

Тема Урока:

Первообразная

9.02.2021

Содержание урока:

$$F'(x) = f(x)$$

Определение первообразной

$$F(x) + C = \int f(x) dx$$

Неоднозначность первообразной

Нахождение первообразных в простейших случаях

Проверка первообразной на заданном промежутке

Устные упражнения

$$а) (x^2)' = 2x$$

$$б) (C)' = 0$$

$$в) (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$г) (\sin x)' = \cos x$$

$$д) (e^x)' = e^x$$

$$е) \left(\frac{x^2}{2} + \operatorname{tg} x\right)' = x + \frac{1}{\cos^2 x}$$

Взаимно-обратные операции в математике

Прямая

$$x^2$$

Возведение в квадрат

.....

$$\sin \alpha = a$$

Синус угла

.....

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Дифференцирование

Обратная

$$\sqrt{x}$$

Извлечение из корня

.....

$$\arcsin a = \alpha \quad a \in [-1; 1]$$

Арксинус числа

.....

$$\int nx^{n-1} dx = x^n + C$$

Интегрирование

Пояснение в сравнении

Производная

"Производит" новую ф-ию

.....

дифференцирование

вычисление производной

Первообразная

Первичный образ

.....

интегрирование

восстановление функции из
производной

Определение первообразной

$y = F(x)$ называют первообразной для $y = f(x)$
на промежутке X , если при $x \in X$

$$F'(x) = f(x)$$

Неоднозначность первообразной

$$\begin{array}{l} f(x) = 2x \begin{cases} \nearrow F_1(x) = x^2 \longrightarrow F_1'(x) = 2x \\ \longrightarrow F_2(x) = x^2 + 1 \longrightarrow F_2'(x) = 2x \\ \searrow F_3(x) = x^2 + 5 \longrightarrow F_3'(x) = 2x \end{cases} \end{array}$$

$y = f(x)$ имеет бесконечно много первообразных вида $y = F(x) + C$, где C - произвольное число

Определение интеграла

Если у функции $y = f(x)$ на промежутке X есть первообразная $y = F(x)$, то **все множества функций вида $y = F(x) + C$** называют

неопределенным интегралом от функции $y = f(x)$

Обозначается как $\int f(x) dx$

неопределенный интеграл f (эф) от x (икс) d (дэ) x (икс)

Правила интегрирования

1) $F + G$ первообразная для $f + g$
 $(F + G)' = F' + G' = f + g$

2) kF первообразная для kf
 $(kF)' = kF' = kf$

3) $\frac{1}{k}F(kx + b)$ первообразная для $f(kx + b)$, при $k \neq 0$

$$\left[\frac{1}{k} F(kx + b) \right]' = \frac{1}{k} * kF'(kx + b) = f(kx + b)$$

Пример использования первообразной

Дано:

Найти:

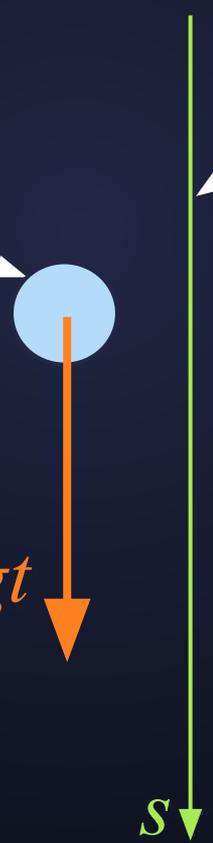
*материальная
точка*

*закон движения
(координата точки)*

*скорость
движения*

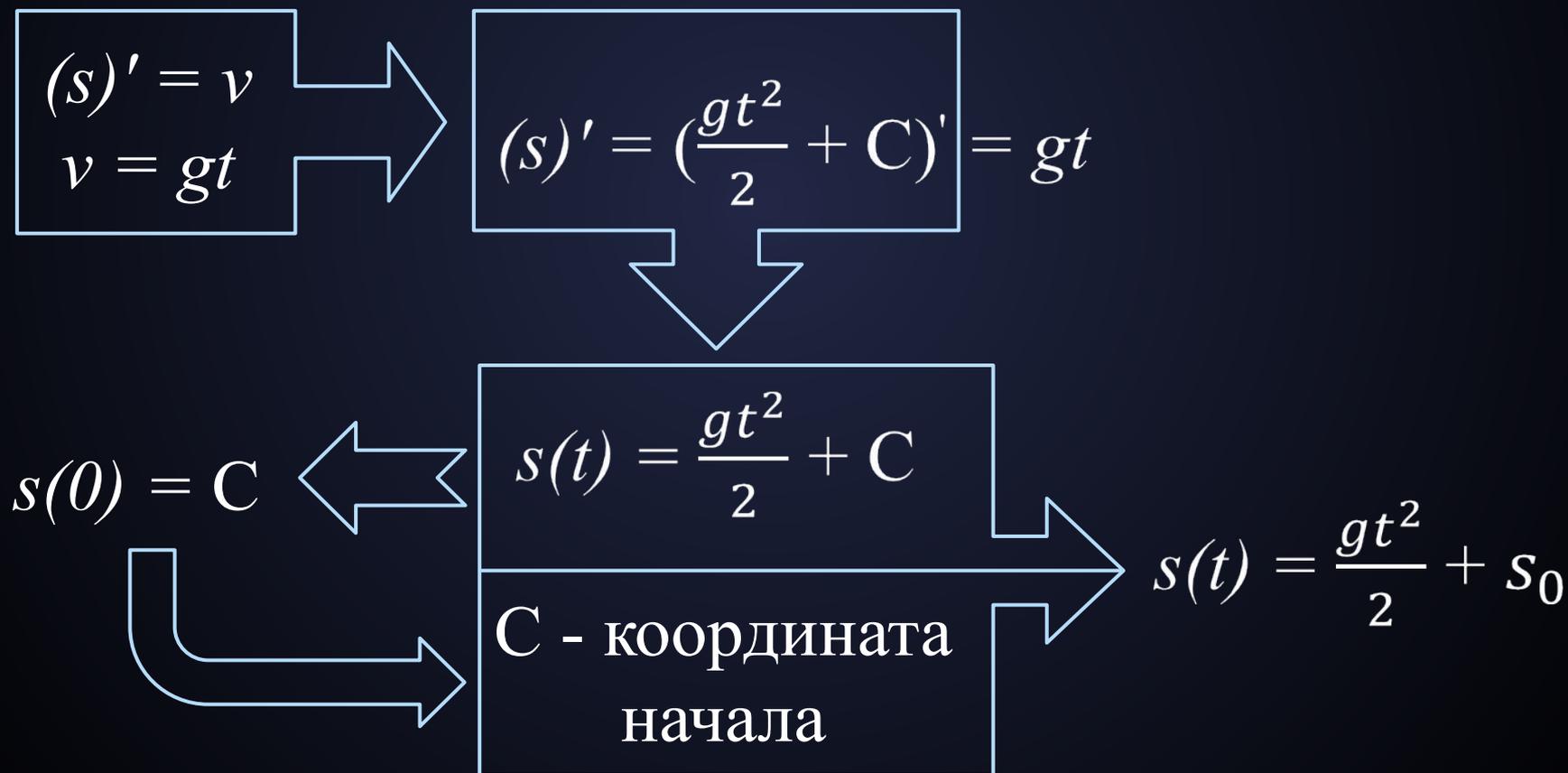
$$v = gt$$

s

A diagram illustrating the motion of a point mass. A blue circle represents the point mass. A vertical green line with a downward arrow is labeled 's', representing displacement. An orange arrow pointing downwards from the mass is labeled 'v = gt', representing velocity. A horizontal green line at the top represents the ground level. Two vertical dashed lines separate the 'Given' and 'Find' sections.

Пример использования первообразной

Решение:



Отработка материала

Практические задания

Найти одну из первообразных для следующих функций

$$1) f(x) = 4$$

$$1) F(x) = 4x$$

$$2) f(x) = -1$$

$$2) F(x) = -x$$

$$3) f(x) = x^3$$

$$3) F(x) = \frac{x^4}{4}$$

$$4) f(x) = \sin x$$

$$4) F(x) = -\cos x$$

$$5) f(x) = x^2 + 3\cos x$$

$$5) F(x) = \frac{x^3}{3} + 3\sin x$$

Док-ть, что $F(x)$ первообразная для $f(x)$ на заданном промежутке

Условия

Дано: $F(x) = 3x^4$

Док-ть: $f(x) = 12x^3$

при $x \in (-\infty; +\infty)$

Доказательство

Найдем производную $F(x)$:

$$F'(x) = (3x^4)' = 12x^3 = f(x)$$

$F'(x) = f(x)$, значит

$F(x) = 3x^4$ первообразная
для $f(x) = 12x^3$

Задачи на доказательство:

$$1) F(x) = \frac{2}{3} \sqrt{x^3}; f(x) = \sqrt{x}; x \in [0; +\infty)$$

$$2) F(x) = 2(\sin 2x) - 3; f(x) = 4\cos 2x; x \in (-\infty; +\infty)$$

$$3) F(x) = \ln(-x); f(x) = \frac{1}{x}; x \in (-\infty; 0)$$

$$4) F(x) = \ln x; f(x) = \frac{1}{x}; x \in (0; +\infty)$$