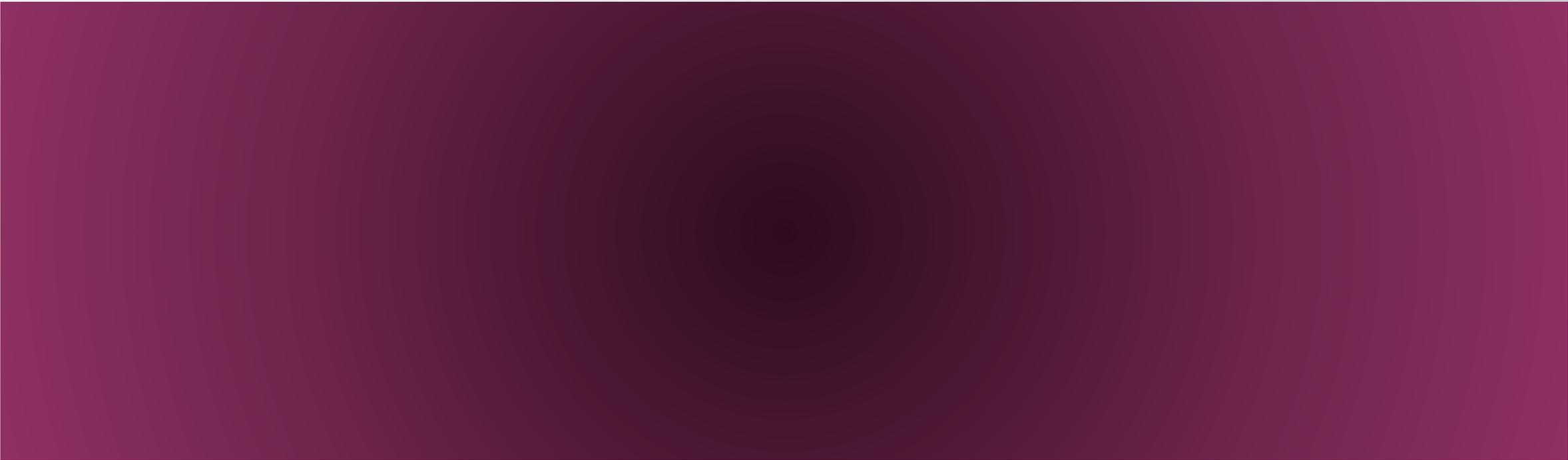




# СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

ИНФОРМАТИКА ДЛЯ СПО

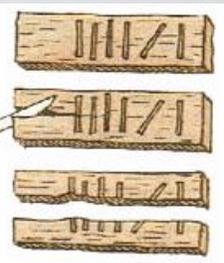
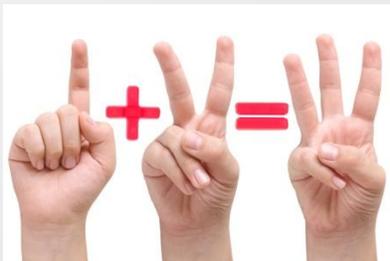


## ЧТО ТАКОЕ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ?

**Система счисления** — это правила записи чисел с помощью специальных знаков — *цифр*, а также соответствующие правила выполнения операций с этими числами.

# НЕМНОГО ИСТОРИИ

Счёт на пальцах:



## УНАРНАЯ СИСТЕМА

**Уна́рная** (едини́чная, ра́зная) систе́ма счисления — **непозиционная система счисления** с единственной цифрой, обозначающей 1.

**Унарная** (лат. *unus* – один) – одна цифра обозначает единицу (1 день, 1 камень, 1 баран, ...)



- только натуральные числа
- запись больших чисел – длинная (1 000 000?)

## НЕПОЗИЦИОННАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

В непозиционных системах счисления величина, которую обозначает цифра, не зависит от положения в числе. При этом система может накладывать ограничения на положение цифр, например, чтобы они были расположены в порядке убывания.



## НЕПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

- унарная
- египетская десятичная
- римская
- славянская
- и другие...



---

## РИМСКАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

**I** – 1 (палец),

**V** – 5 (раскрытая ладонь, 5 пальцев),

**X** – 10 (две ладони),

**L** – 50,

**C** – 100 (*Centum*),

**D** – 500 (*Demimille*),

**M** – 1000 (*Mille*)

## РИМСКАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

### Правила:

- (обычно) не ставят больше **трех** одинаковых цифр подряд
- если **младшая** цифра (только **одна!**) стоит **слева** от старшей, она вычитается из суммы (*частично непозиционная!*)

### Примеры:

$$\text{MDCXLIV} = 1000 + 500 + 100 - 10 + 50 - 1 + 5 = 1644$$

$$2389 = 2000 + 300 + 80 + 9$$


MM   
 CCC   
 LXXX   
 IX

$$2389 = \text{M M C C C L X X X I X}$$

---

## РИМСКАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

**MCDLXVII =**

**MMDCXLIV =**

**MMMCCCLXXII =**

**CMXXVIII =**

---

## РИМСКАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

**СМХСІV =**

**МММСDXLIX =**

**МСМХLIX =**

**ММСDХСІХ =**

---

## РИМСКАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

**3768 =**

**2983 =**

**1452 =**

**1999 =**

---

## РИМСКАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

**1468 =**

**1383 =**

**1152 =**

**1099 =**

## НЕДОСТАТКИ РИМСКОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

- можно записывать только натуральные числа;
- чтобы записывать большие числа, необходимо вводить все новые и новые цифры;
- сложно выполнять арифметические действия.



## ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

**Позиционная система:** значение цифры определяется ее позицией в записи числа.

**Алфавит системы счисления** — это используемый в ней набор цифр.

**Основание системы счисления** — это количество цифр в алфавите (мощность алфавита).

**Разряд** — это позиция цифры в записи числа. Разряды в записи целых чисел нумеруются с нуля справа налево.

## ФОРМЫ ЗАПИСИ ЧИСЕЛ



развёрнутая форма  
записи числа

$$= 6 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

## Схема Горнера:

$$6 \ 3 \ 7 \ 5 = ((6 \cdot 10 + 3) \cdot 10 + 7) \cdot 10 +$$

5



- для вычислений не нужно использовать возведение в степень
- удобна при вводе чисел с клавиатуры, начиная с первой

## ПЕРЕВОД В ДЕСЯТИЧНУЮ СИСТЕМУ СЧИСЛЕНИЯ

### Через развёрнутую запись:

разряды: 3 2 1 0

$$1234_5 = 1 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 = 194$$

=1

основание системы счисления

$$\text{разряды: } a_3 a_2 a_1 a_0 = a_3 \cdot p^3 + a_2 \cdot p^2 + a_1 \cdot p^1 + a_0 \cdot p$$

### Через схему Горнера:

$$1234_5 = ((1 \cdot 5 + 2) \cdot 5 + 3) \cdot 5 + 4 = 194$$
$$a_3 a_2 a_1 a_0 = ((a_3 \cdot p + a_2) \cdot p + a_1) \cdot p + a_0$$

## ПЕРЕВЕСТИ В ДЕСЯТИЧНУЮ СИСТЕМУ СЧИСЛЕНИЯ

$$1042_5 =$$

$$1054_8 =$$

$$101001_2 =$$

$$101012_3 =$$

$$F23A_{16} =$$

# ПЕРЕВОД ИЗ ДЕСЯТИЧНОЙ В ЛЮБУЮ

$$194 = 1234_5 = ((1 \cdot 5 + 2) \cdot 5 + 3) \cdot 5 + 4$$

делится на 5

остаток от деления на 5

$$a_3 a_2 a_1 a_0 = ((a_3 \cdot p + a_2) \cdot p + a_1) \cdot p + a_0$$

$$a_3 a_2 a_1 = (a_3 \cdot p + a_2) \cdot p + a_1$$

остаток от деления на  $p$

частное от деления на  $p$

**?** Как найти  $a_1$ ?

**?** Как по записи числа в системе с основанием  $p$  определить, что оно делится на  $p^2$ ?

## ПЕРЕВОД ИЗ ДЕСЯТИЧНОЙ В ЛЮБУЮ

10 → 5

$$\begin{array}{r|l} 194 & 5 \\ \hline 190 & 38 \\ \hline 4 & 35 \\ & 7 \\ & 5 \\ & 1 \\ & 0 \\ & 1 \end{array}$$

$$194 = 1234_5$$



Как перевести в систему с основанием 8?

Делим число на  $p$ , отбрасывая остаток на каждом шаге, пока не получится 0. Затем надо выписать найденные остатки в обратном порядке.

## АЛГОРИТМ ПЕРЕВОДА ЦЕЛОЙ ЧАСТИ ВЕЩЕСТВЕННОГО ЧИСЛА ИЗ ДЕСЯТИЧНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ДРУГУЮ ПОЗИЦИОННУЮ СИСТЕМУ

1. Целую часть числа ( $N$ ) разделить нацело на  $p$  с остатком. Записать частное и остаток.
2. Если частное больше  $p$ , разделить его на  $p$  и записать частное и остаток
3. Повторять пункт 2 до тех пор, пока частное не станет меньше  $p$

**В новой системе счисления целая часть будет записываться из последнего частного, которое будет цифрой старшего разряда, и всех остатков, записанных в порядке обратном порядку их получения.**

## ПЕРЕВЕСТИ ИЗ ДЕСЯТИЧНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

**10 → 5**

**256;114;17;354;1265**

**10 → 8**

**64;112;27;364;2265**

**10 → 3**

**999;1205;1702;3541;3265**

**10 → 7**

**261;141;17;354;1265**

## ЗАДАЧИ

**Задача:** в некоторой системе счисления число 71 записывается как « $56_x$ »? Определите основание системы счисления  $X$ .

$$71 = 56_x$$

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

**Задача:** в некоторой системе счисления число 71 записывается как « $56_x$ »? Определите основание системы счисления  $X$ .

$$71 = 56_x$$

- в записи есть цифра 6, поэтому  $X > 6$
- переводим правую часть в десятичную систему

$$56_x = 5 \cdot X^1 + 6 \cdot X^0 = 5 \cdot X + 6$$

- решаем уравнение

$$71 = 5 \cdot X + 6$$

$$X = 13$$

## ЗАДАЧИ

**Задача:** в некоторой системе счисления число 71 записывается как « $155_x$ »? Определите основание системы счисления  $X$ .

$$71 = 155_x$$

- в записи есть цифра 5, поэтому  $X > 5$
- переводим правую часть в десятичную систему

$$155_x = 1 \cdot X^2 + 5 \cdot X^1 + 5 \cdot X^0 + 5 \cdot X^0 + 5$$

- решаем уравнение

$$71 = X^2 + 5 \cdot X + 5$$

$$X = 6$$

$$X \neq -11$$

## ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ

1. В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 27 записывается в виде 30. Укажите это основание.
2. В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 13 записывается в виде 111. Укажите это основание.
3. В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 12 записывается в виде 110. Укажите это основание.
4. В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 129 записывается в виде 1004. Укажите это основание.
5. В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 30 записывается в виде 110. Укажите это основание.

## ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ

1. Запись числа  $210_5$  в системе счисления с основанием  $N$  выглядит так  $313_N$ .  
Укажите основание  $N$  этой системы счисления
2. Запись числа  $65_8$  в системе счисления с основанием  $N$  выглядит так  $311_N$ .  
Укажите основание  $N$  этой системы счисления
3. Чему равно число  $x$ , если выполнено равенство  $25_x + 17_{2x} = 13_{5x}$

## ЗАДАЧИ

**Задача:** найдите все основания систем счисления, в которых запись десятичного числа 24 оканчивается на 3.

$$24 = k \cdot X + 3$$

$$21 = k \cdot X \quad X = \del{3}, 7, 21$$

## ЗАДАЧИ

**Задача:** найдите все десятичные числа,  
не превосходящие 40, запись которых в системе  
счисления с основанием 4 оканчивается на 11.

$$N = k \cdot 4^2 + 1 \cdot 4 + 1 = k \cdot 16 +$$

При  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$  получаем

$$N = 5, 21, 37, 53, \dots$$

## ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ

1. найдите все основания систем счисления, в которых запись десятичного числа 40 оканчивается на 7.
2. найдите все основания систем счисления, в которых запись десятичного числа 17 оканчивается на 5.
3. найдите все основания систем счисления, в которых запись десятичного числа 42 оканчивается на 6.
4. Найдите все основания системы счисления, в которых запись числа 29 оканчивается на 5.
5. Найдите все десятичные числа, не превосходящие 25, запись которых в двоичной системе счисления оканчивается на 101

## ЗАДАЧИ

**Задача:** Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О и У, записаны в алфавитном порядке. Вот начало списка:

- |          |       |          |
|----------|-------|----------|
| 1. ААААА | А → 0 | 1. 00000 |
| 2. ААААО | О → 1 | 2. 00001 |
| 3. ААААУ | У → 2 | 3. 00002 |
| 4. АААОА |       | 4. 00010 |
| 5. ...   |       | 5. ...   |

в троичной системе!

Найдите слово, которое стоит на 140-м месте от начала списка.

на 1-м месте: 0

на 140-м месте:

139  Сколько всего?

$$139 = 12011_3$$

↓  
ОУАОО

## ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ

Все 5-буквенные слова, состоящие из букв А,О,У, записаны в алфавитном порядке.  
Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААО
3. ААААУ
4. АААОУ

Выполните следующие задания:

- А) определите, сколько всего слов в списке;
- Б) укажите слова, которые стоят на 101-м, 125-м, 170-м и 210-м местах
- В) укажите порядковые номера слов ОАОАО, УАУАУ, АОУОА, УОАОУ
- Г) укажите номер первого и последнего слова, которое начинается с буквы О

## ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ

Все 5-буквенные слова, состоящие из букв А,К,Р, У, записаны в алфавитном порядке. Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААК
3. ААААР
4. ААААУ
5. АААКА

Выполните следующие задания:

- А) определите, сколько всего слов в списке;
- Б) укажите слова, которые стоят на 150-м, 250-м, 350-м и 450-м местах
- В) укажите порядковые номера слов АКУРА, КАРАУ, РУКАА, УКАРА, УРАКА
- Г) укажите номер первого и последнего слова, которое начинается с буквы Р

## ДРОБНЫЕ ЧИСЛА

$$0,6375 = 6 \cdot 0,1 + 3 \cdot 0,01 + 7 \cdot 0,001 + 5 \cdot 0,0001$$

### Развёрнутая форма записи:

разряды: <sup>-1</sup> <sup>-2</sup> <sup>-3</sup> <sup>-4</sup>

$$0,6375 = 6 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} + 7 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-4}$$

$$0,1234_5 = 1 \cdot 5^{-1} + 2 \cdot 5^{-2} + 3 \cdot 5^{-3} + 4 \cdot 5^{-4}$$

перевод в десятичную систему

### Схема Горнера:

$$0,6375 = 10^{-1} \cdot (6 + 10^{-1} \cdot (3 + 10^{-1} \cdot (7 + 10^{-1} \cdot 5)))$$

$$0,1234_5 = 5^{-1} \cdot (1 + 5^{-1} \cdot (2 + 5^{-1} \cdot (3 + 5^{-1} \cdot 4)))$$

перевод в десятичную систему

## ДРОБНЫЕ ЧИСЛА: ИЗ ДЕСЯТИЧНОЙ В ЛЮБУЮ

$$0,1234_5 = 5^{-1} \cdot (1 + 5^{-1} \cdot (2 + 5^{-1} \cdot (3 + 5^{-1} \cdot 4)))$$

$$5 \cdot (0,1234_5) = 1 + 5^{-1} \cdot (2 + 5^{-1} \cdot (3 + 5^{-1} \cdot 4))$$

целая часть

дробная часть

$$0, a_1 a_2 a_3 a_4 = p^{-1} \cdot (a_1 + p^{-1} \cdot (a_2 + p^{-1} \cdot (a_3 + p^{-1} \cdot a_4)))$$

$$p \cdot (0, a_1 a_2 a_3 a_4) = a_1 + p^{-1} \cdot (a_2 + p^{-1} \cdot (a_3 + p^{-1} \cdot a_4))$$



Как найти  $a_2$ ?

# ДРОБНЫЕ ЧИСЛА: ИЗ ДЕСЯТИЧНОЙ В ЛЮБУЮ

**10 → 5**

**0,9376**

Вычисления	Целая часть	Дробная часть
$0,9376 \cdot 5 = 4,688$	<b>4</b>	0,688
$0,688 \cdot 5 = 3,44$	<b>3</b>	0,44
$0,44 \cdot 5 = 2,2$	<b>2</b>	0,2
$0,2 \cdot 5 = 1$	<b>1</b>	0

**$0,9376 = 0,4321_5$**

## АЛГОРИТМ ПЕРЕВОДА ДРОБНОЙ ЧАСТИ ВЕЩЕСТВЕННОГО ЧИСЛА

1. Дробную часть числа ( $M$ ) умножить на основание  $p$ .
2. Записать целую часть полученного числа в позицию с номером  $-1$ ;
3. Выделить дробную часть получившегося числа и умножить на  $p$ ;
4. Выделить целую часть числа и записать ее в следующей справа разряд дробной части.
5. Выполнять пункты 3-4 до тех пор, пока в дробной части не будет получен ноль или не будет достигнута требуемая точность, например пять знаков после запятой

Заметим, что при переводе числа из десятичной системы счисления в другую систему может получиться число с бесконечной дробной частью

## ДРОБНЫЕ ЧИСЛА: ИЗ ДЕСЯТИЧНОЙ В ЛЮБУЮ

**10 → 5** | **0,3**

**10 → 6** | **25,375**

**10 → 7** | **0,31**

**10 → 3** | **1**  
**215,305**

## ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ

1. Запишите число  $0,12321_4$  в развернутой форме и с помощью схемы Горнера
2. Перевидите число  $15,125$  в двоичную, четверичную, шестеричную и восьмеричную системы
3. Какие из этих чисел больше  $0,5$ ;  $0,011_2$ ;  $0,12_3$ ;  $0,21_4$ ;  $0,22_5$ ;  $0,25_6$ ;  $0,35_7$ ;  $0,35_8$ ?
4. Переведите числа  $11,125$ ;  $15,75$ ;  $22,6875$  и  $30,375$  в систему счисления с основанием 4

## ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Переведите из римской системы счисления: MDCXLIX, MMCDLXIV, CDXCI
2. Переведите в римскую систему счисления 103, 2067, 1951, 2019
3. Переведите в десятичную систему счисления:  $F2B4_{16}$ ,  $10100110_2$ ,  $2012011_3$ ,  $657_8$
4. Известно, что для целого числа  $x$  выполнено:  $33_{4+x} - 33_4 = 33_{10}$ . Определите значение  $x$ . Ответ запишите в десятичной системе счисления.
5. Запись числа 67 в системе счисления с основанием  $N$  оканчивается на 1 и содержит 4 цифры. Укажите основание  $N$  этой системы счисления

---

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ !!!

Контакты: к.т.н. Губанов В.С., преподаватель КМТ,  
e-mail: [gvs1819kmt@yandex.ru](mailto:gvs1819kmt@yandex.ru)