



# Тригонометрическая окружность.

Составитель: старший преподаватель  
Кафедры алгебры, геометрии и МПМ  
Приднестровского государственного университета  
Кимаковская Г.Н.

0-777-930-01

## **Содержание:**

- 1. Тригонометрический круг, определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса.**

## **Содержание:**

- 1. Тригонометрический круг, определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса.**
- 2. Знаки тригонометрических функций.**

## **Содержание:**

- 1. Тригонометрический круг, определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса.**
- 2. Знаки тригонометрических функций.**
- 3. Радианная мера измерения углов.**

## **Содержание:**

- 1. Тригонометрический круг, определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса.**
- 2. Знаки тригонометрических функций.**
- 3. Радианная мера измерения углов.**
- 4. Значения тригонометрических функций некоторых углов.**

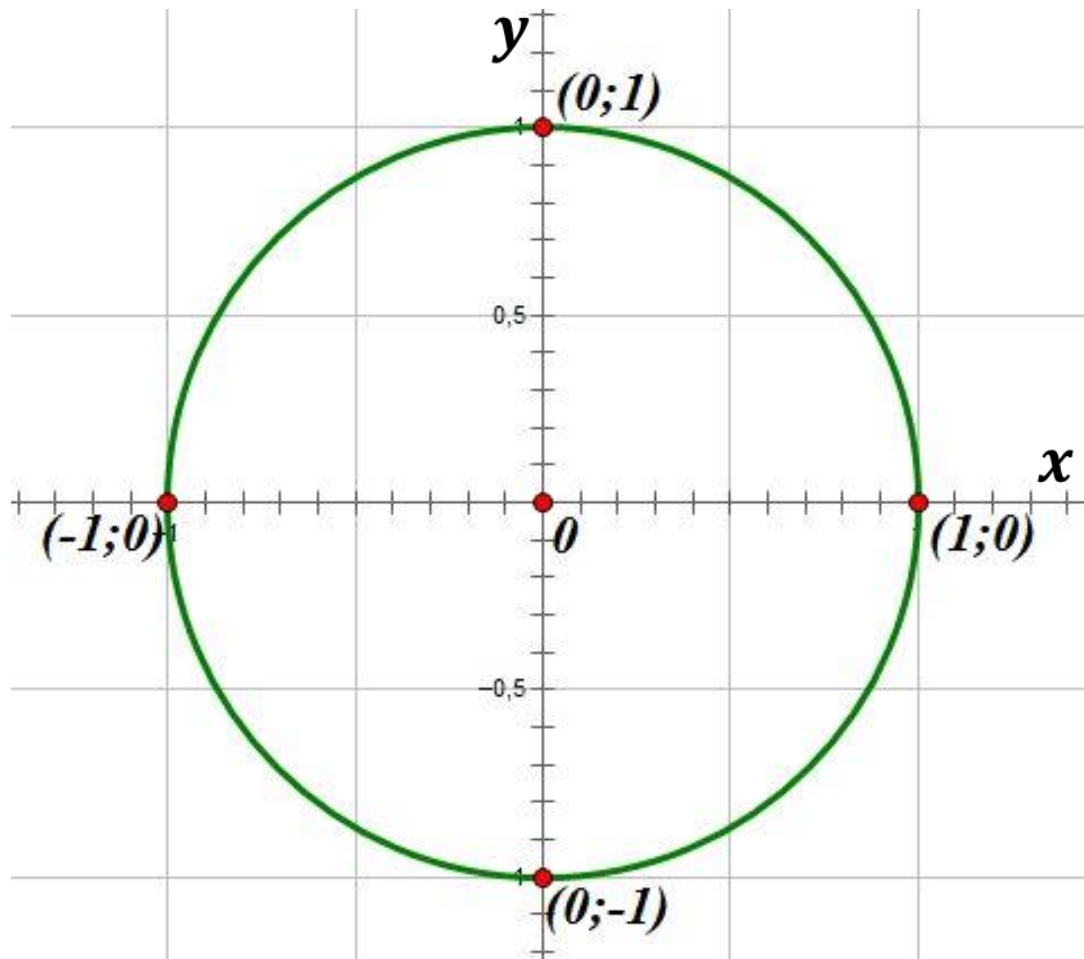
## **Содержание:**

- 1. Тригонометрический круг, определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса.**
- 2. Знаки тригонометрических функций.**
- 3. Радианная мера измерения углов.**
- 4. Значения тригонометрических функций некоторых углов.**
- 5. Формулы приведения.**

## **Содержание:**

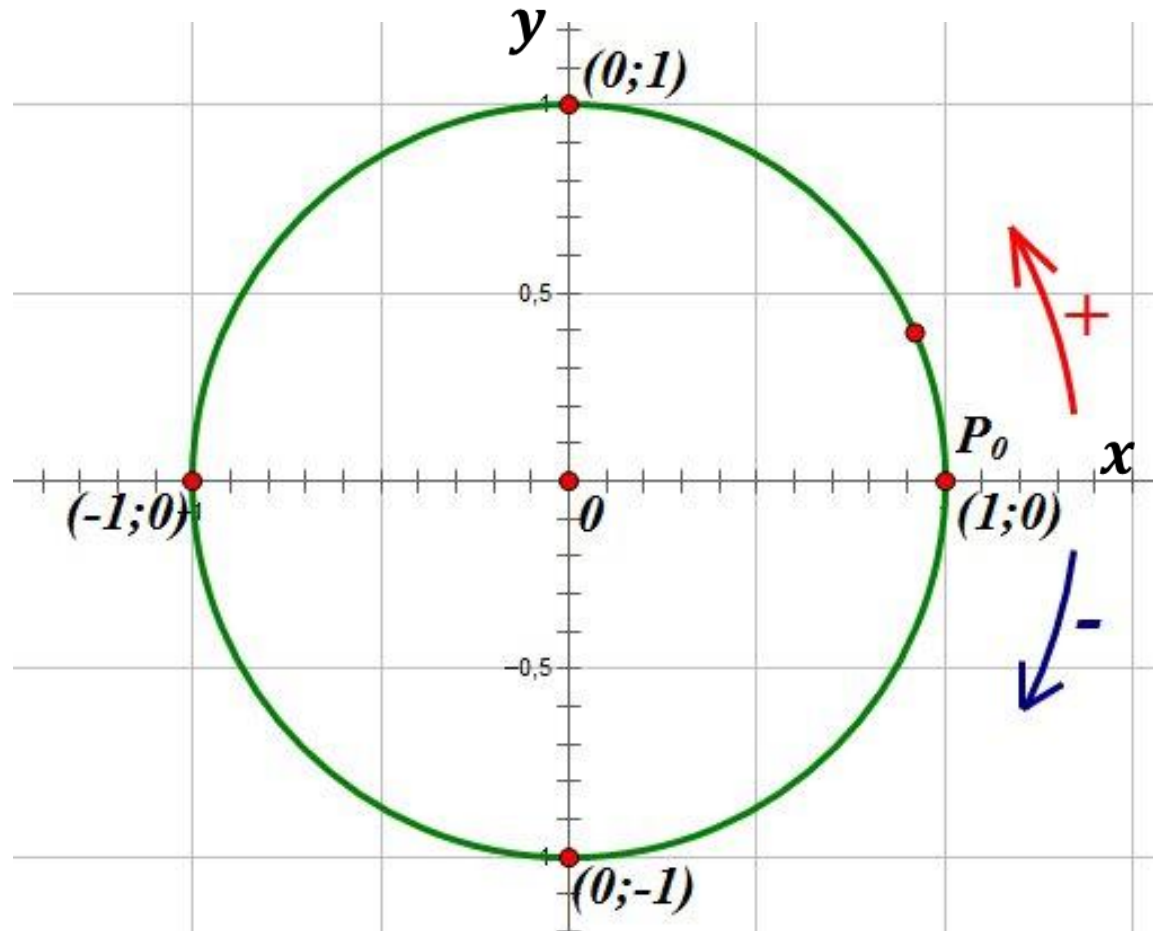
- 1. Тригонометрический круг, определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса.**
- 2. Знаки тригонометрических функций.**
- 3. Радианная мера измерения углов.**
- 4. Значения тригонометрических функций некоторых углов.**
- 5. Формулы приведения.**
- 6. Вычисление значений тригонометрических выражений.**

# Тригонометрический круг

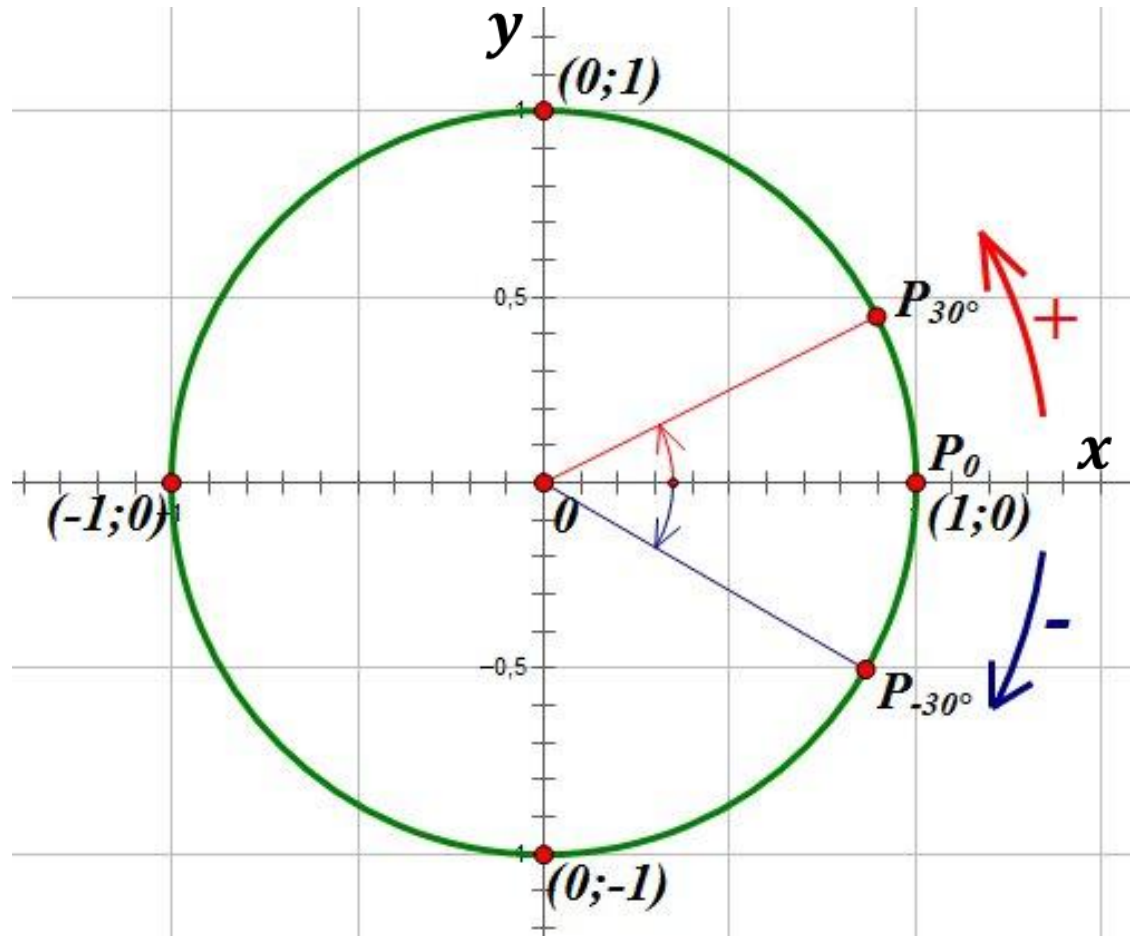




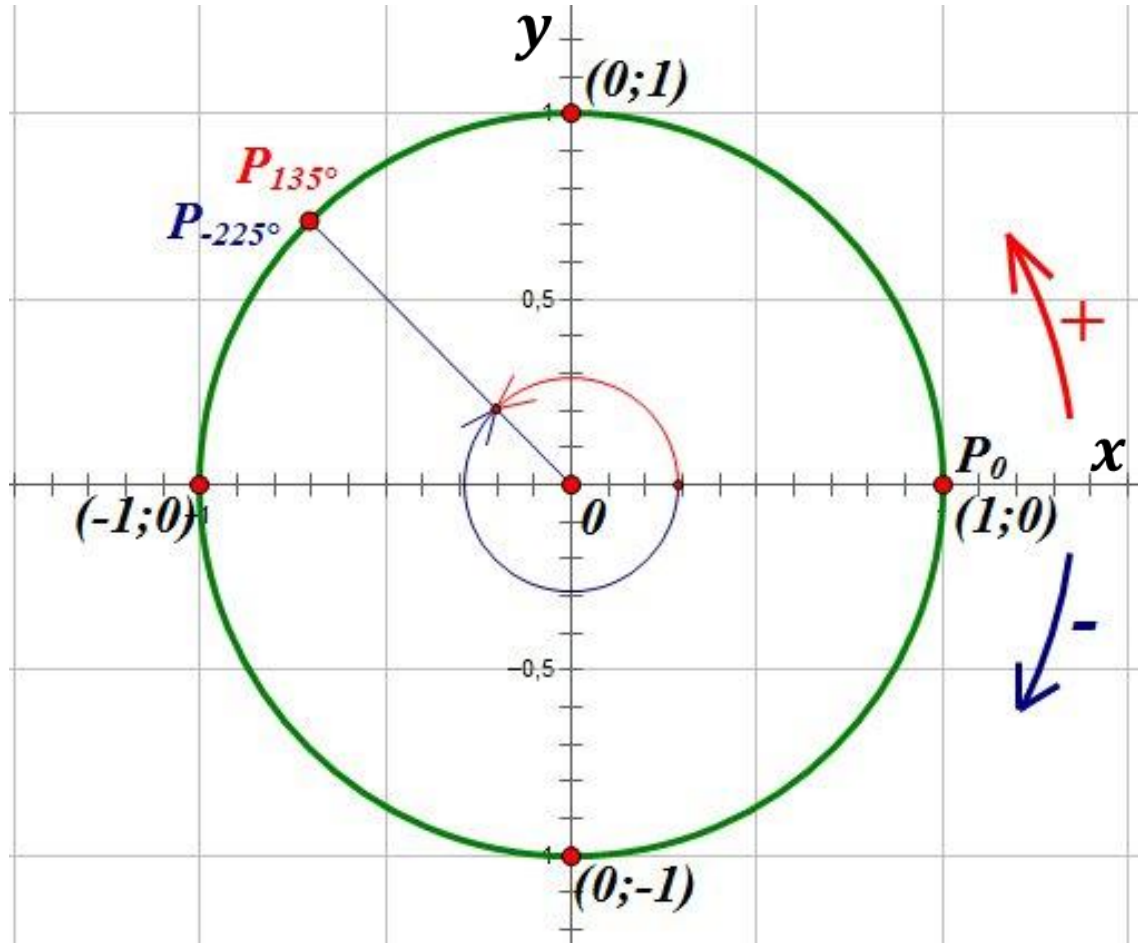
# Тригонометрический круг



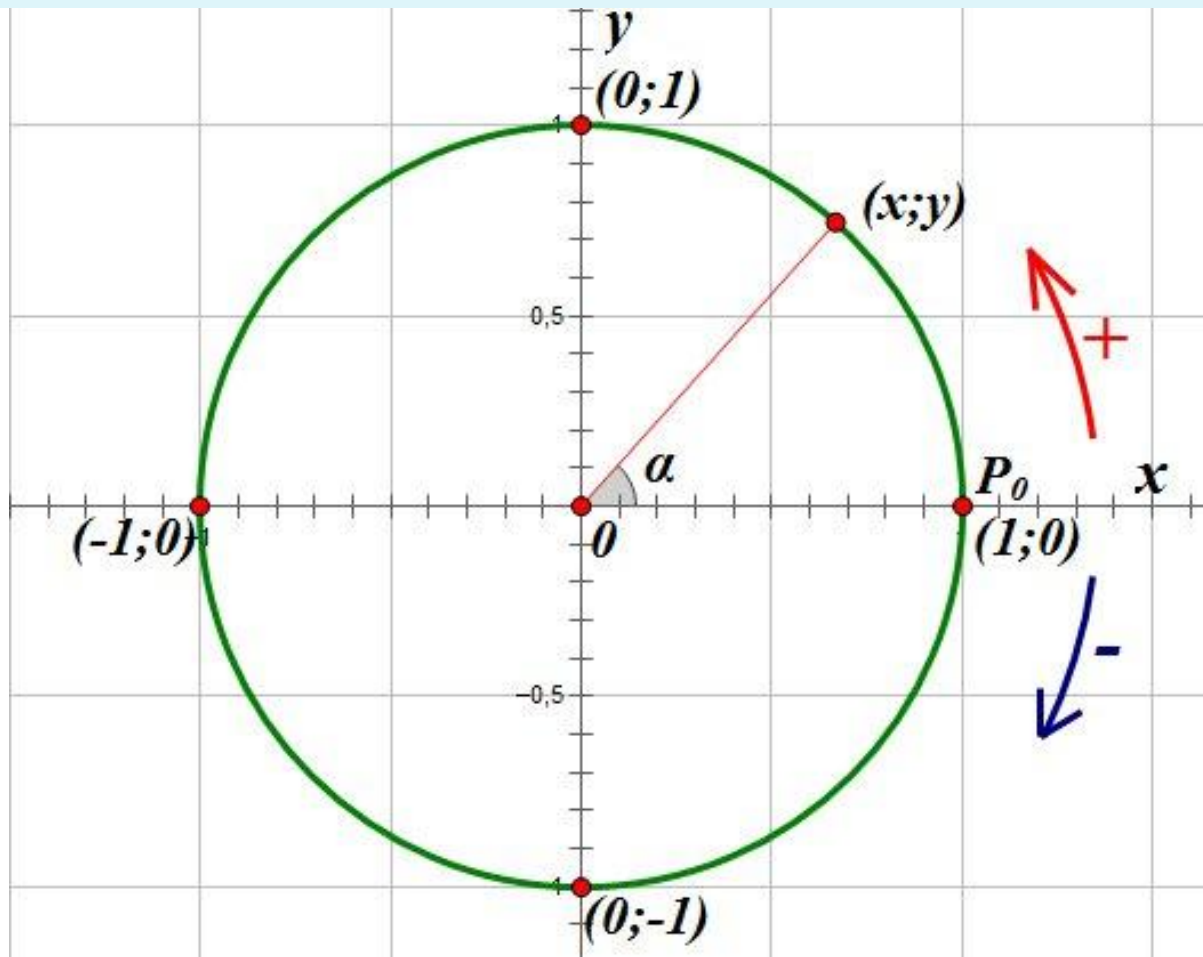
# Тригонометрический круг



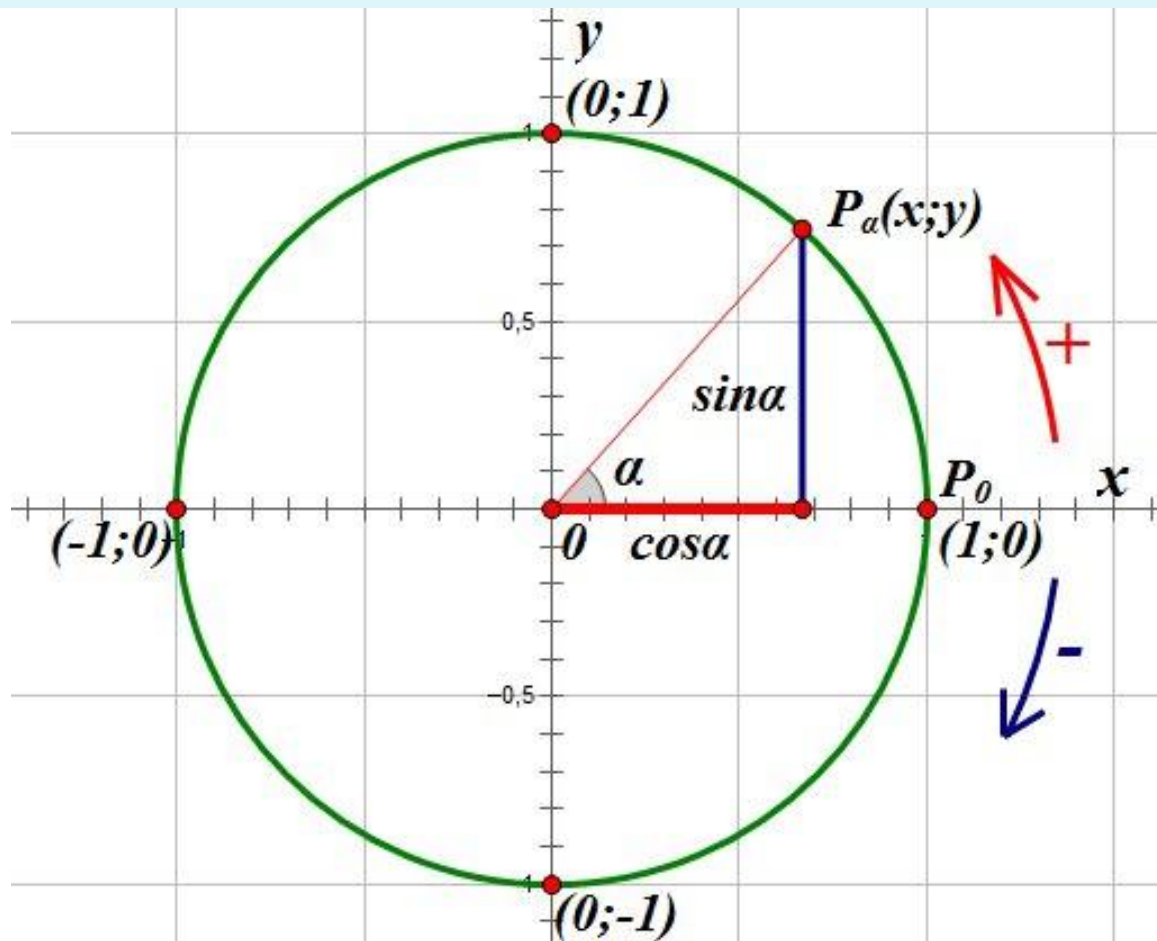
# Тригонометрический круг



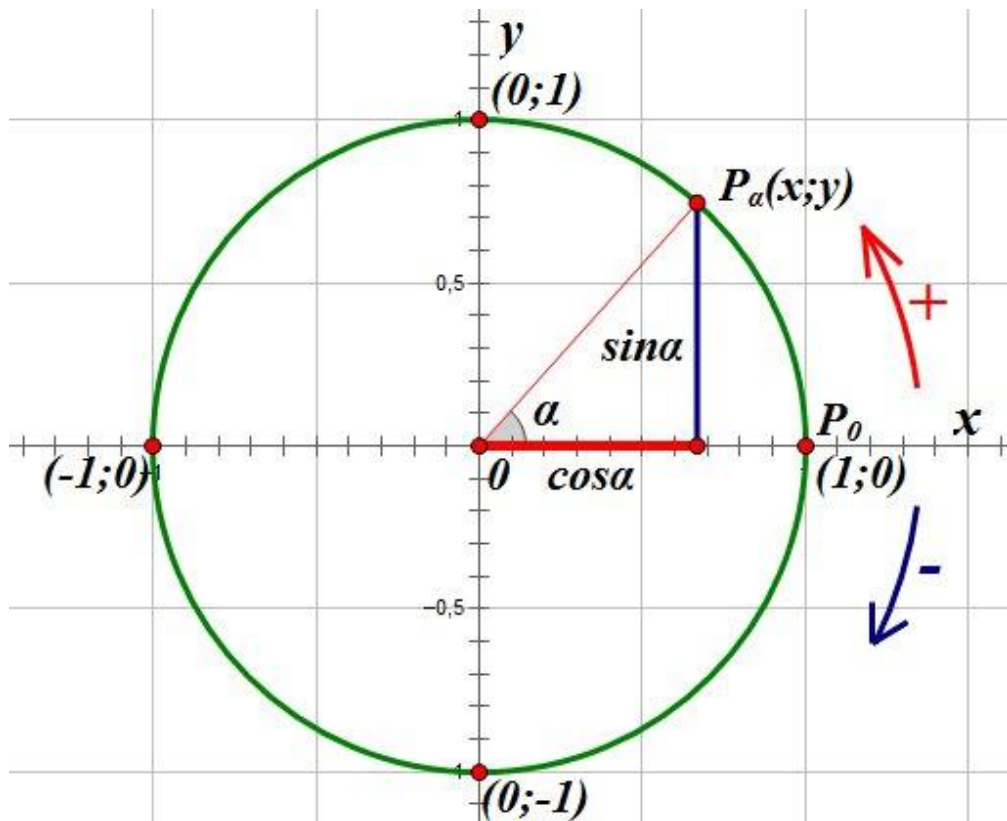
# Определение синуса и косинуса



# Определение синуса и косинуса



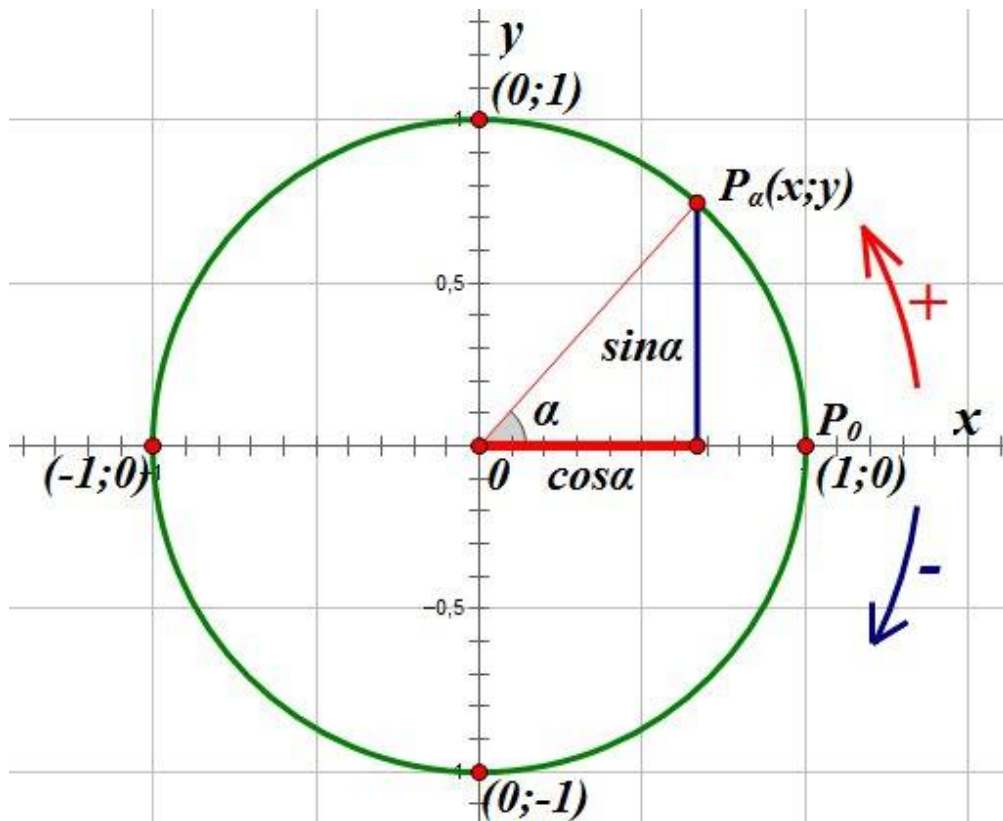
# Определение синуса и косинуса



**Синусом** угла  $\alpha$  ( $\sin \alpha$ ) называется **ордината** точки  $P_\alpha$  единичной окружности, полученной поворотом точки  $P_0$  на угол  $\alpha$ .

**Косинусом** угла  $\alpha$  ( $\cos \alpha$ ) называется **абсцисса** точки  $P_\alpha$  единичной окружности, полученной поворотом точки  $P_0$  на угол  $\alpha$ .

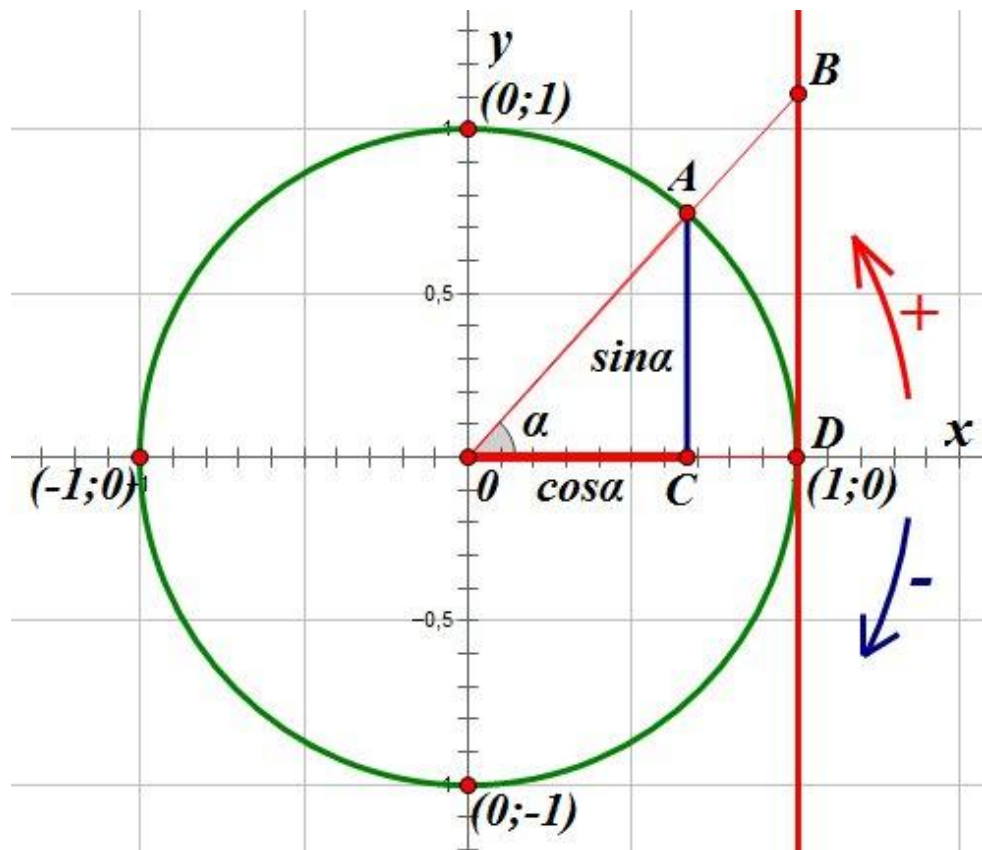
# Определение тангенса и котангенса



**Тангенсом** угла  $\alpha$  ( $tg\alpha$ )  
называется **отношение**  
$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

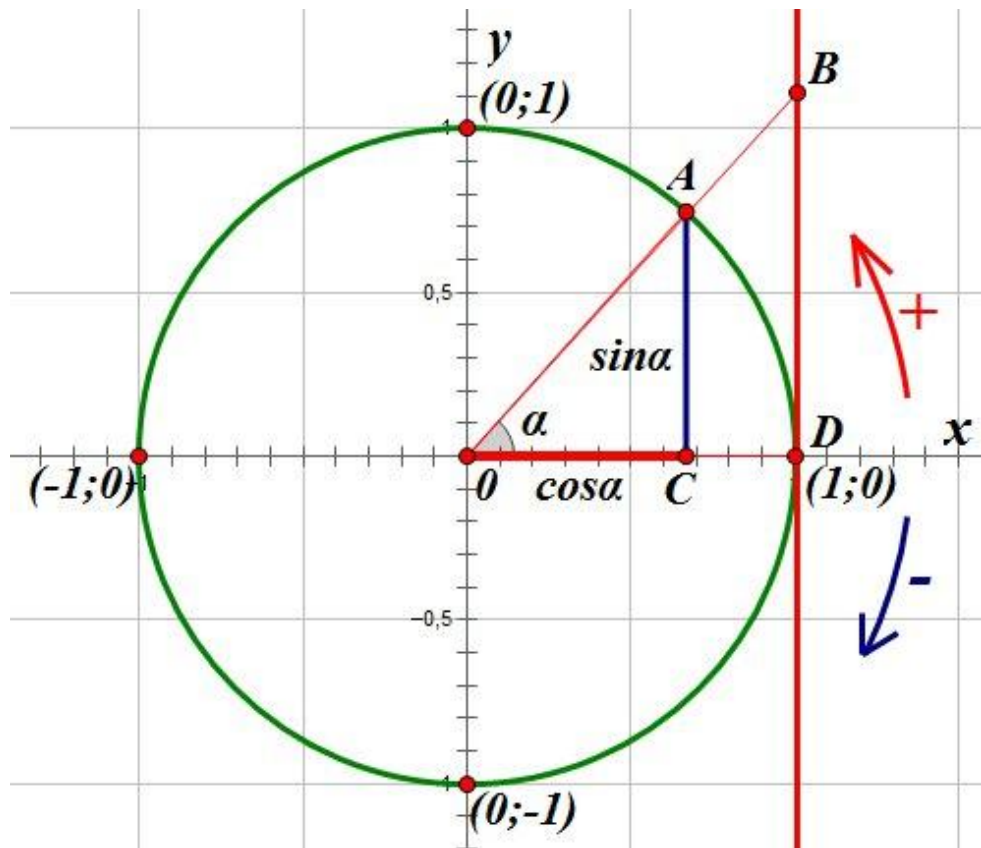
**Котангенсом** угла  $\alpha$  ( $ctg\alpha$ )  
называется **отношение**  
$$ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

# Линия тангенса



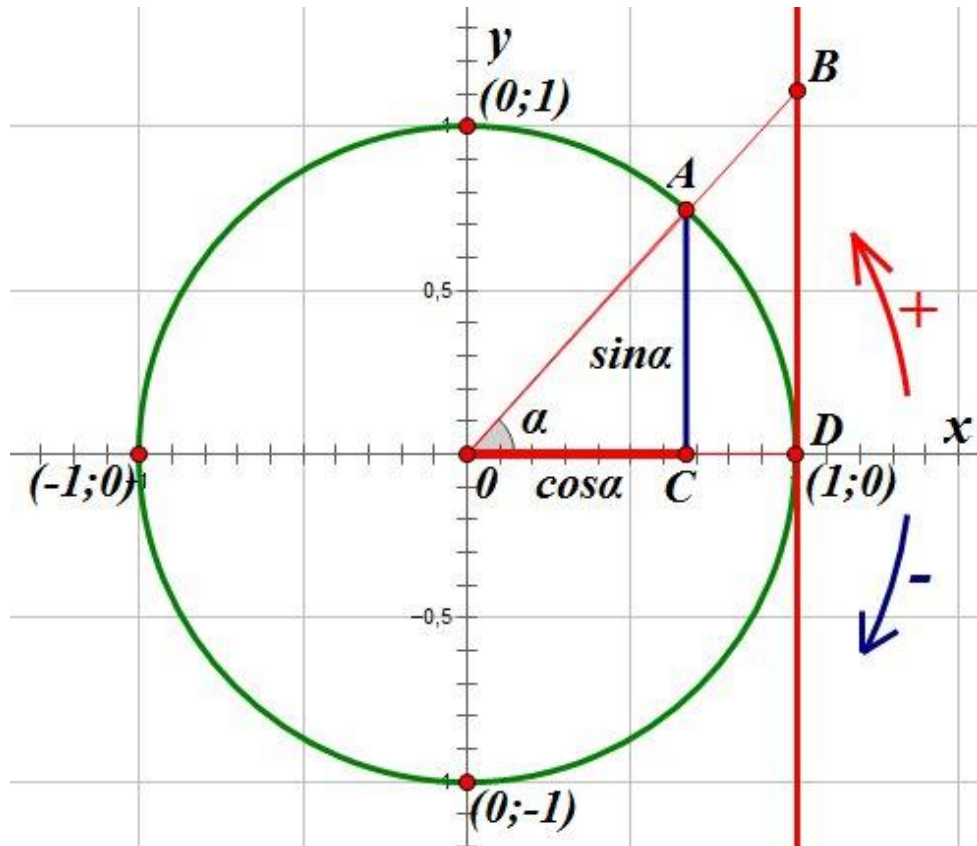


# Линия тангенса



$$\Delta AOC \sim \Delta BOD$$

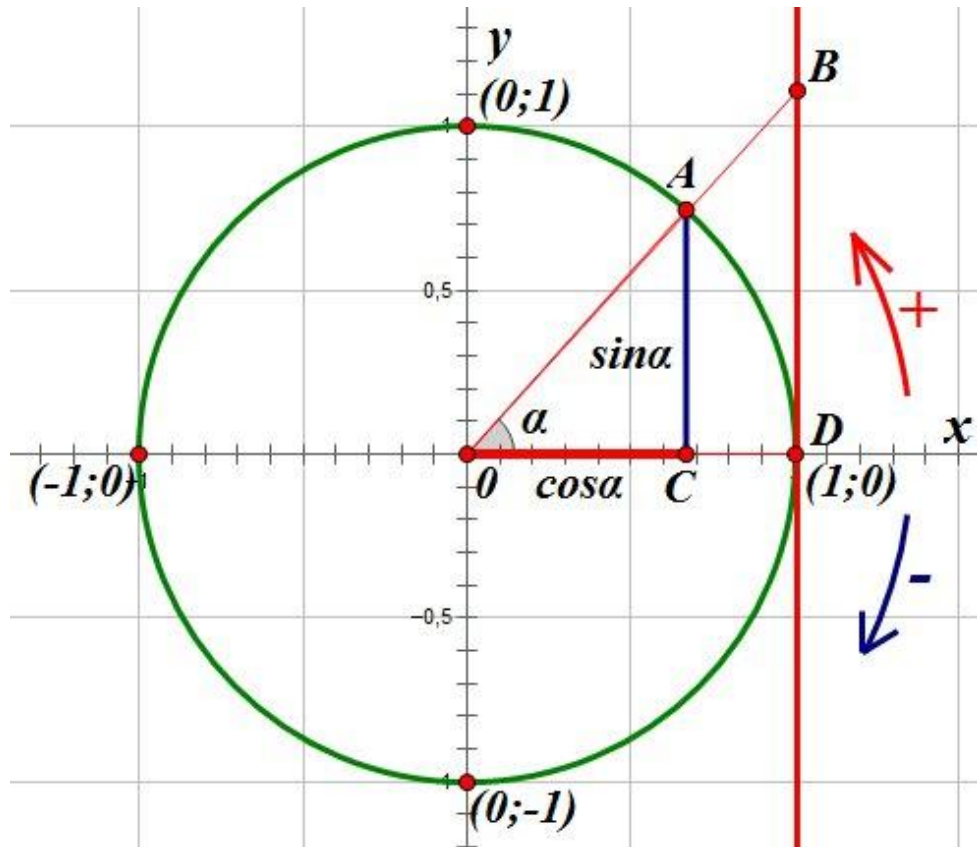
# Линия тангенса



$$\triangle AOC \sim \triangle BOD$$

$$\frac{BD}{OD} = \frac{AC}{OC} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$$

# Линия тангенса



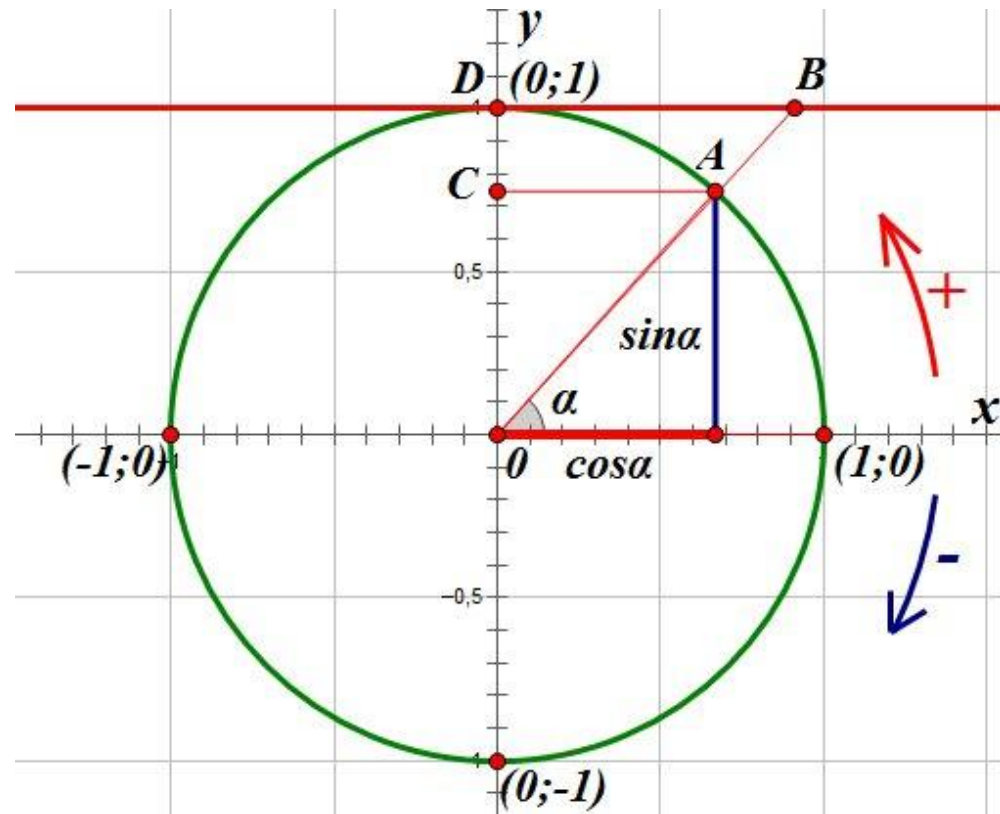
$$\Delta AOC \sim \Delta BOD$$

$$\frac{BD}{OD} = \frac{AC}{OC} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$$

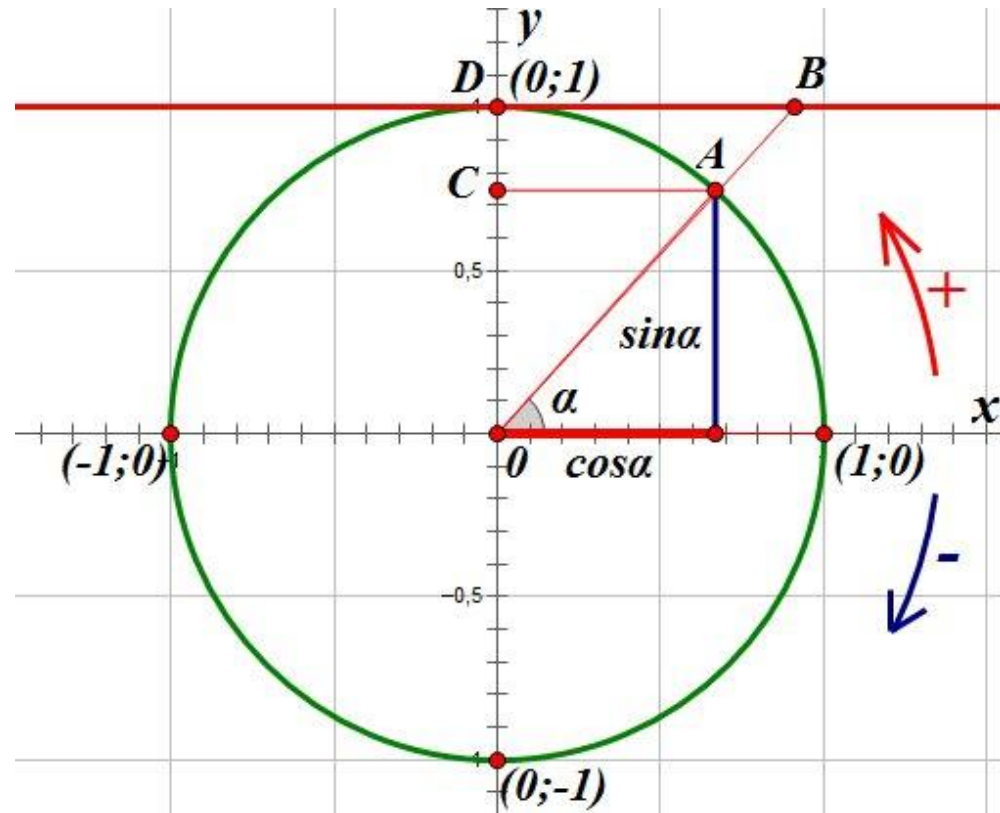
$$OD = 1$$

$$BD = \operatorname{tg} \alpha$$

# Линия котангенса

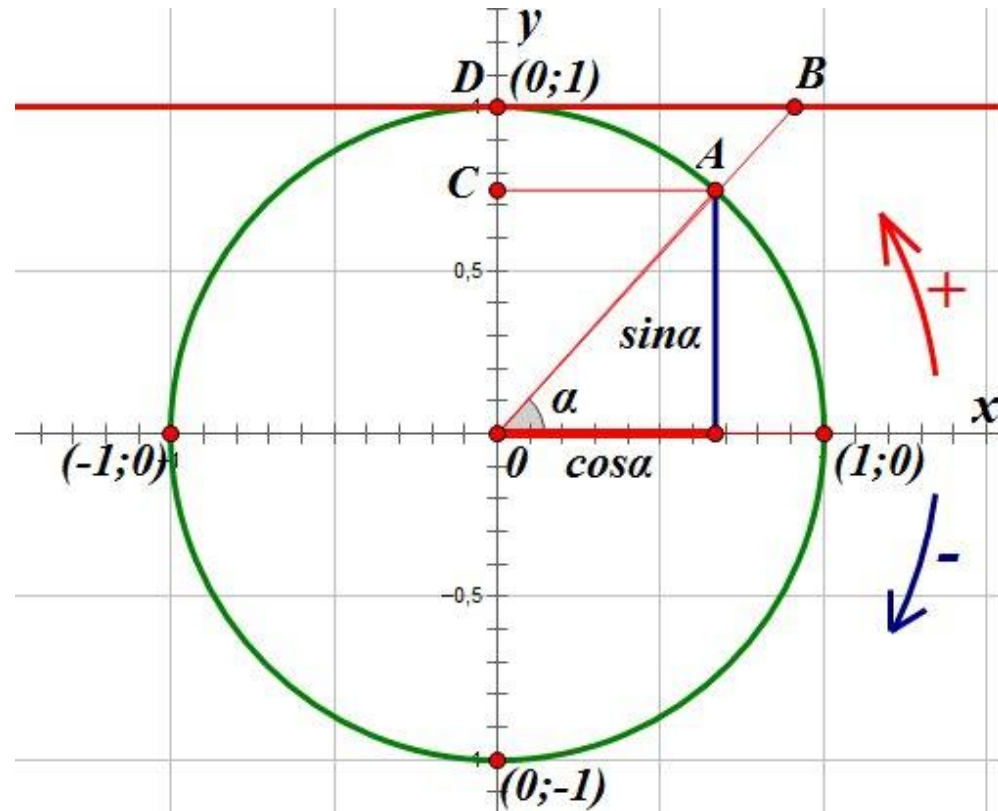


# Линия котангенса



$$\Delta AOC \sim \Delta BOD$$

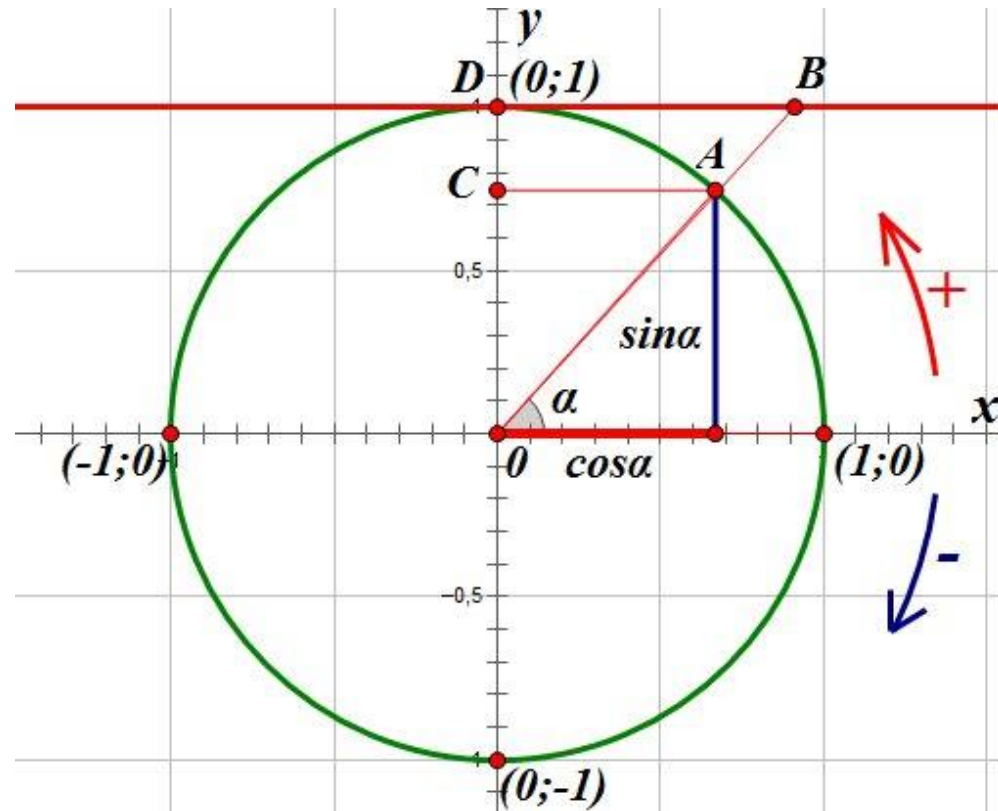
# Линия котангенса



$$\Delta AOC \sim \Delta BOD$$

$$\frac{BD}{OD} = \frac{AC}{OC} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha$$

# Линия котангенса

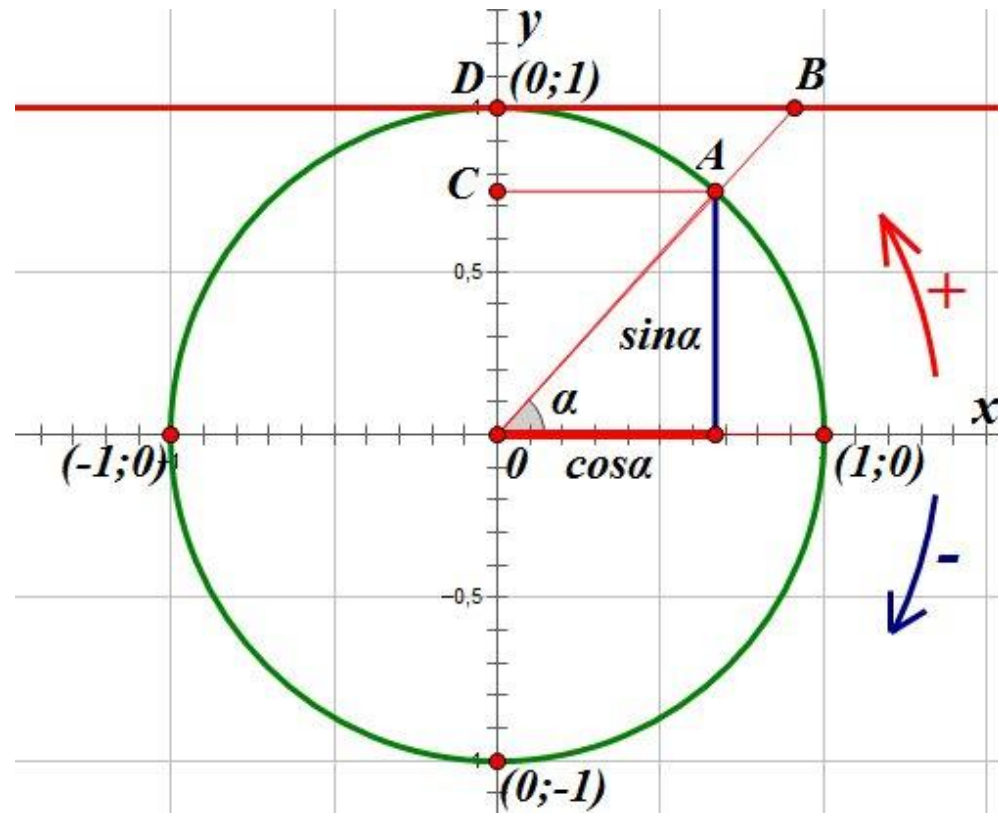


$$\Delta AOC \sim \Delta BOD$$

$$\frac{BD}{OD} = \frac{AC}{OC} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha$$

$$OD = 1$$

# Линия котангенса



$$\Delta AOC \sim \Delta BOD$$

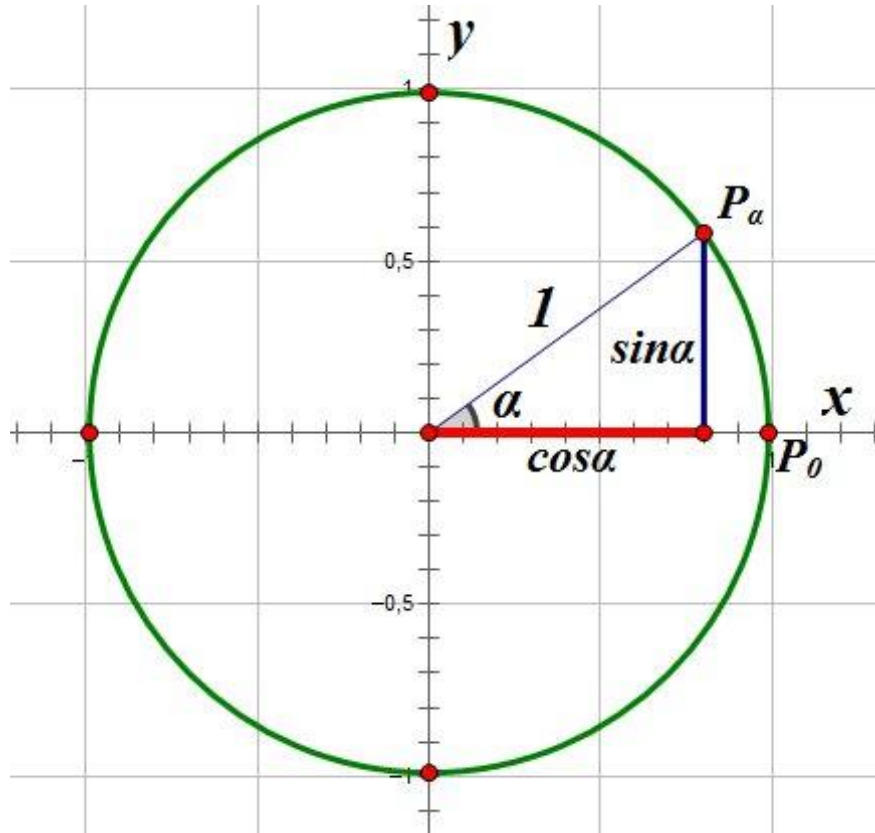
$$\frac{BD}{OD} = \frac{AC}{OC} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = ctg \alpha$$

$$OD = 1$$

$$BD = ctg \alpha$$

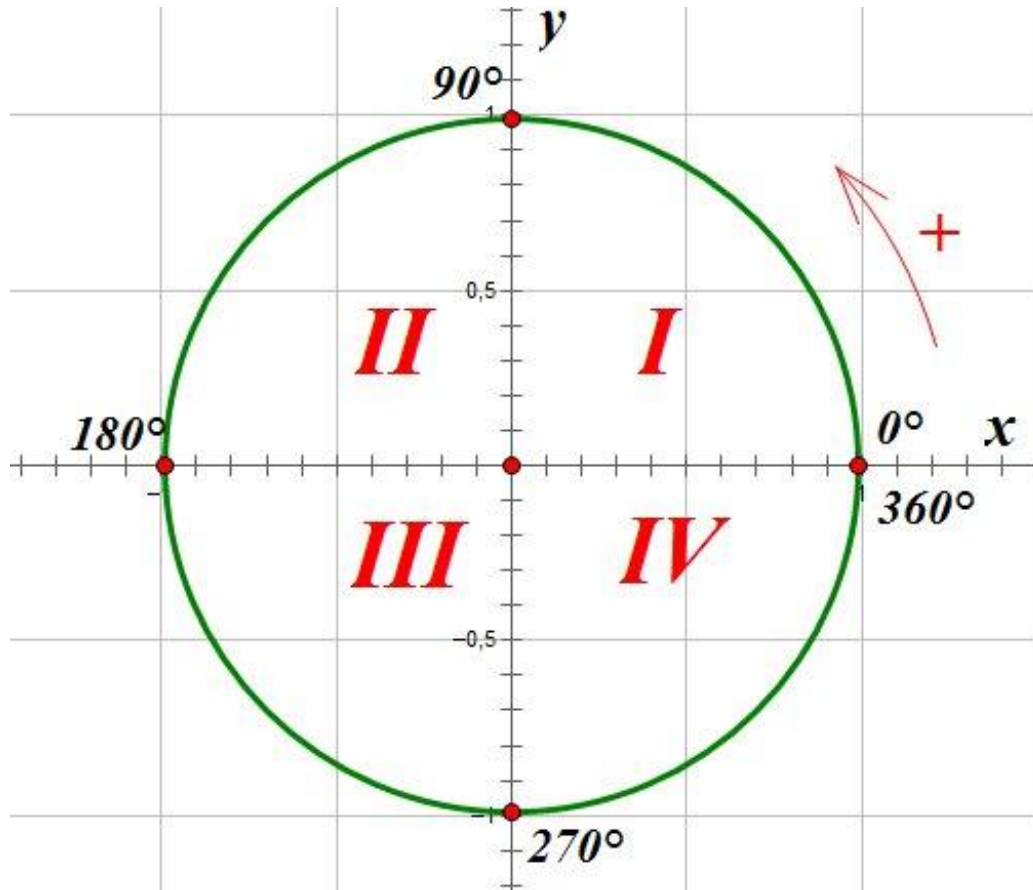


# Основное тригонометрическое тождество

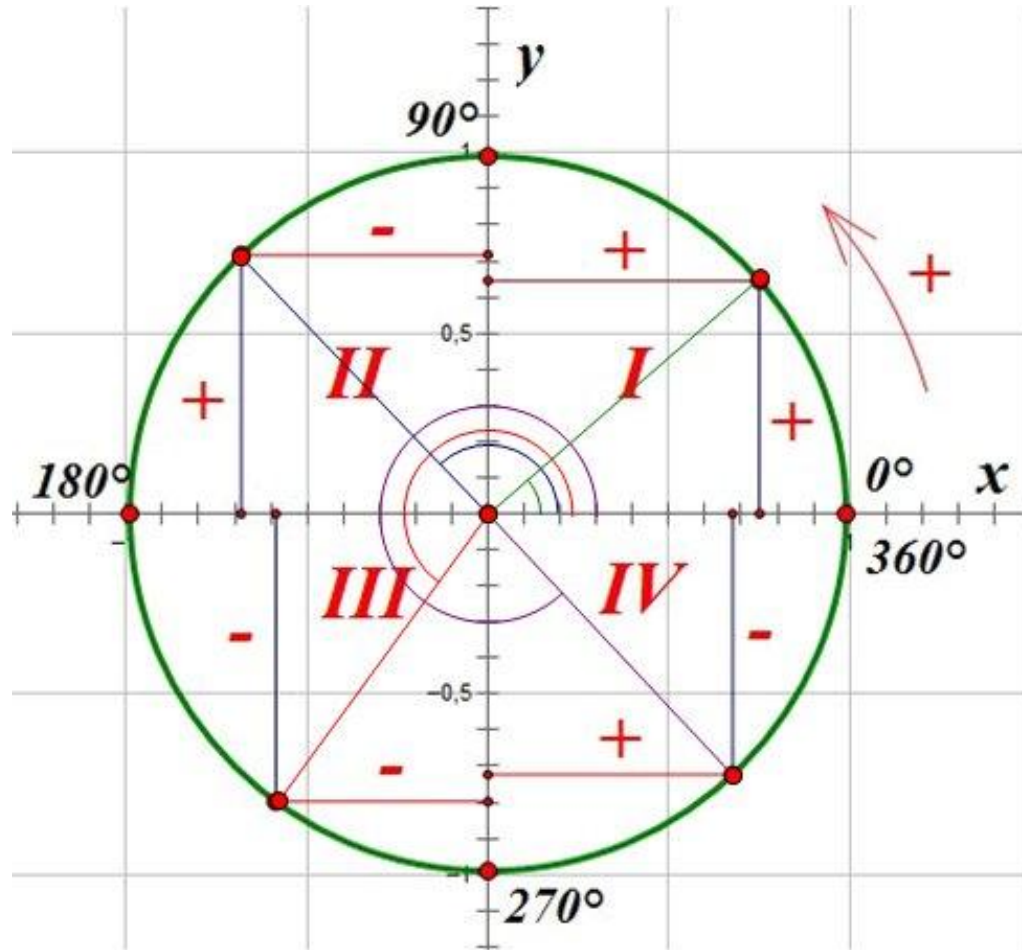


$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

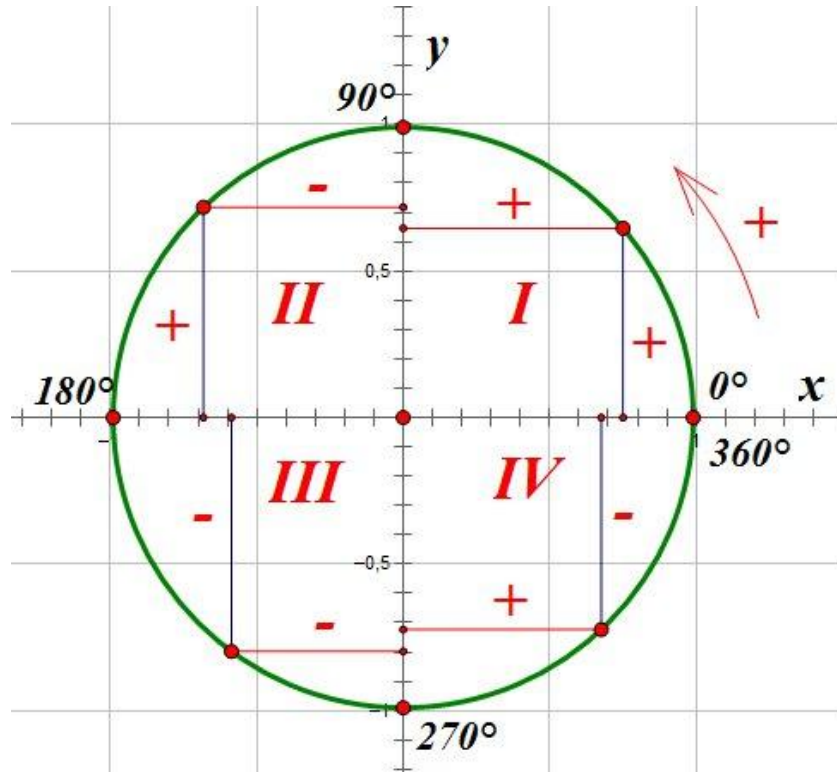
# Тригонометрические четверти



# Знаки тригонометрических функций

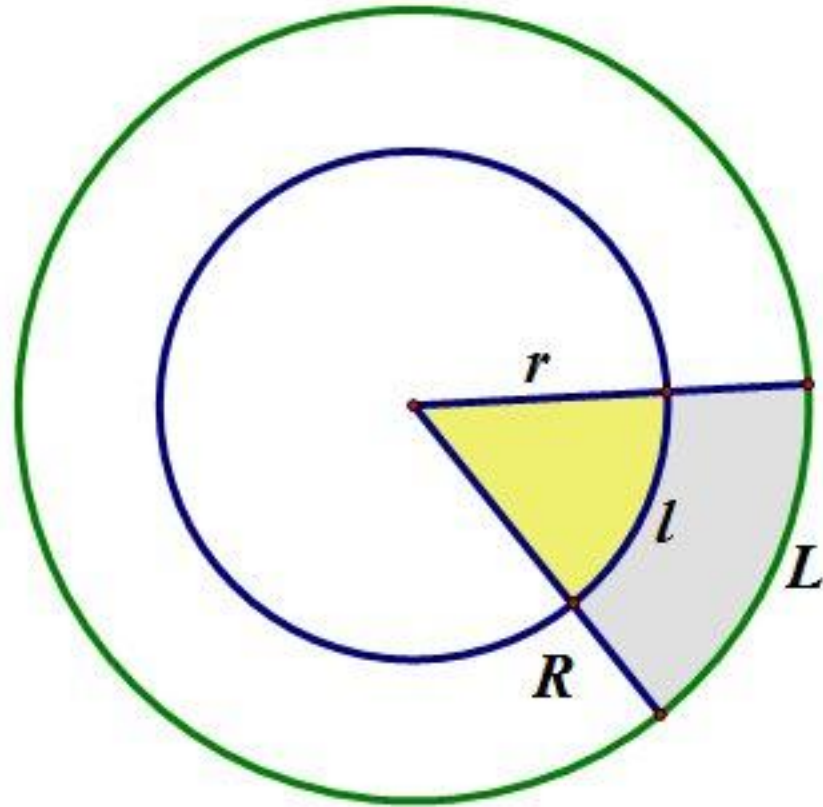


# Знаки тригонометрических функций

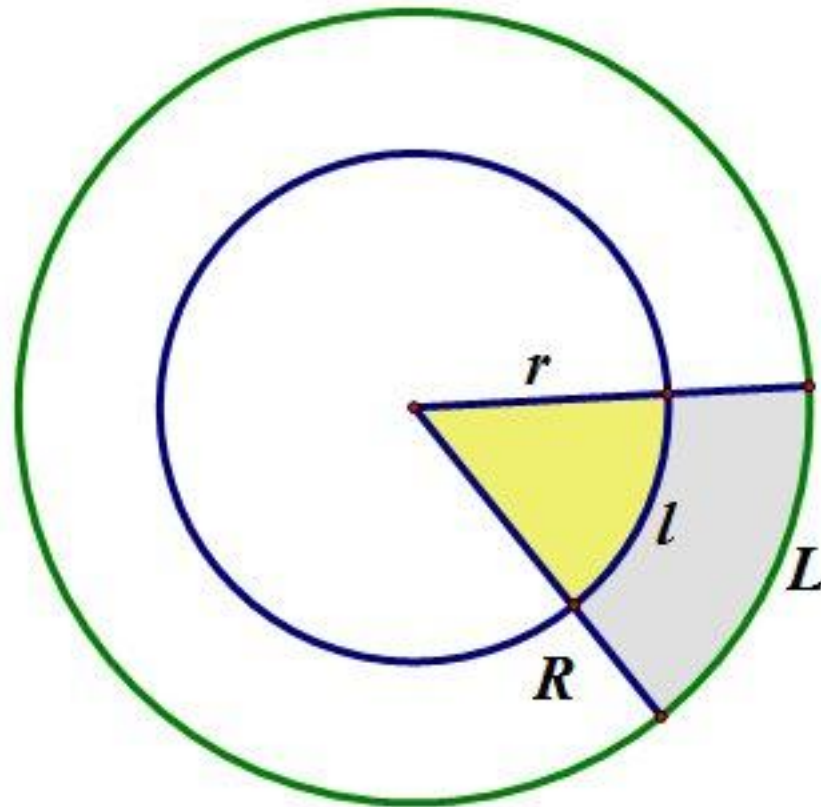


# Радианная мера измерения углов

# Радианная мера измерения углов

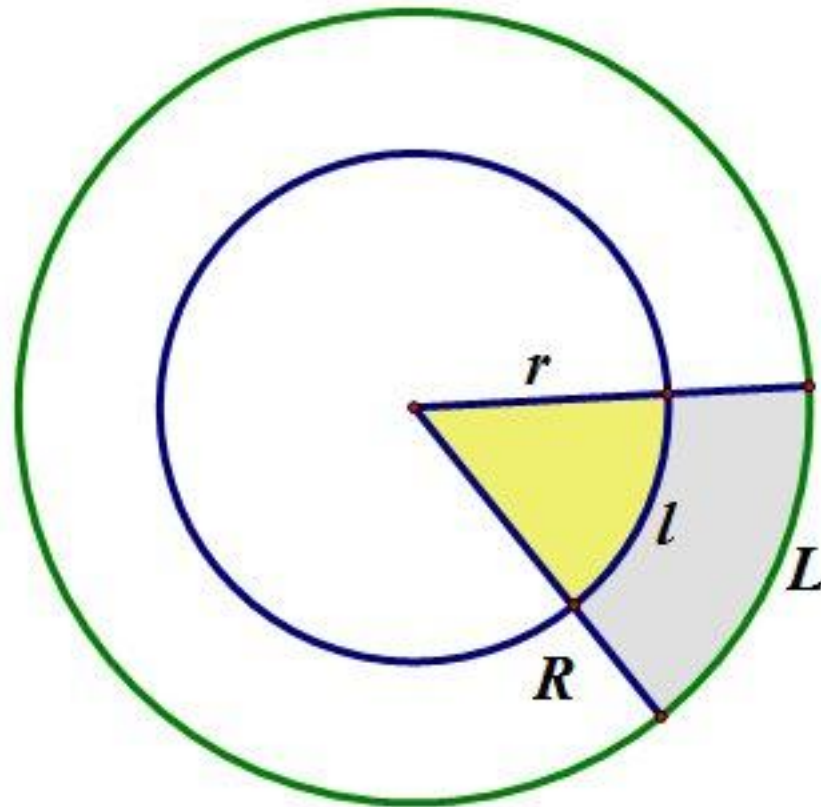


# Радианная мера измерения углов



$$\frac{R}{L} = \frac{r}{l}$$

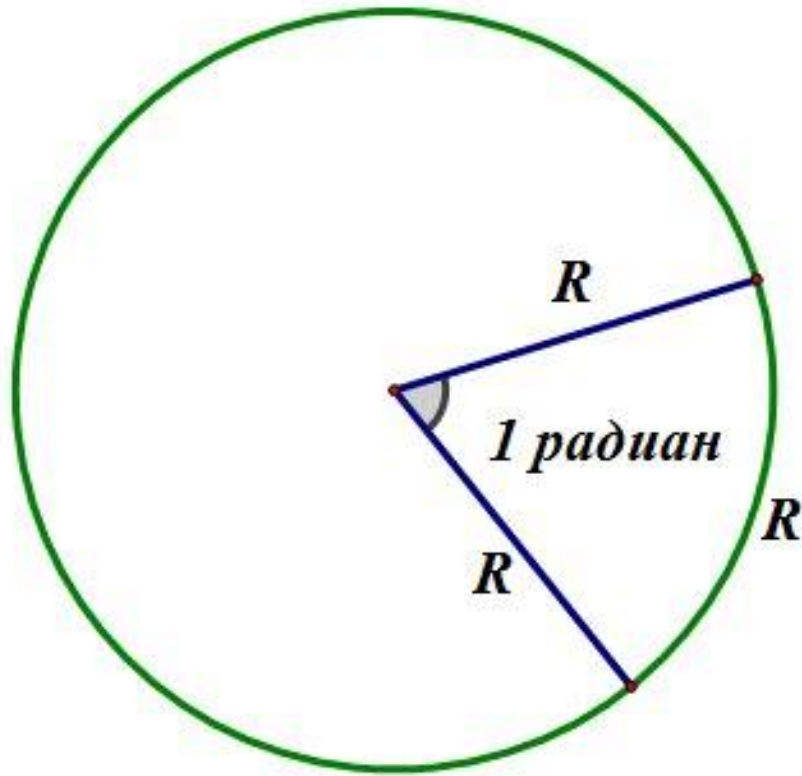
# Радианная мера измерения углов



$$\frac{R}{L} = \frac{r}{l} = 1$$

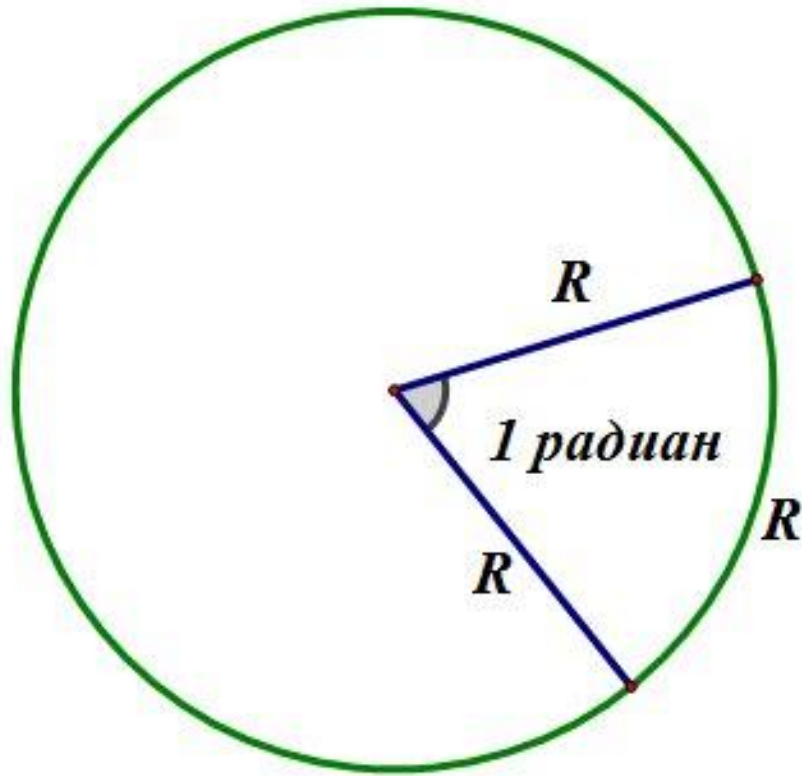


# Радианная мера измерения углов



**1 радиан** – это  
величина  
центрального угла,  
который опирается  
на дугу, равную  
радиусу

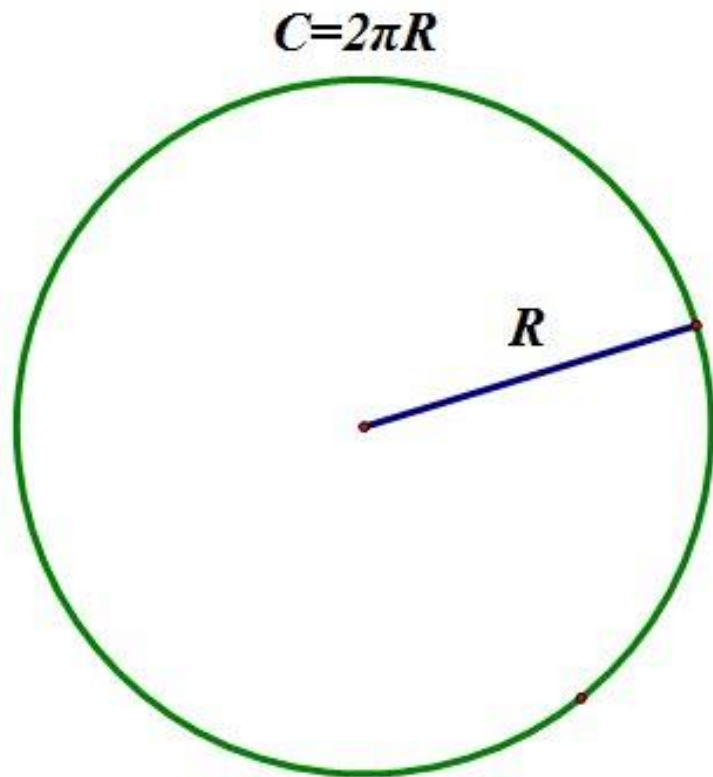
# Радианная мера измерения углов



**1 радиан** – это величина центрального угла, который опирается на дугу, равную радиусу.

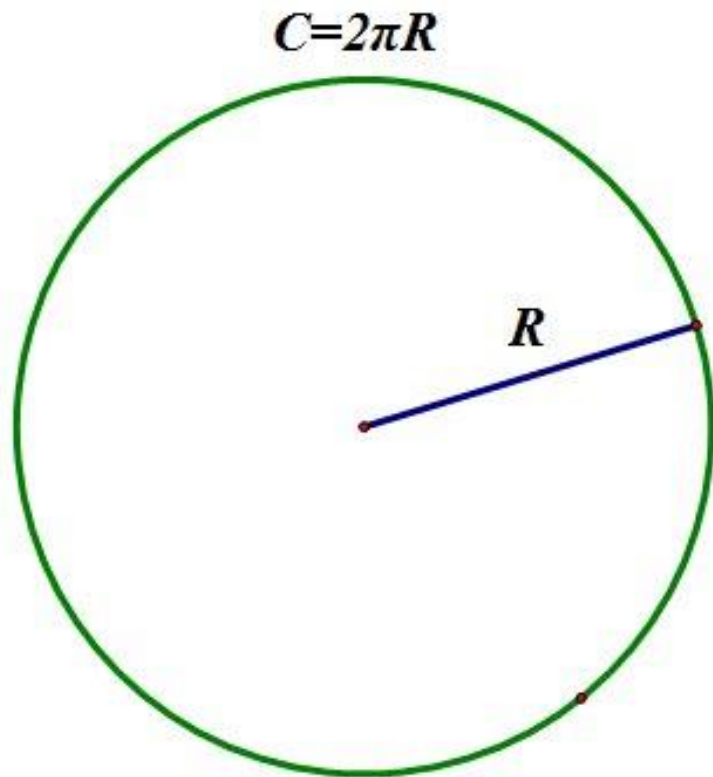
**1 радиан** – это угловая величина дуги, длина которой равна радиусу.

# Соотношение между радианной и градусной мерами измерения углов



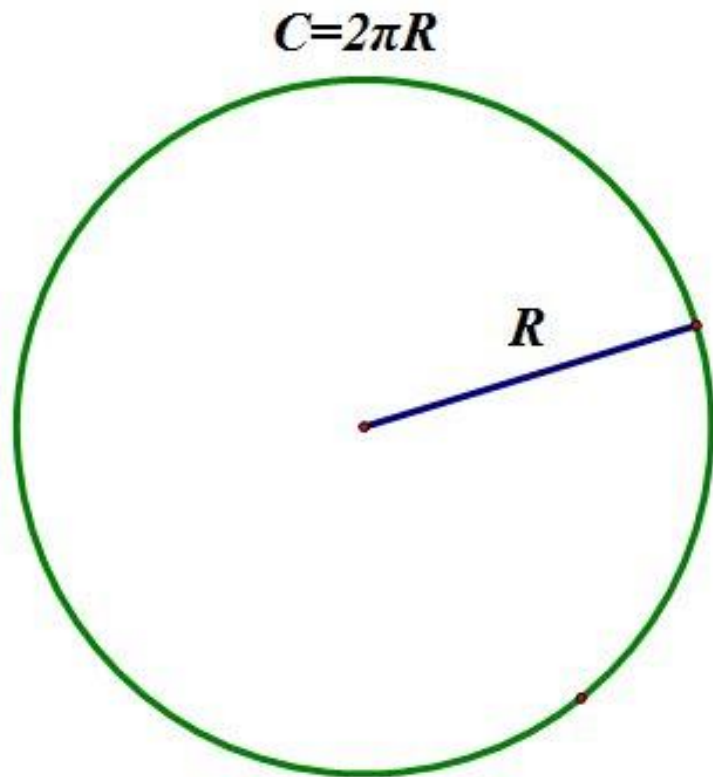
Длина окружности  $C = 2\pi \cdot R$

# Соотношение между радианной и градусной мерами измерения углов



Длина окружности  $C = 2\pi \cdot R$   
 $2\pi - 360^\circ$

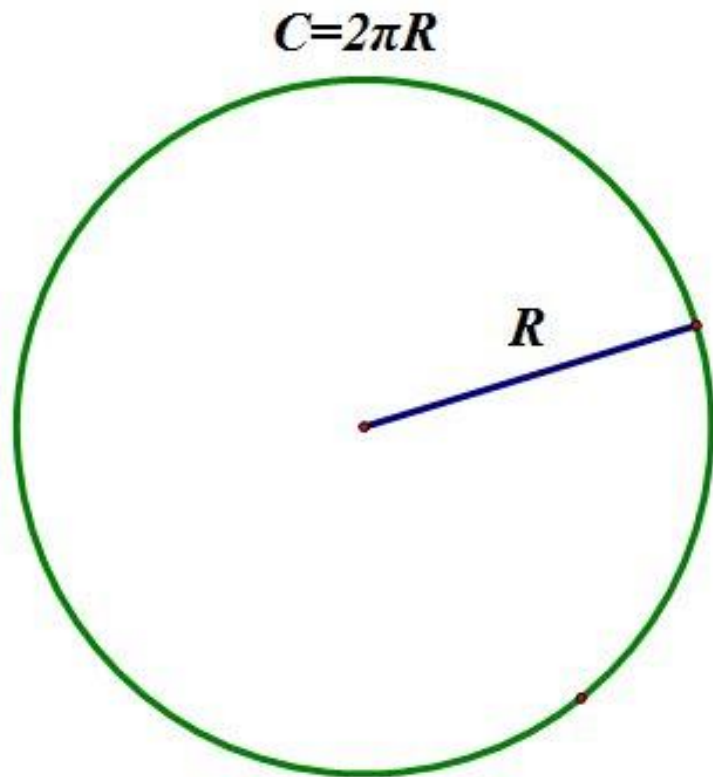
# Соотношение между радианной и градусной мерами измерения углов



Длина окружности  $C = 2\pi \cdot R$   
 $2\pi - 360^\circ$

$\pi - 180^\circ$   
 $x - \alpha^\circ$

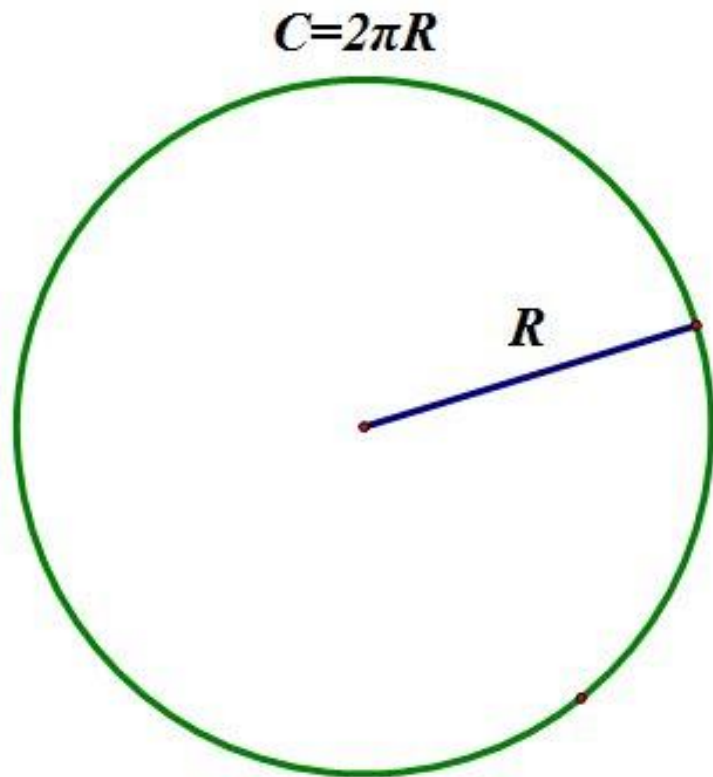
# Соотношение между радианной и градусной мерами измерения углов



Длина окружности  $C = 2\pi \cdot R$   
 $2\pi - 360^\circ$

$$\begin{array}{l} \pi - 180^\circ \\ x - \alpha^\circ \end{array}$$

# Соотношение между радианной и градусной мерами измерения углов

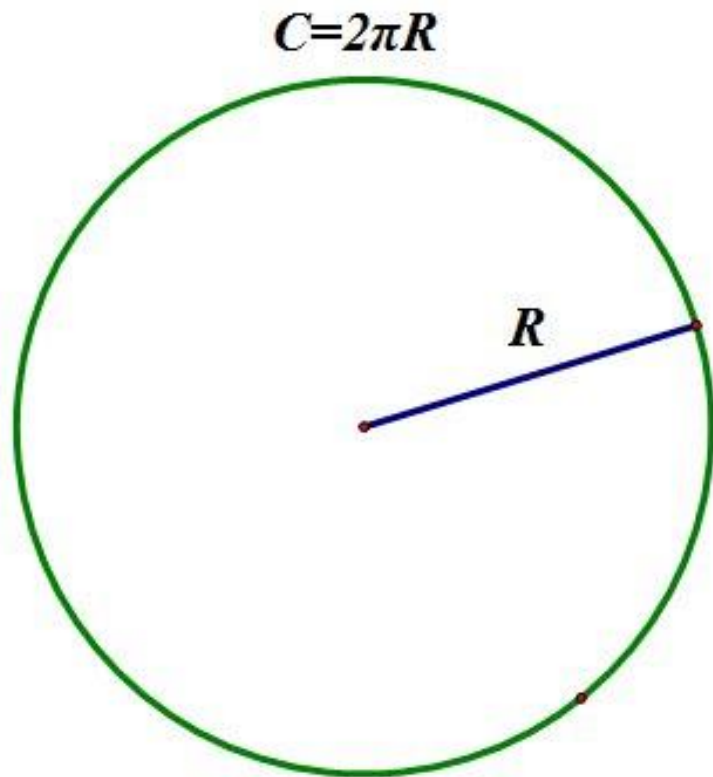


Длина окружности  $C = 2\pi \cdot R$   
 $2\pi - 360^\circ$

$\pi - 180^\circ$   
 $x - \alpha^\circ$

$$x \cdot 180^\circ = \pi \cdot \alpha^\circ$$

# Соотношение между радианной и градусной мерами измерения углов



Длина окружности  $C = 2\pi \cdot R$   
 $2\pi - 360^\circ$

$\pi - 180^\circ$   
 $x - \alpha^\circ$

$$x \cdot 180^\circ = \pi \cdot \alpha^\circ$$

$$x = \frac{\pi \cdot \alpha^\circ}{180^\circ}$$

$$\alpha^\circ = \frac{x \cdot 180^\circ}{\pi}$$



# Как перевести из радианной меры в градусную и наоборот

**1.** Выразить в радианах угол  $20^\circ$

# Как перевести из радианной меры в градусную и наоборот

**1.** Выразить в радианах угол  $20^\circ$

Составляем пропорцию:

$$\pi - 180^\circ$$

$$x - 20^\circ$$

# Как перевести из радианной меры в градусную и наоборот

**1.** Выразить в радианах угол  $20^\circ$

Составляем пропорцию:

$$\begin{array}{l} \pi - 180^\circ \\ x - 20^\circ \\ x = \frac{\pi \cdot 20^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi}{9} \end{array}$$

# Как перевести из радианной меры в градусную и наоборот

1. Выразить в радианах угол  $20^\circ$

Составляем пропорцию:

$$\begin{array}{l} \pi - 180^\circ \\ x - 20^\circ \\ x = \frac{\pi \cdot 20^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi}{9} \\ 20^\circ - \frac{\pi}{9} \end{array}$$

2. Выразить в градусах угол  $\frac{\pi}{5}$  радиан

# Как перевести из радианной меры в градусную и наоборот

**1.** Выразить в радианах угол  $20^\circ$

Составляем пропорцию:

$$\begin{array}{l} \pi - 180^\circ \\ x - 20^\circ \\ x = \frac{\pi \cdot 20^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi}{9} \\ 20^\circ - \frac{\pi}{9} \end{array}$$

**2.** Выразить в градусах угол  $\frac{\pi}{5}$  радиан

Составляем пропорцию:

$$\begin{array}{l} \pi - 180^\circ \\ \frac{\pi}{5} - \alpha^\circ \end{array}$$

# Как перевести из радианной меры в градусную и наоборот

**1.** Выразить в радианах угол  $20^\circ$

Составляем пропорцию:

$$\begin{array}{l} \pi - 180^\circ \\ x - 20^\circ \\ x = \frac{\pi \cdot 20^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi}{9} \\ 20^\circ - \frac{\pi}{9} \end{array}$$

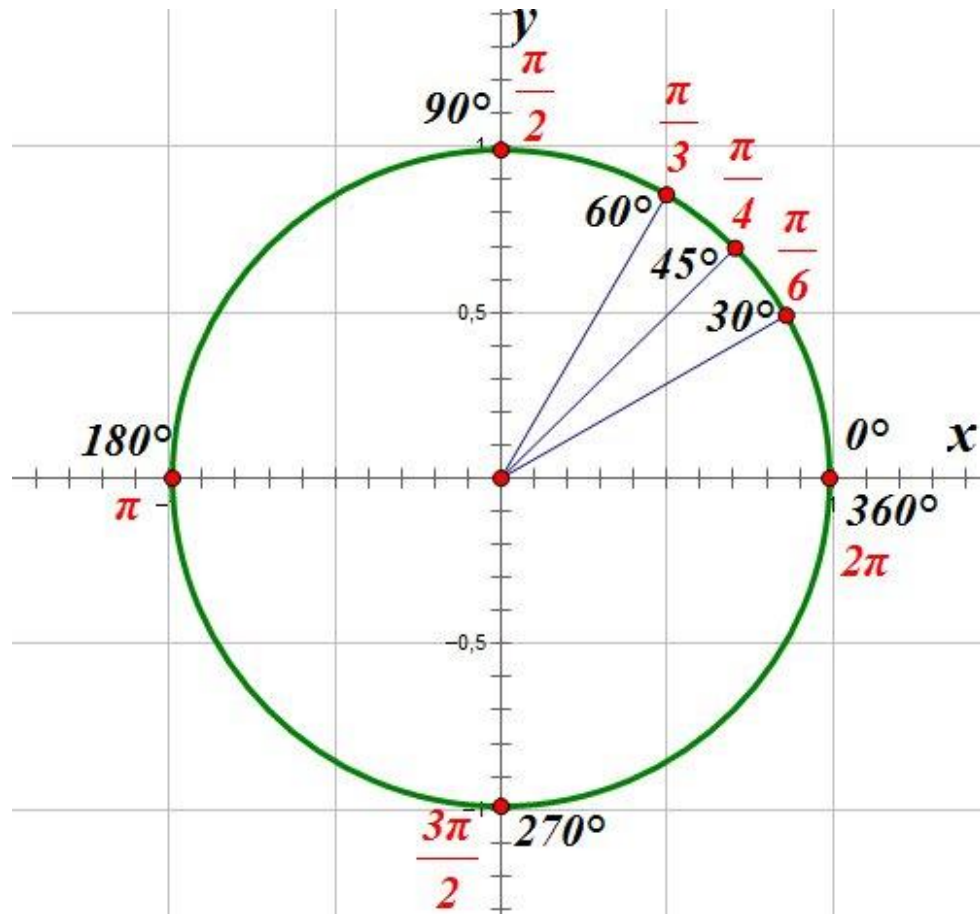
**2.** Выразить в градусах угол  $\frac{\pi}{5}$  радиан

Составляем пропорцию:

$$\begin{array}{l} \pi - 180^\circ \\ \frac{\pi}{5} - \alpha^\circ \\ \alpha = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ \\ \frac{\pi}{5} - 36^\circ \end{array}$$

# Соотношение между радианной и градусной мерами измерения углов

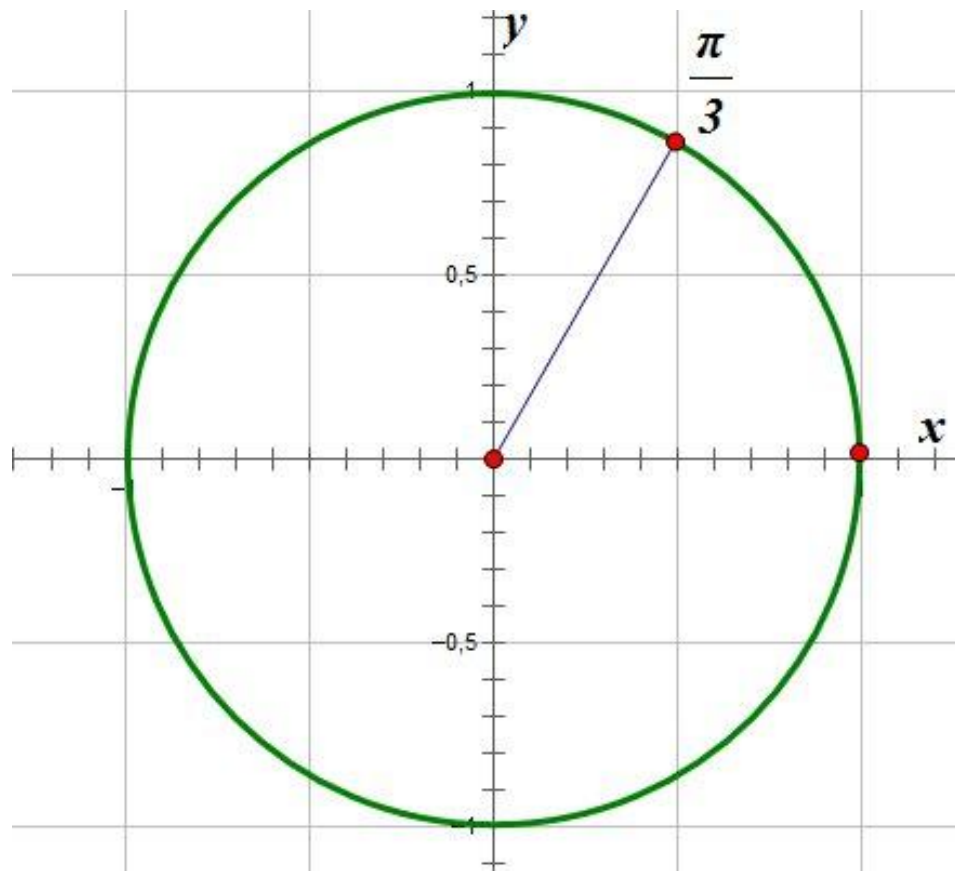

# Соотношение между радианной и градусной мерами измерения углов





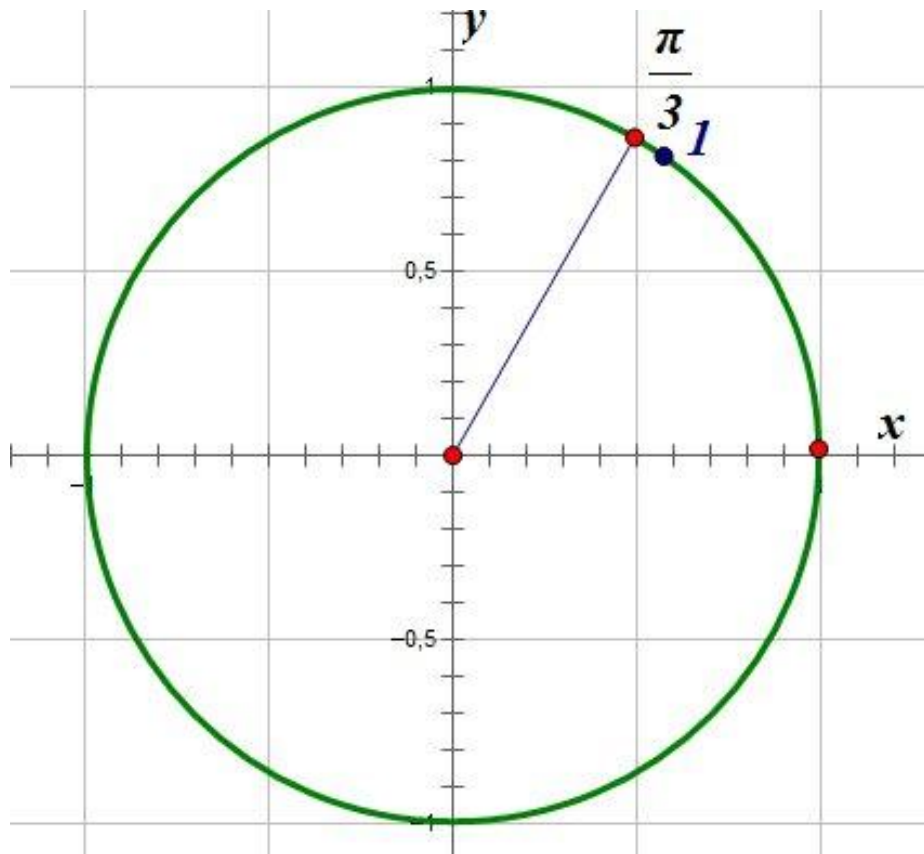
# Расположение на тригонометрическом круге точек поворота на целое число радиан

# Расположение на тригонометрическом круге точек поворота на целое число радиан



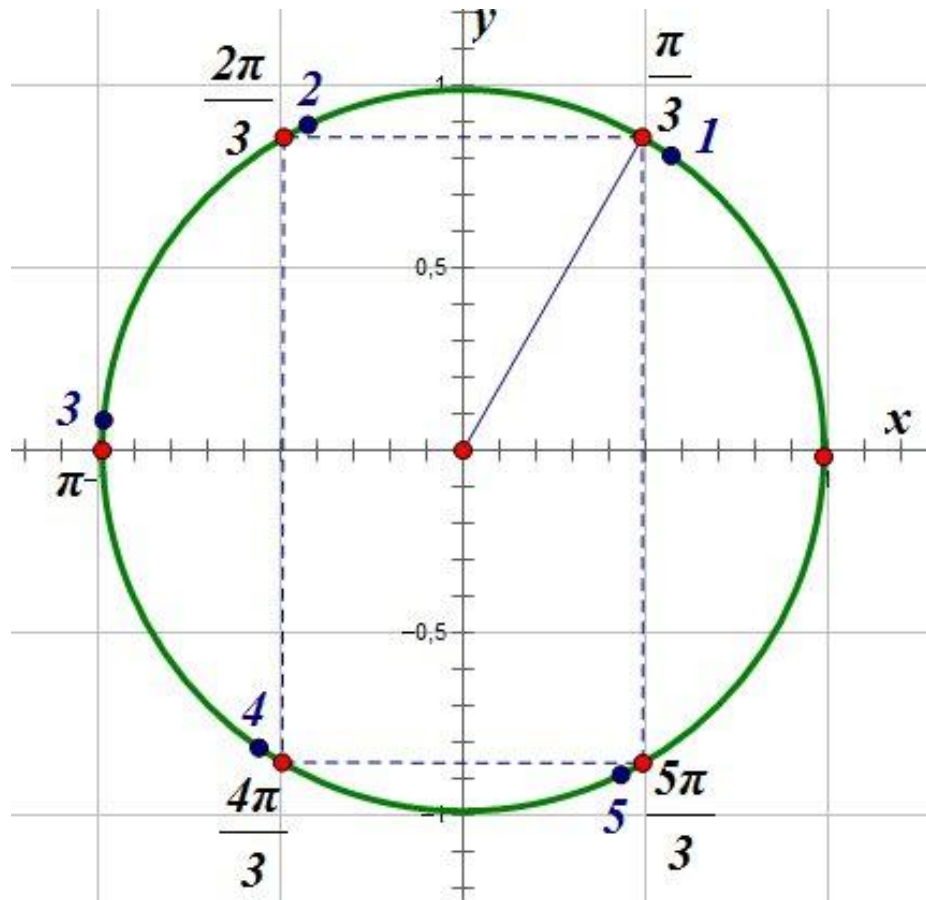
$$\frac{\pi}{3} = \frac{3,14}{3} \approx 1$$

# Расположение на тригонометрическом круге точек поворота на целое число радиан



$$\frac{\pi}{3} = \frac{3,14}{3} \approx 1$$

# Расположение на тригонометрическом круге точек поворота на целое число радиан



$$\frac{\pi}{3} = \frac{3,14}{3} \approx 1$$

$$\frac{2\pi}{3} = \frac{2 \cdot 3,14}{3} \approx 2$$

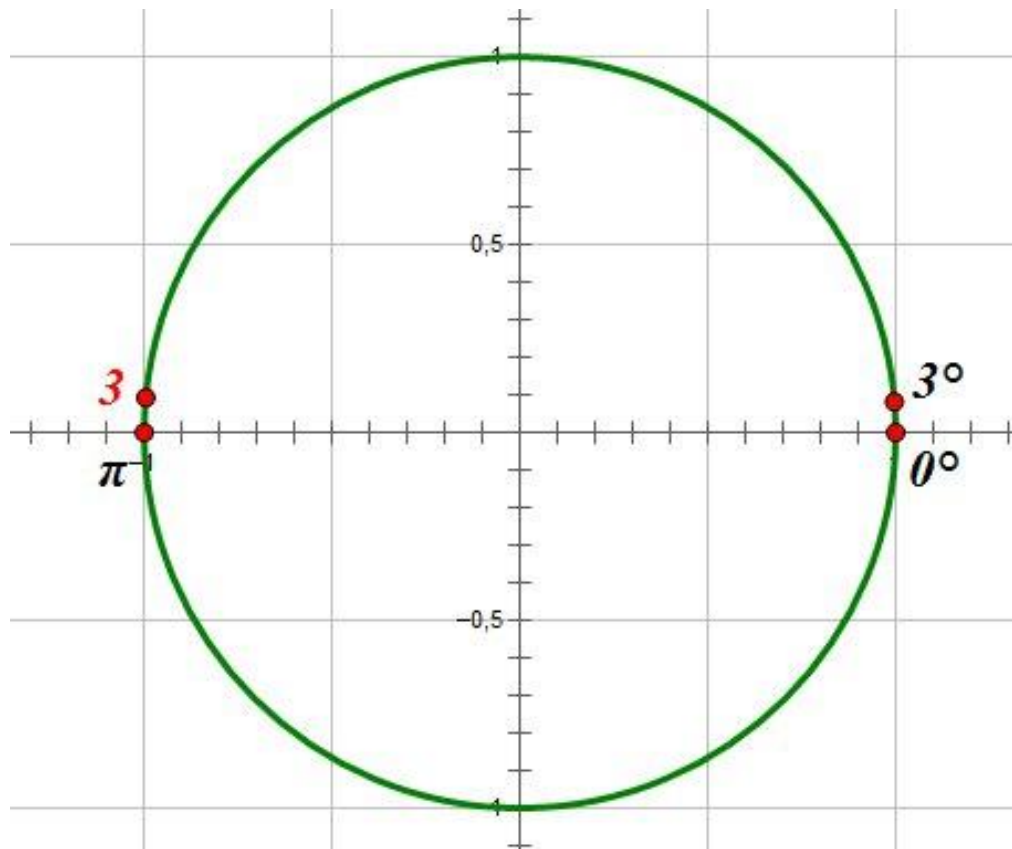
$$\pi = 3,14 \approx 3$$

$$\frac{4\pi}{3} = \frac{4 \cdot 3,14}{3} \approx 4$$

$$\frac{5\pi}{3} = \frac{5 \cdot 3,14}{3} \approx 5$$

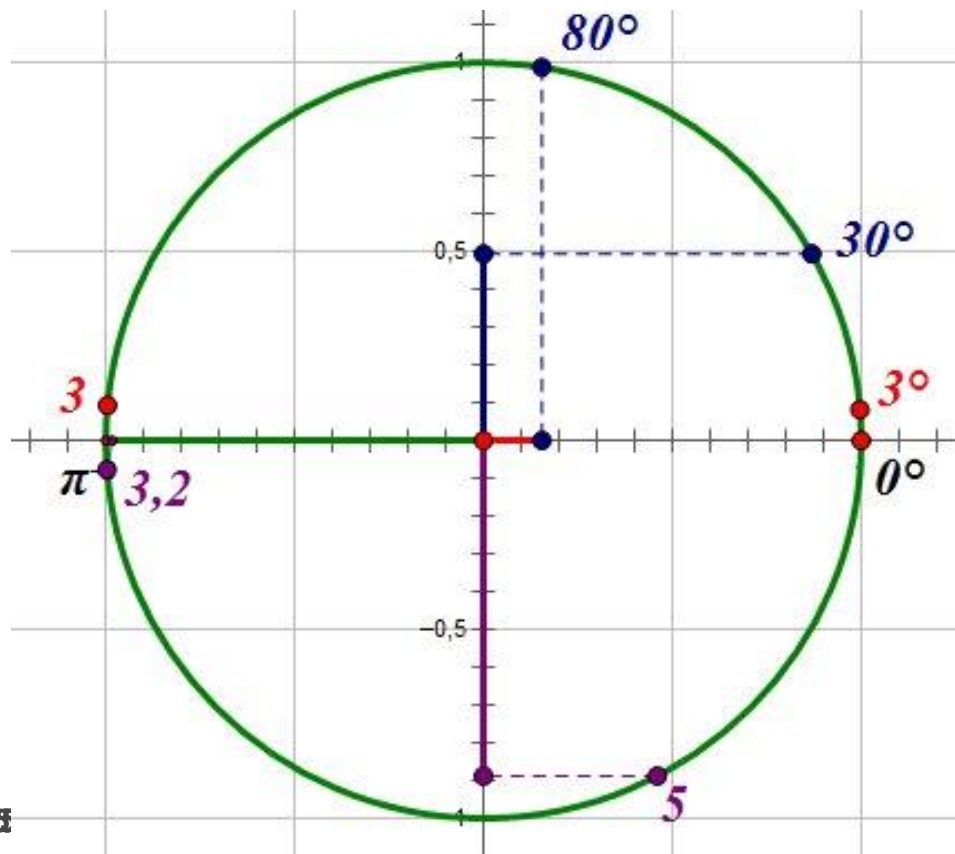
Сравните значения а)  $\cos 3^\circ$  и  $\cos 3$ ; б)  $\cos 80^\circ$  и  $\sin 30^\circ$ ; в)  $\cos 3, 2$  и  $\sin 5$ .

Сравните значения а)  $\cos 3^\circ$  и  $\cos 3$ ; б)  $\cos 80^\circ$  и  $\sin 30^\circ$ ; в)  $\cos 3, 2$  и  $\sin 5$ .



a)  $\cos 3^\circ > 0; \cos 3 < 0 \Rightarrow$   
 $\cos 3^\circ > \cos 3$

Сравните значения а)  $\cos 3^\circ$  и  $\cos 3$ ; б)  $\cos 80^\circ$  и  $\sin 30^\circ$ ; в)  $\cos 3,2$  и  $\sin 5$ .

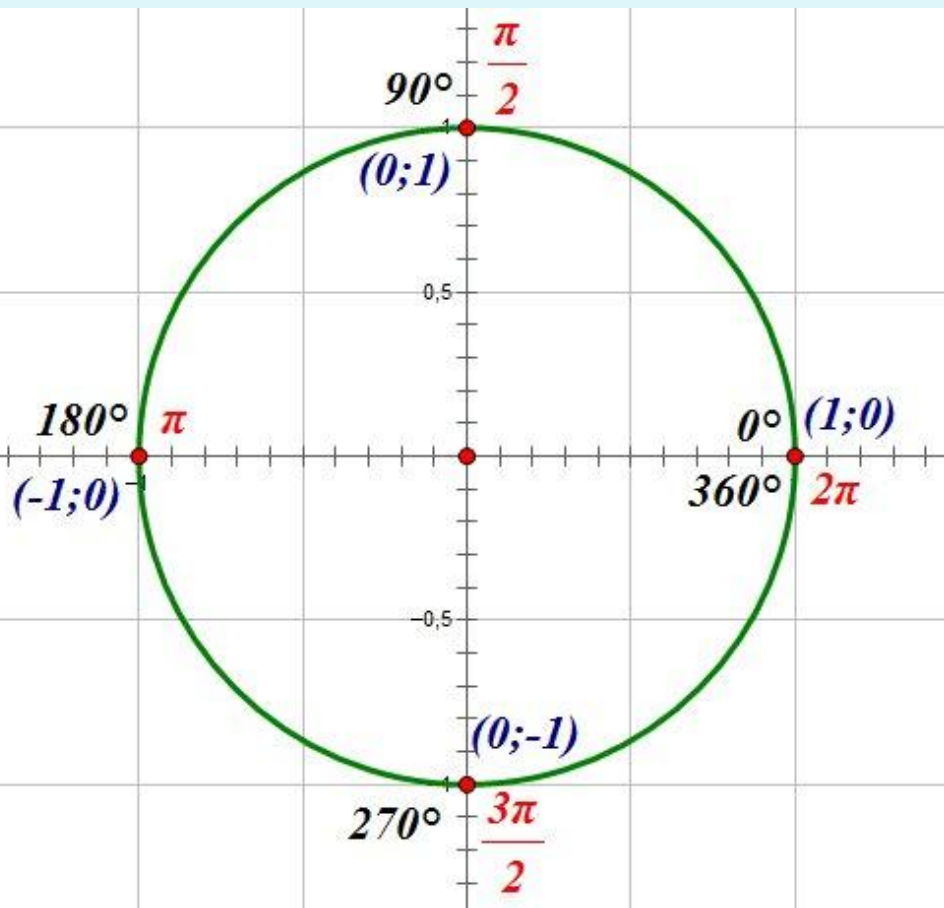


A)  $\cos 3^\circ > 0; \cos 3 < 0 \Rightarrow$   
 $\cos 3^\circ > \cos 3$

Б)  $\cos 80^\circ < \sin 30^\circ$

В)  $\cos 3,2 < 0; \sin 5 < 0;$   
 $|\cos 3,2| > |\sin 5| \Rightarrow$   
 $\cos 3,2 < \sin 5$

# Значения тригонометрических функций некоторых углов



	Не сущ.		Не сущ.	
		Не сущ.		Не сущ.