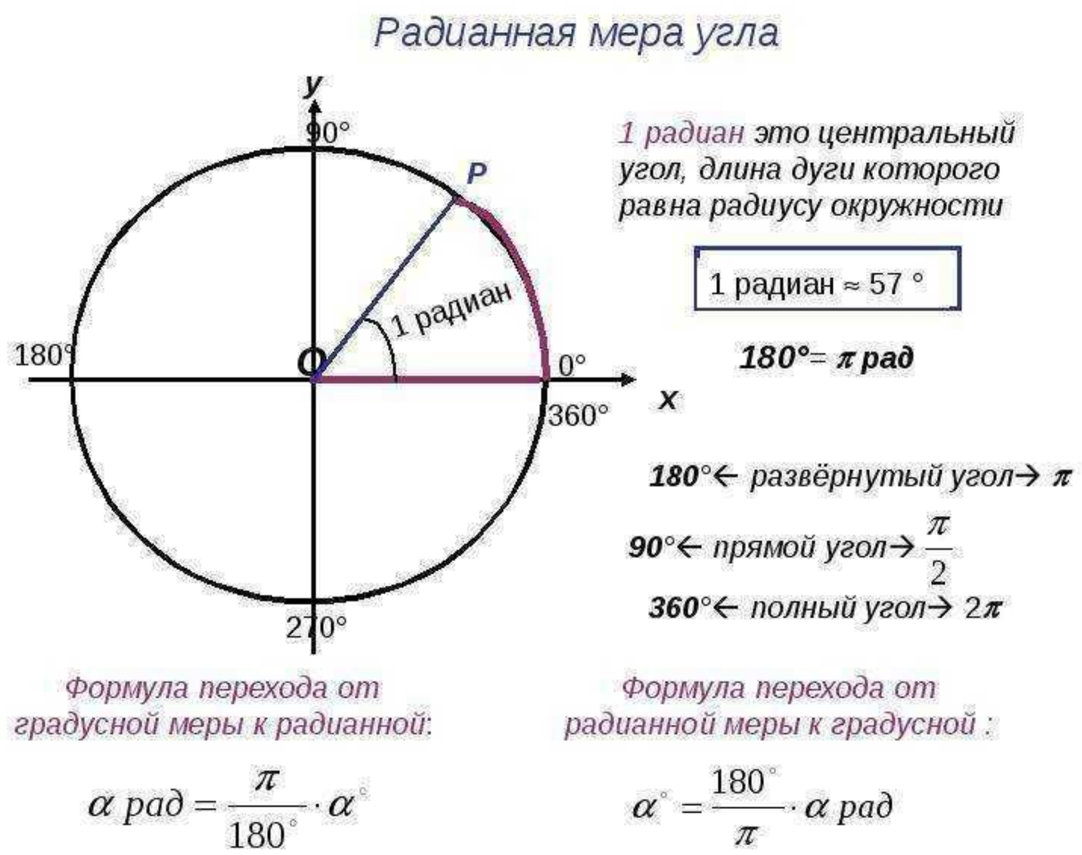
Телесный угол, единица измерения - стерадиан



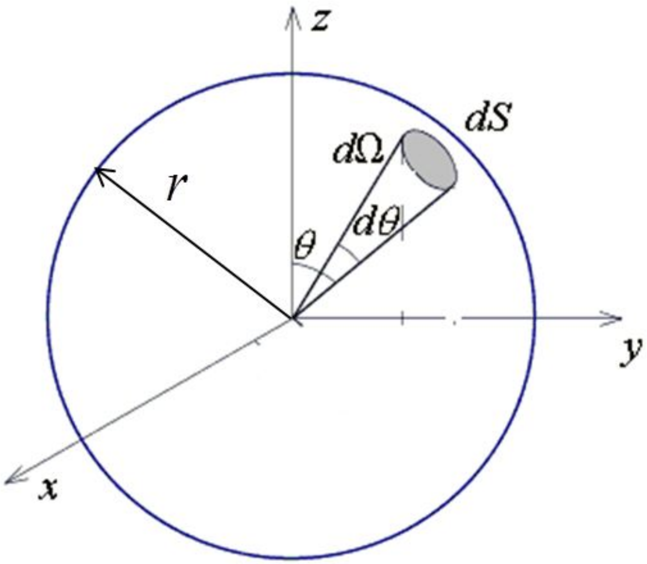
Стерадиан – телесный угол с вершиной в центре сферы, вырезающий на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, равной радиусу сферы.

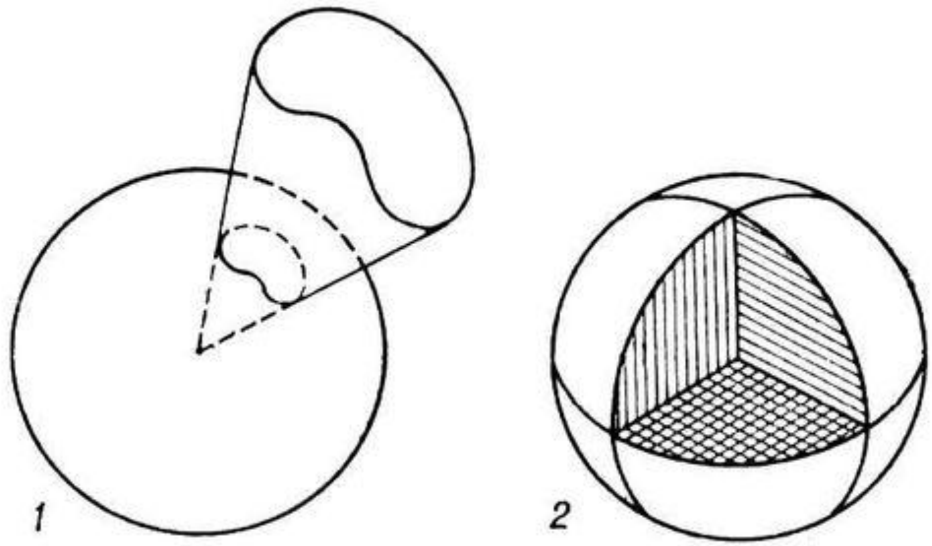
При таком определении телесный угол не зависит от радиуса сферы.

Плоский угол, единица измерения - радиан



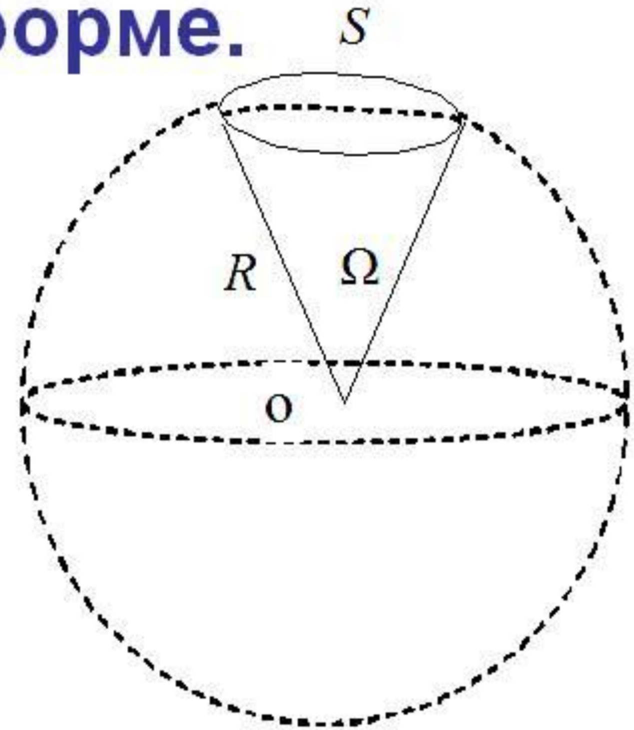
1 радиан — центральный угол, длина дуги которого равна радиусу окружности. При таком определении угол не зависит то радиуса.





1 2

Закон (теорема) Гаусса в интегральной форме.



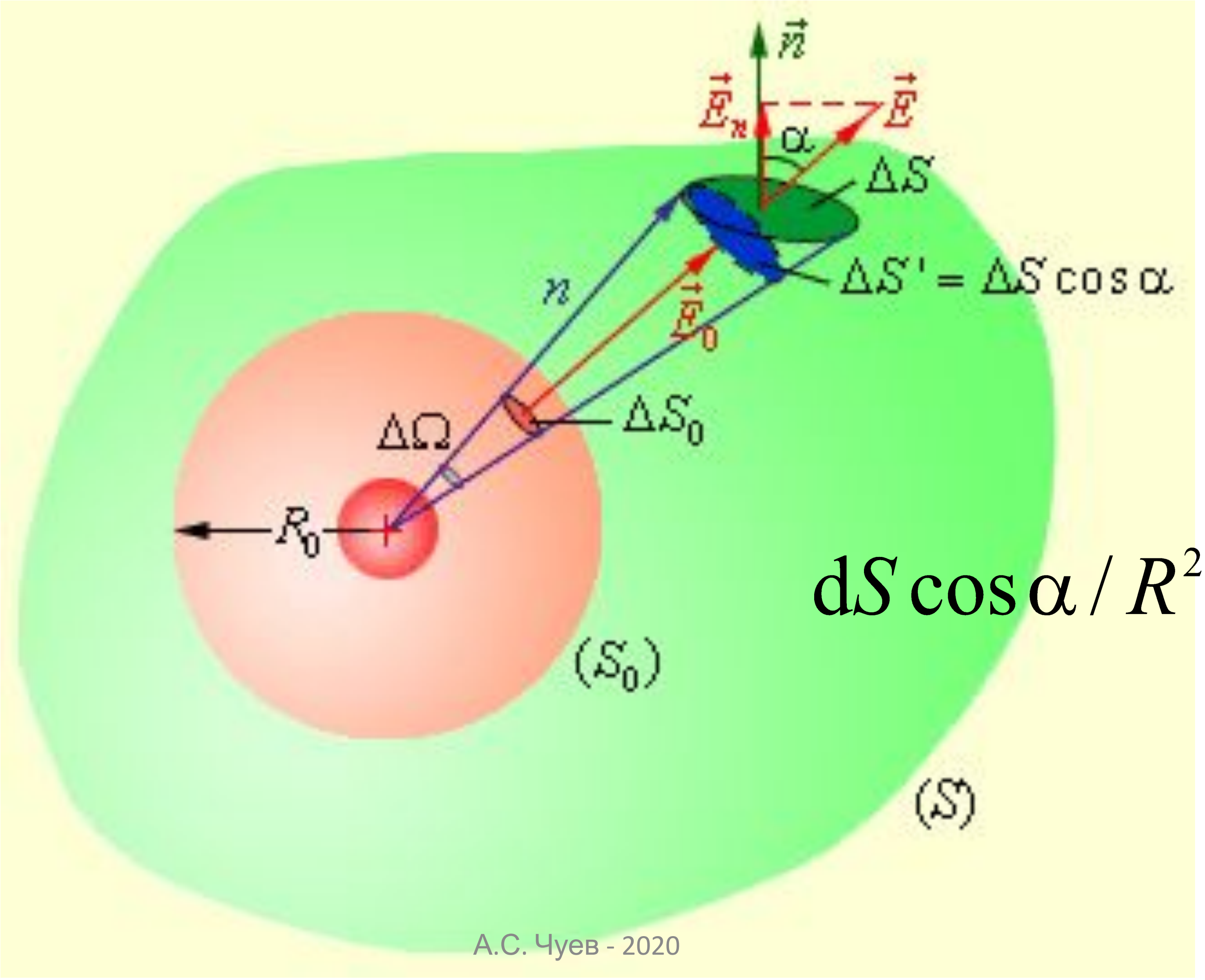
- ***Телесный угол*** – часть пространства, ограниченная конической поверхностью.

Мера телесного угла – отношение площади *S* сферы, вырезаемой на поверхности сферы конической поверхностью к квадрату радиуса *R* сферы.

$$\Omega = \frac{S}{R^2} \quad [\text{стерадиан}]$$

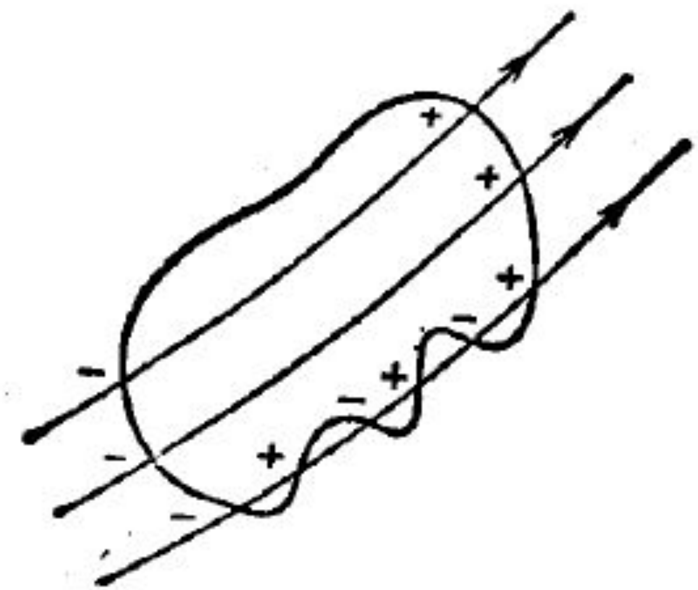
1 стерадиан – телесный угол с вершиной в центре сферы, вырезающий на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, по длине равной радиусу этой сферы.

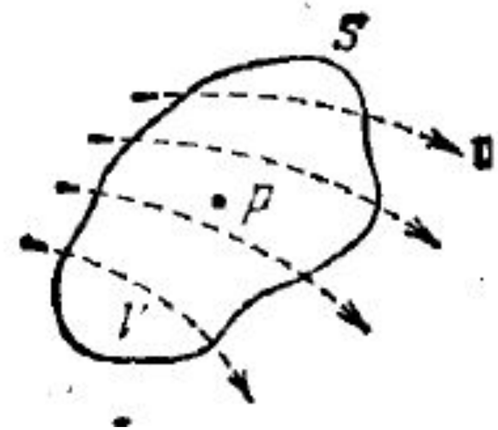
Поток электрического поля точечного заряда через произвольную поверхность S, окружающую заряд.



$$\mathrm{d}S\cos\alpha / R^2 = \mathrm{d}\Omega$$

Внешний поток сквозь замкнутую поверхность = 0



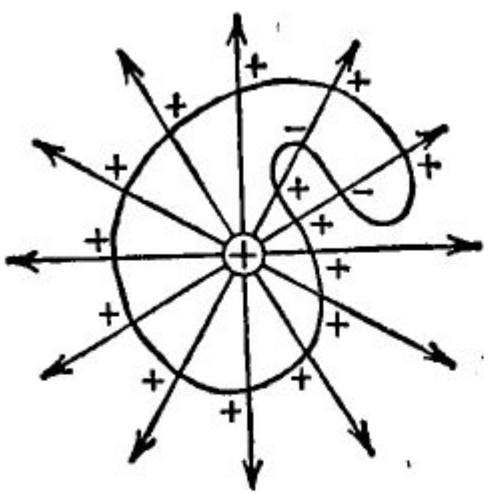


Теорема Гаусса в интегральной форме (в вакууме)

поток вектора **E** *сквозь замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов внутри этой поверхности, деленной на* ε_0.

$$\boxed{\oint \mathbf{E}\, d\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} q_{\text{внутр}},}$$

Доказательство $d\Phi = \mathbf{E}\, d\mathbf{S} = E\, dS \cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\, dS\cos\alpha = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\, d\Omega,$



$$\boxed{\Phi = \int_0^{4\pi} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} d\Omega = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

Теорема Гаусса в дифференциальной форме (в вакууме). Уравнение Пуассона

$$q_{\text{внутр}} = \int \rho \, dV$$

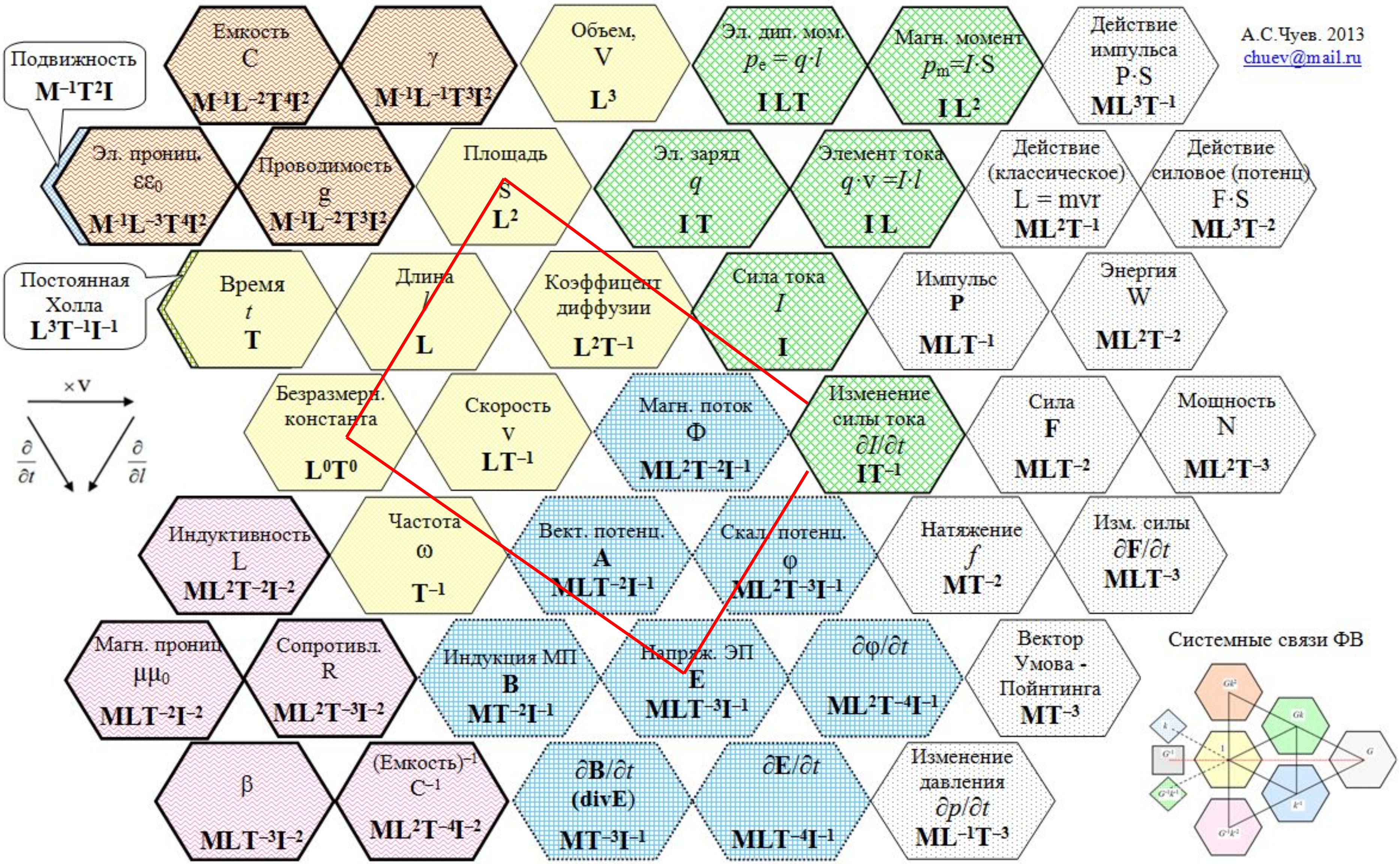
$$\oint_S \frac{\vec{E}\, d\vec{S}}{V} = \frac{1}{V} \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \text{при } V \to 0$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

$$\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

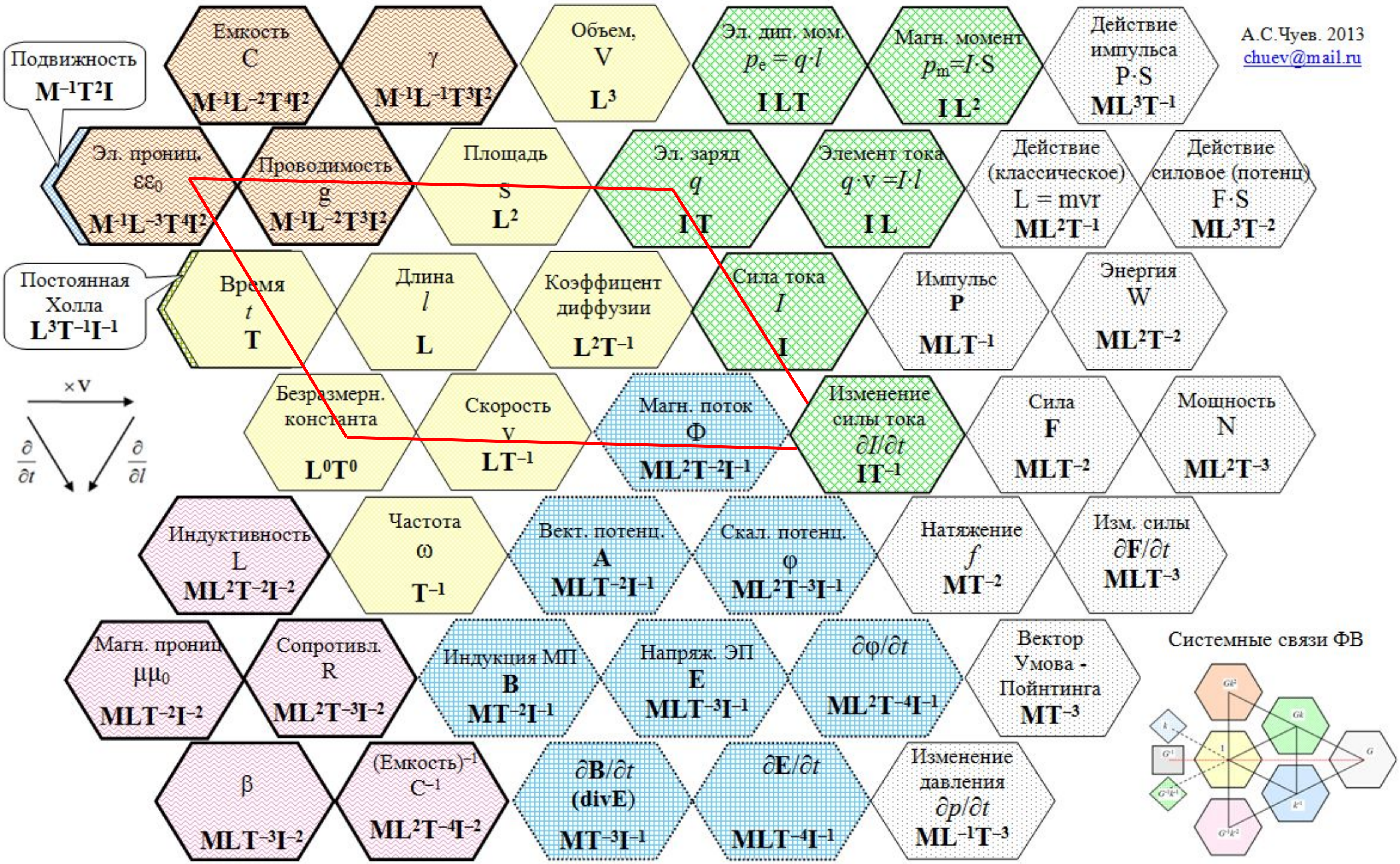
Уравнение Пуассона $\boxed{\operatorname{div} \vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}}$

СИСТЕМА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН И ИХ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ



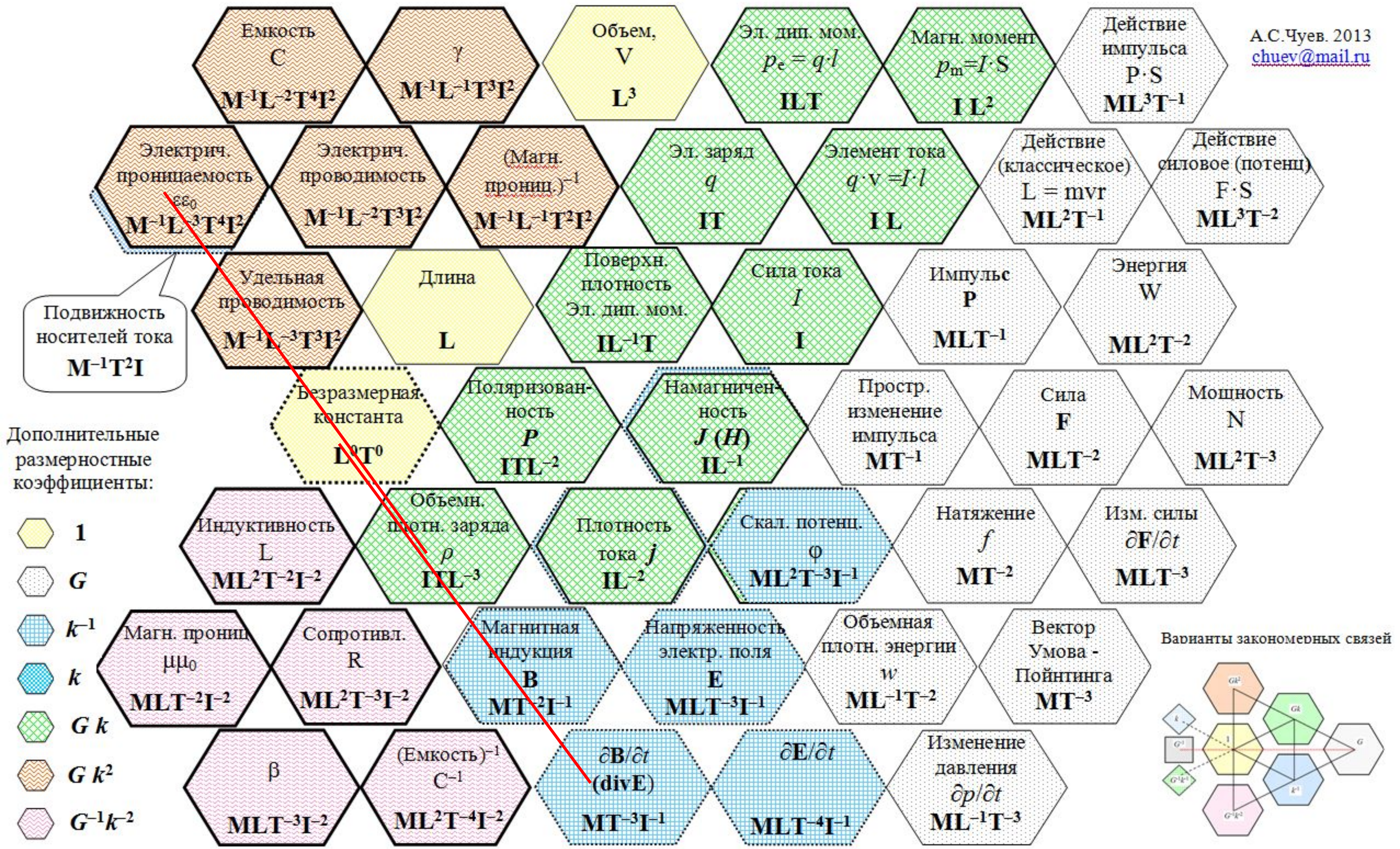
$$\boxed{\Phi_E = ES}$$

СИСТЕМА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН И ИХ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ



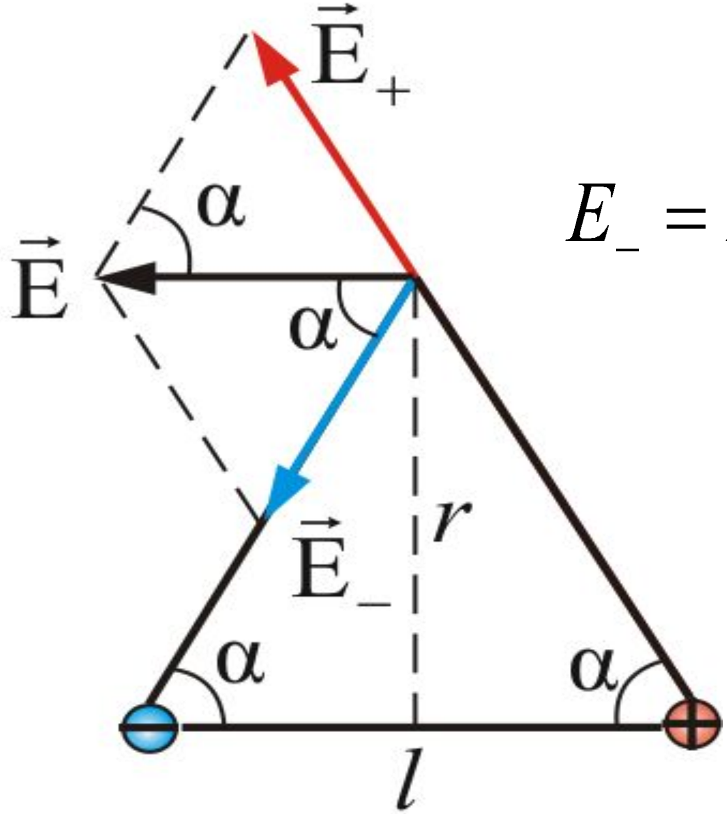
$$\boxed{\Phi_E = ES = q/\varepsilon_0}$$

Система электромагнитных величин и их взаимосвязей



$$\boxed{\mathrm{div}\vec{E} = \rho / \varepsilon_0}$$

Приводимые далее примеры рассмотреть самостоятельно



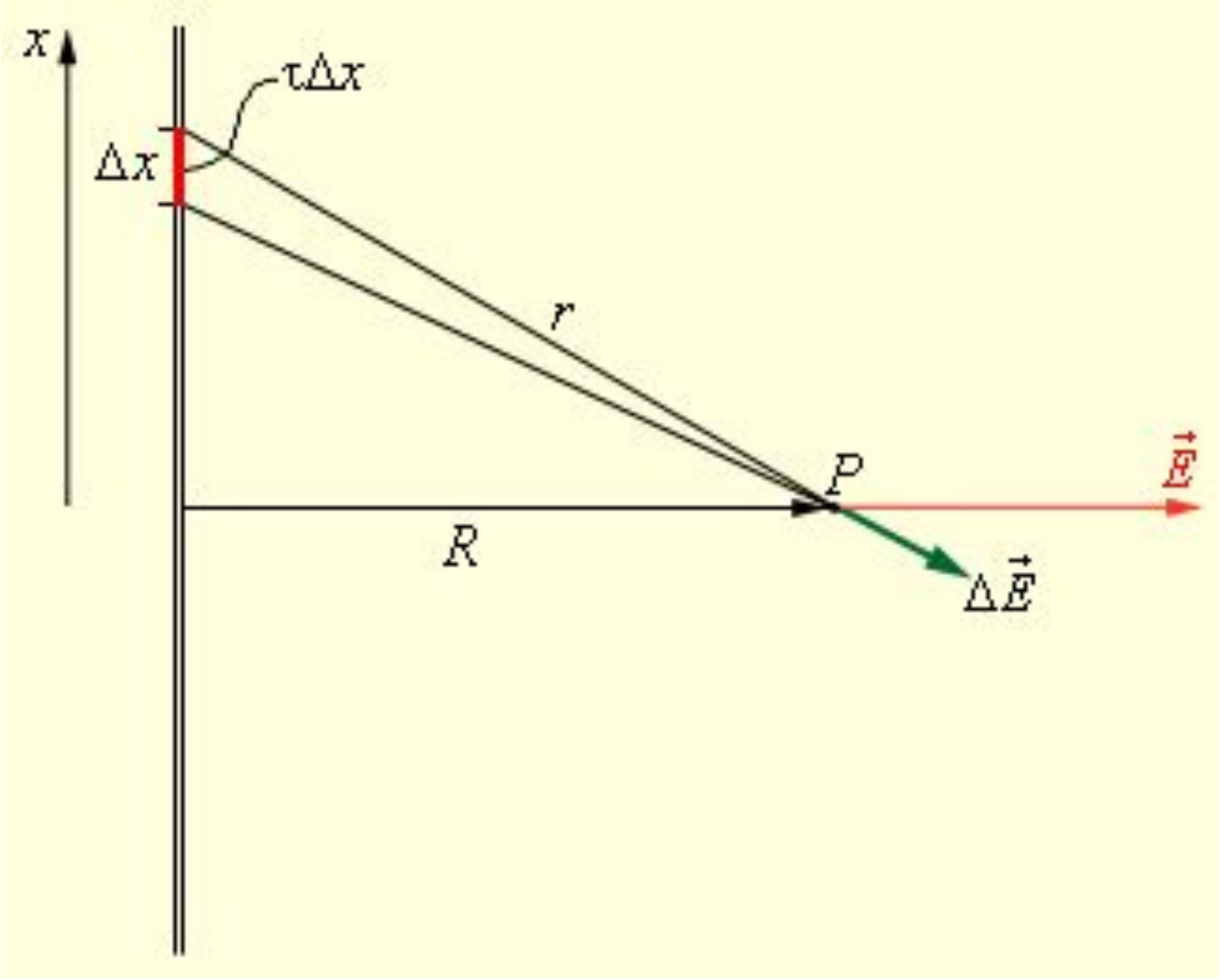
$$E_- = E_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(r^2 + \frac{l^2}{4})}$$

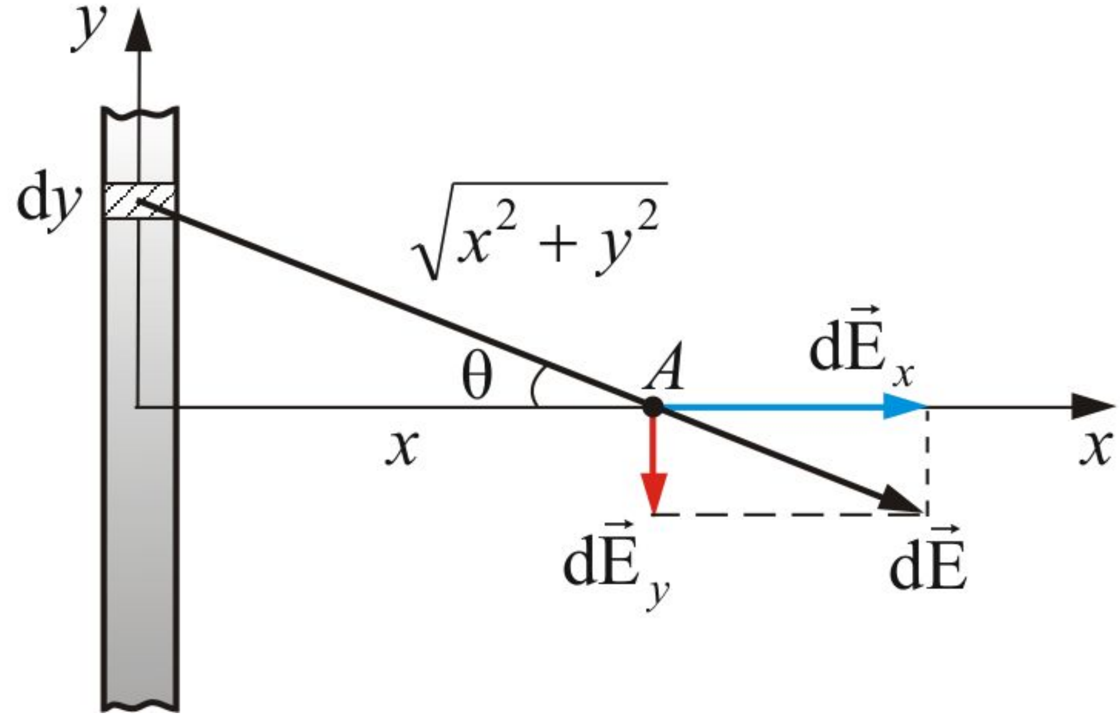
$$E_\Sigma = 2E_\pm \cdot \cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{l/2}{\sqrt{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)}}$$

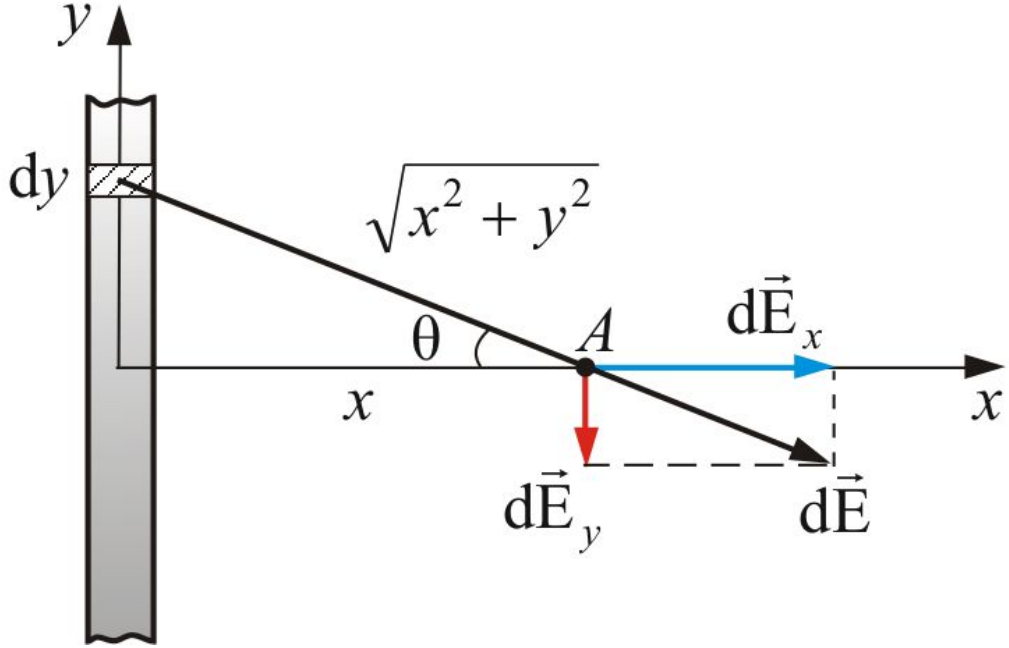
$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{ql}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}.}$$

Не срисовывать



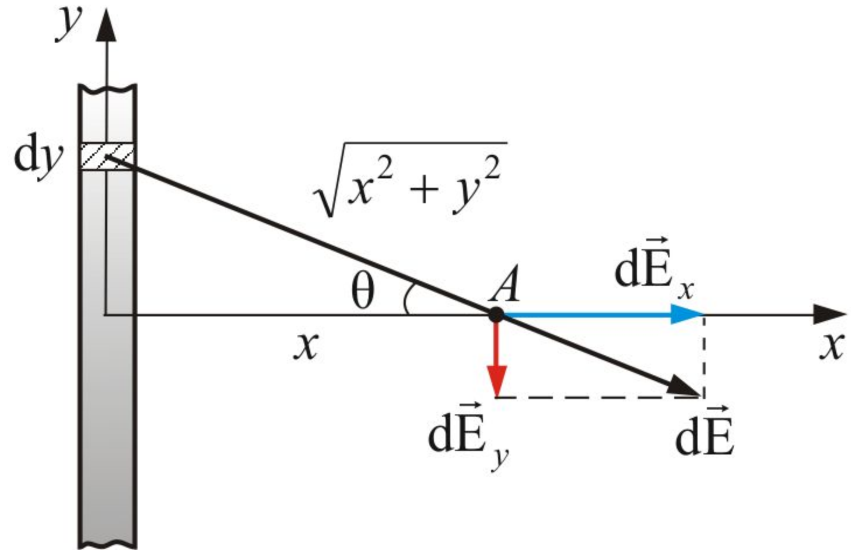


- Определим напряженность электрического поля в точке *A* на расстоянии *x* от бесконечно длинного, линейного, равномерно распределенного заряда.
- λ – заряд, приходящийся на единицу длины.



- Считаем, что *x* – мало по сравнению с длиной проводника. Элемент длины *dy*, несет заряд *dq = dy λ*. Создаваемая этим элементом напряженность электрического поля в точке *A*:

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dy}{(x^2 + y^2)}.$$



- Вектор $d\vec{E}$ имеет проекции dE_x и dE_y причем

$$dE_x = dE\cos\theta; \qquad dE_y = dE\sin\theta.$$

- Т.к. проводник бесконечно длинный, а задача симметричная, то y – компонента вектора $d\vec{E}$ обратится в ноль (скомпенсируется), т.е.:

$$E_y = \int dE\sin\theta = 0$$

Тогда $$E = E_x = \int \mathrm{d}E\cos\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\cos\theta\,\mathrm{d}y}{x^2+y^2}$$

Теперь выразим y через θ.

Т.к. $$y = x\,\mathrm{tg}\theta,$$

то $$\mathrm{d}y = x\,\mathrm{d}\theta/\cos^2\theta$$

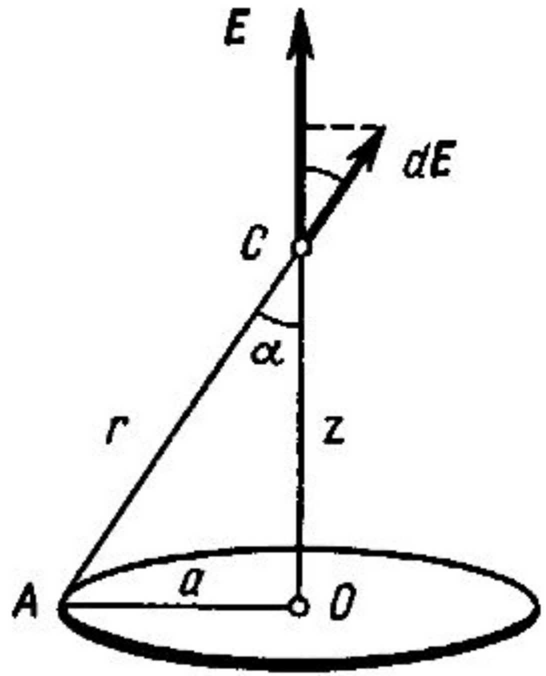
С учетом: $$(x^2+y^2) = x^2/\cos^2\theta$$

$$\boxed{E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos\theta\,\mathrm{d}\theta = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}.}$$

$$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}.}$$

- Напряженность электрического поля от линейно распределенных зарядов (заряженной нити) изменяется обратно пропорционально расстоянию до заряда.

Пример с кольцом



Пример 1. Поле на оси тонкого равномерно заряженного кольца. *Заряд* $q > 0$ *равномерно распределен по тонкому кольцу радиусом a. Найти напряженность* $\mathbf{E}$ *электрического поля на оси кольца как функцию расстояния z от его центра.*

Легко сообразить, что в данном случае вектор $\mathbf{E}$ должен быть направлен по оси кольца (рис. 1.1). Выделим на кольце около точки A элемент $\mathrm{d}l$. Запишем выражение для составляющей $\mathrm{d}E_z$ от этого элемента в точке C:

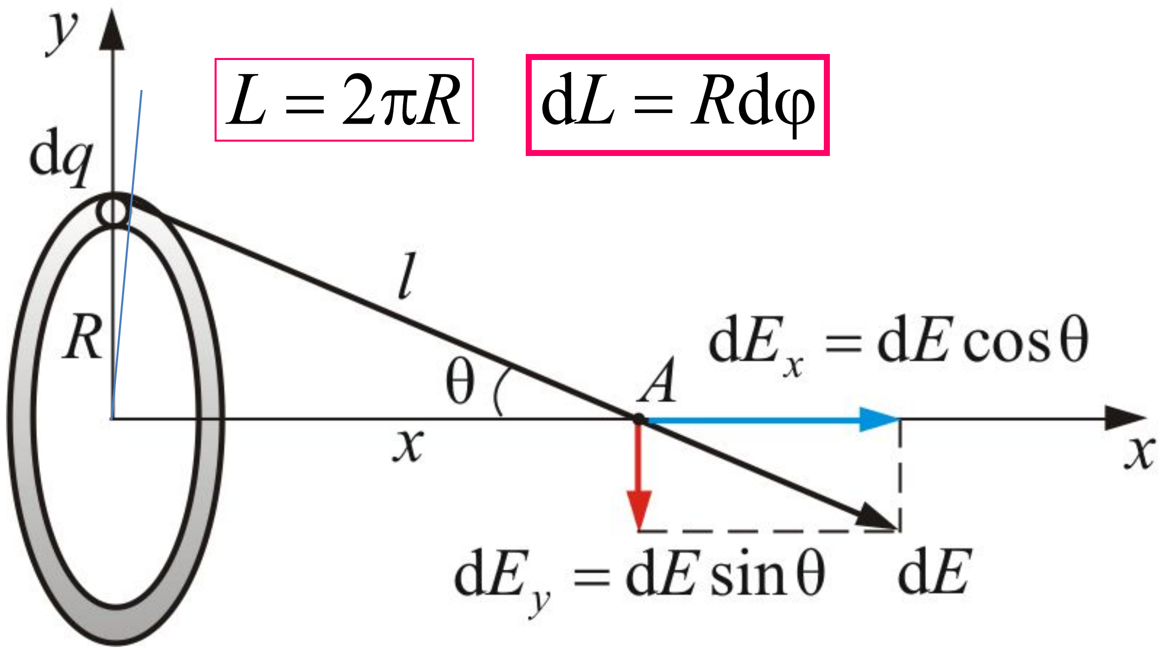
$$\mathrm{d}E_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\,\mathrm{d}l}{r^2}\cos\alpha,$$

Видно, что при $z \gg a$ поле $E \approx q/4\pi\varepsilon_0 z^2$, т. е. на больших расстояниях эта система ведет себя как точечный заряд.

Пример с кольцом подробнее

Задано: q и R. Найти зависимость $E(x)$

$$\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{q}{4\pi r^2}\vec{e}_r$$



$$L = 2\pi R$$

$$\mathrm{d}L = R\,\mathrm{d}\varphi$$

$$l^2 = R^2 + x^2$$

$$\mathrm{d}E_x = \mathrm{d}E\cos\theta$$

$$\mathrm{d}E_y = \mathrm{d}E\sin\theta$$

$$\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

$$\lambda = \frac{q}{2\pi R}$$

$$\mathrm{d}q = \lambda\,\mathrm{d}L = \frac{q\,\mathrm{d}L}{2\pi R} = \frac{q}{2\pi}\mathrm{d}\varphi$$

$$\mathrm{d}E = \frac{\mathrm{d}q}{\varepsilon_0 4\pi l^2}$$

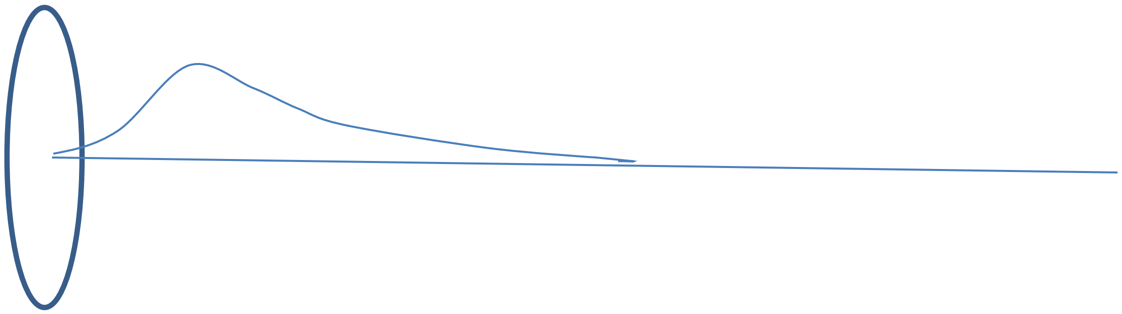
$$\mathrm{d}E_x = \frac{q}{\varepsilon_0 8\pi^2}\frac{x}{(R^2 + x^2)^{3/2}}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi$$

$$E_x = \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

Максимальное значение *E* определяется поиском экстремума функции $E(x)$

Иродов, задача 2.12

$$E_{\max} = \frac{q}{6\sqrt{3}\pi\varepsilon_0 R^2} \quad \text{при} \quad x = \frac{R}{\sqrt{2}}$$



Архитектура многоуровневой системы физических величин и закономерностей (ФВиЗ)

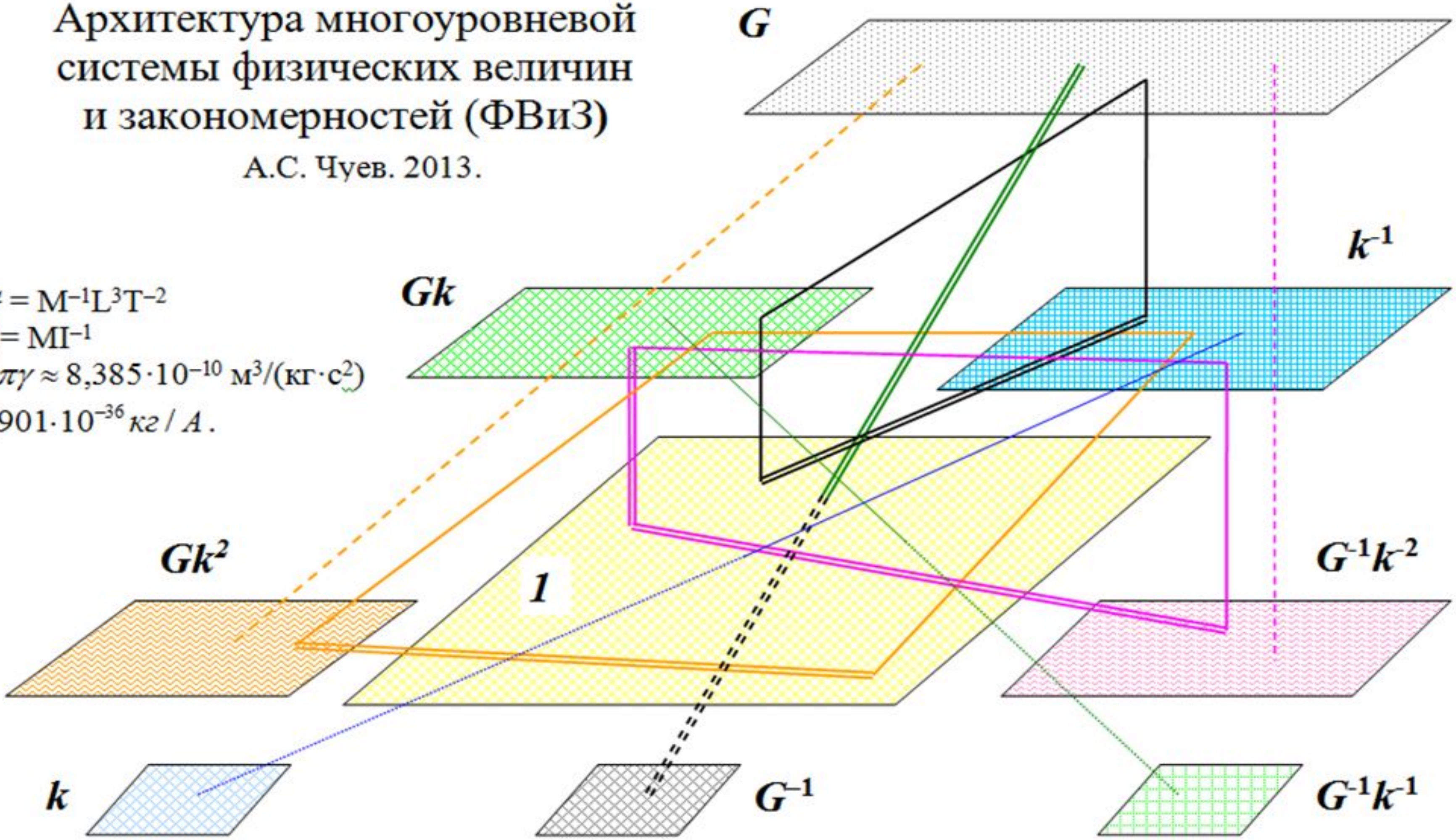
А.С. Чуев. 2013.

$\dim G = \mathrm{M^{-1}L^{3}T^{-2}}$

$\dim k = \mathrm{MI^{-1}}$

$G = 4\pi\gamma \approx 8{,}385\cdot10^{-10}$ м³/(кг·с²)

$k \approx 4{,}901\cdot10^{-36}$ *кг / А* .



Системные уровни и действующие межуровневые связи физических величин:

1 - общие базовые кинематические величины

G - общие базовые динамические величины

***G*⁻¹** - уровень гравитационной константы

Gk - базовые электромагнитные величины

***k*⁻¹** - полевые электромагнитные величины

***Gk*²** - структуро-средовые ЭМВ 1 подгруппы

***G*⁻¹*k*⁻²** - структуро-средовые ЭМВ 2 подгруппы

k и ***G*⁻¹*k*⁻¹** - дополнительные системные уровни

Факультативно

Токовый характер основных силовых взаимодействий

Наименование силового взаимодействия	Взаимодействующие физические величины		Уравнение связи, определяющее силу взаимодействия
	по заряду	по току	
Электро-статическое	q	It	$F = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{4\pi r^2} = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{(It)_1 (It)_2}{4\pi r^2}$
Электро-динамическое	$q\mathrm{v}$	Il	$F = \mu_0 \frac{(q\mathrm{v})_1 (q\mathrm{v})_2}{4\pi r^2} = \mu_0 \frac{(Il)_1 (Il)_2}{4\pi r^2}$
Гравитационное	q/t	I	$F = \frac{I_1 I_2}{4\pi r^2}$

Конец лекции 1