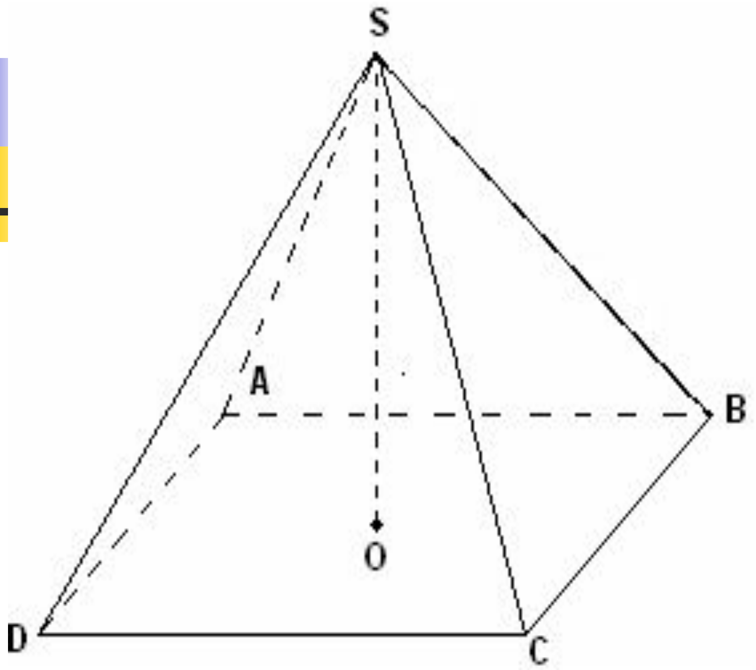
Пирамида



Выполнила:
учитель высшей категории
МБОУ СОШ №42
города Белгорода
Золотых Ольга Михайловна

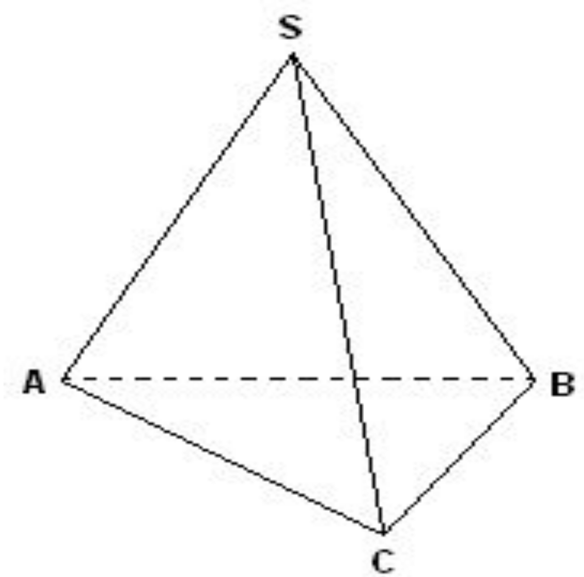
ЧТО ТАКОЕ ПИРАМИДА?

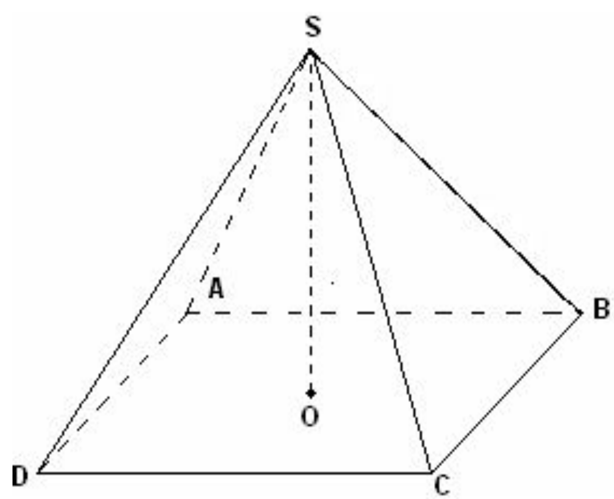
- Первые определения этому понятию давали:
- Евклид Телесная фигура, ограниченная плоскостями, которые от одной плоскости (основания) сходятся к одной точке(вершине)
- Герон Фигура, ограниченная треугольниками, сходящимися в одной точке, и основанием которой служит многоугольник
- Учебники XIXв. Телесный угол, пересечённый плоскостью
- Тейлор Многогранник, у которого все грани, кроме одной, сходятся в одной точке
- Лежандр Телесная фигура, образованная треугольниками, сходящимися в одной точке и заканчивающаяся по различным сторонам плоского основания

Понятие пирамиды

Пирамида – это геометрическая фигура, которая состоит из многоугольника, точки, не лежащей в плоскости многоугольника и всех отрезков, соединяющих эту точку с точками многоугольника.

Пирамиды бывают 3- угольные, 4-х угольные , n- угольные





ТЕТРАЭДР – это пирамида, основанием которой является треугольник.

Элементы пирамиды.

S – вершина пирамиды.

$\triangle$ABC – основание пирамиды.

AB, AC, BC – ребра основания.

SA, SB, SC – боковые ребра.

$\triangle$SAC, $\triangle$SBC, $\triangle$SAB – боковые грани

A, B, C – вершины основания

Условные обозначения

$S_б$ - площадь боковой поверхности пирамиды

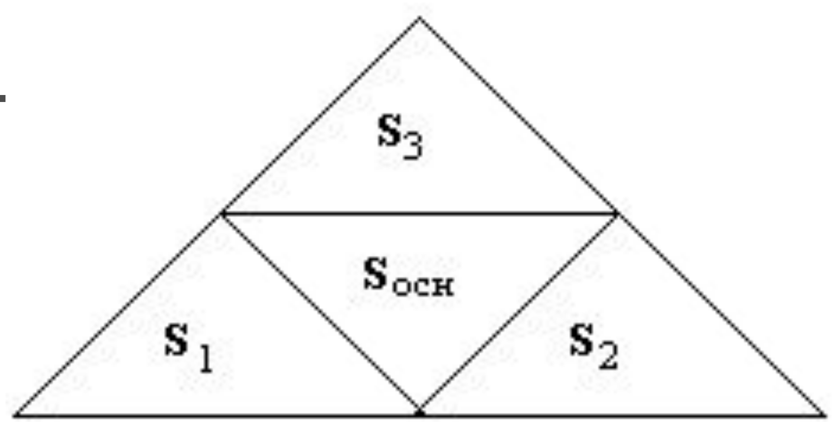
$S_п$ – площадь полной поверхности

V – объем пирамиды

H – высота пирамиды

h – апофема правильной пирамиды

Развертка треугольной пирамиды



Формулы

$\mathbf{S}_б = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3 + \dots$

$\mathbf{S}_\mathbf{n} = \mathbf{S}_б + \mathbf{S}_{осн}$

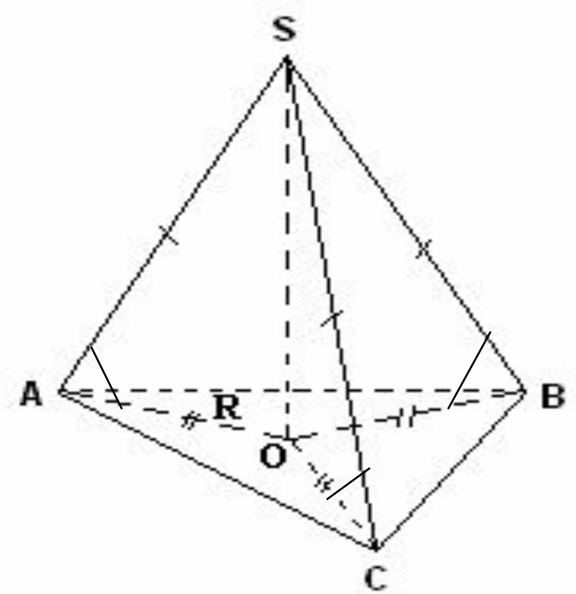
$\mathbf{V} = \frac{1}{3}\,\mathbf{S}_{осн} \cdot \mathbf{H}$

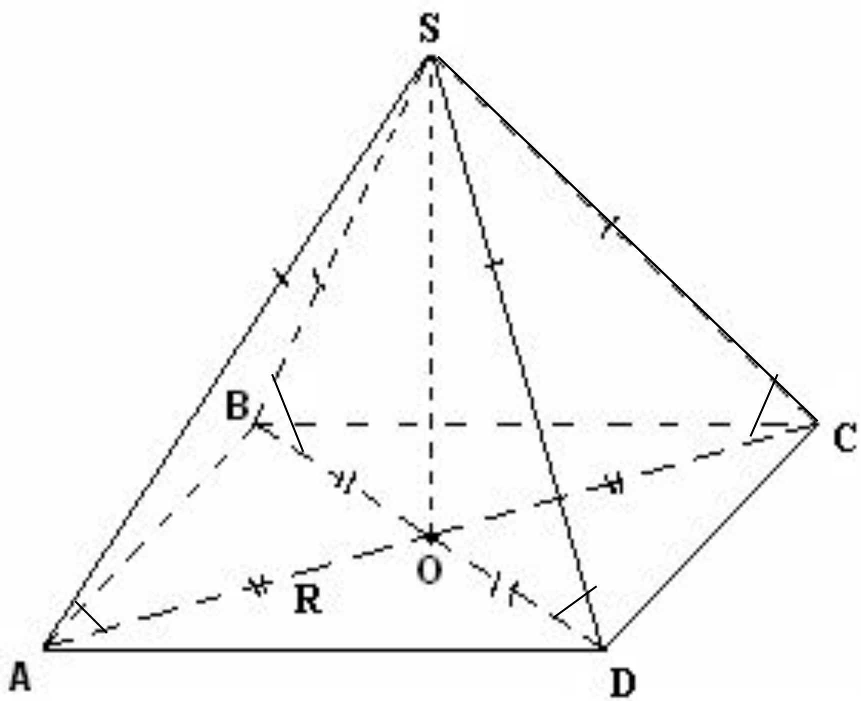
H – высота пирамиды.

Высота пирамиды – это перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания

Это надо знать! Виды пирамид

Пирамида с равными боковыми ребрами или равными углами наклона боковых ребер к плоскости основания; проекцией вершины пирамиды является центр описанной около многоугольника окружности.

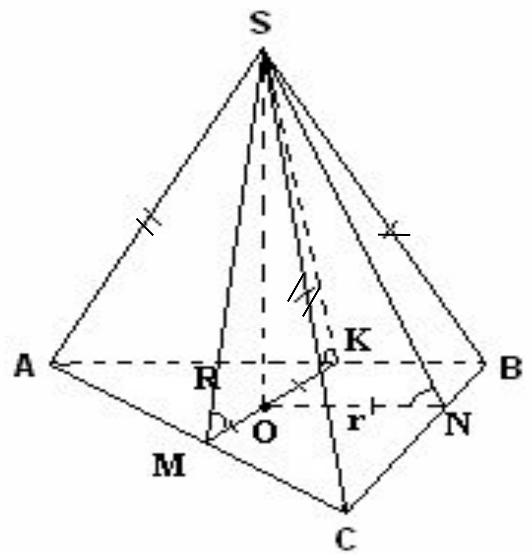




O – центр описанной окружности. В произвольном

треугольнике R= = $\frac{abc}{4S}$ $\frac{a}{2\sin\alpha}$

Пирамида с равными углами наклона боковых граней к основанию; проекцией вершины пирамиды является центр вписанной в многоугольник окружности.

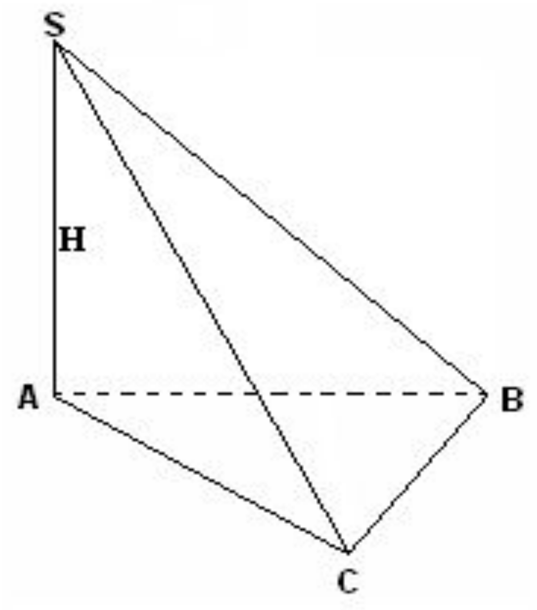


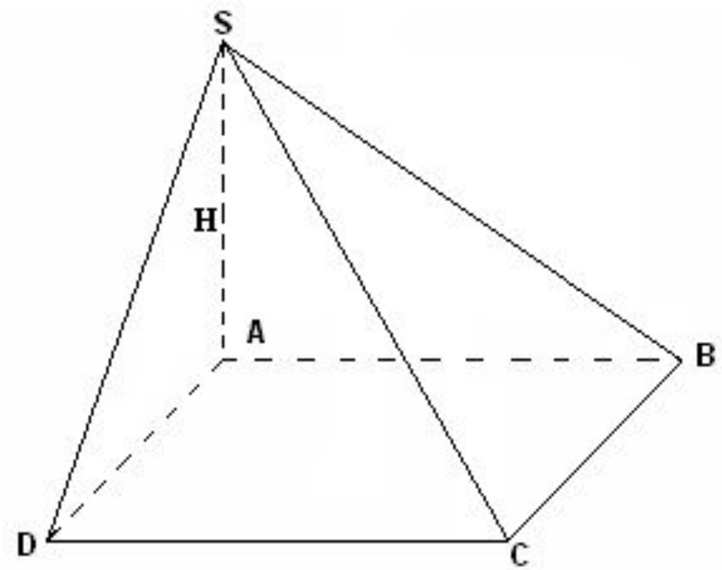
В произвольном треугольнике $r = \frac{S}{p}$

P – полупериметр
S – площадь треугольника
r – радиус вписанной окружности

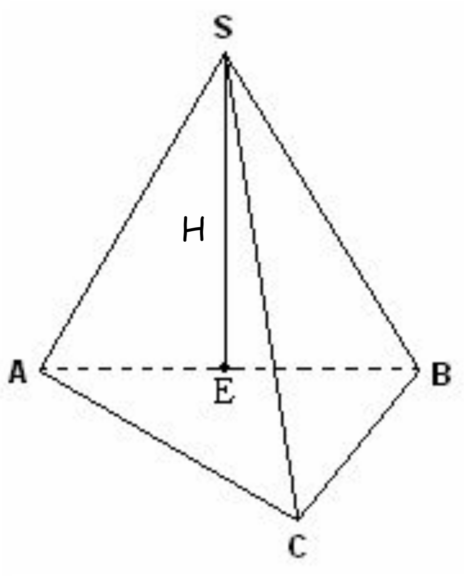
OM, ON, OK – радиусы окружности; $OM \perp AC$, $OK \perp AB$, $ON \perp CB$

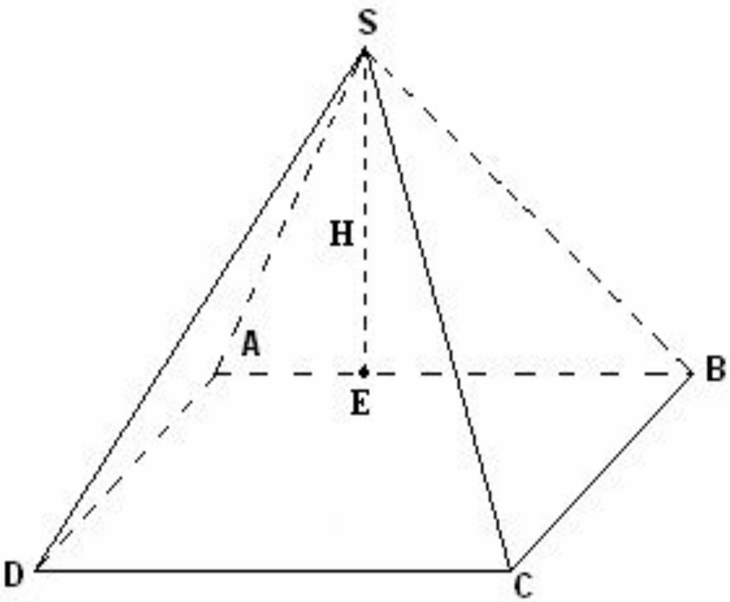
Пирамида с 1 одним боковым ребром, перпендикулярным основанию или пирамида с 2-мя смежными боковыми гранями, перпендикулярными основанию; проекцией вершины пирамиды является вершина основания, принадлежащая этому боковому ребру.



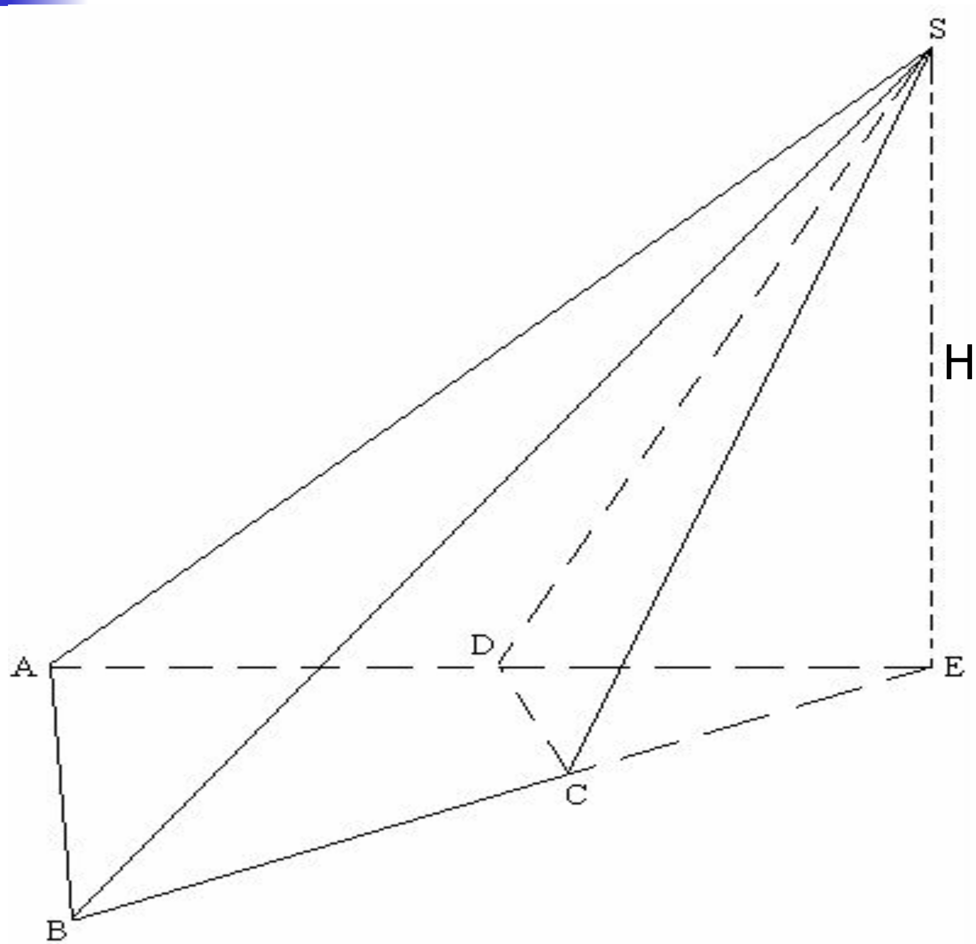


Пирамида с 1й боковой гранью, перпендикулярной основанию; проекцией вершины пирамиды является основание высоты этой боковой грани, проведенной из вершины пирамиды.



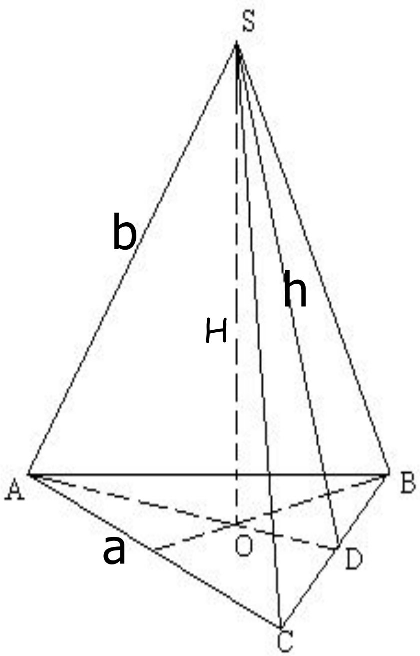


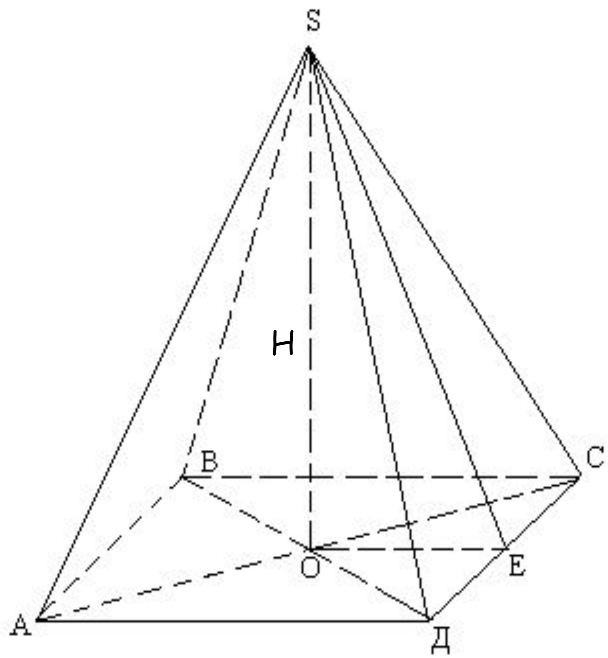
Пирамида с 2-мя противолежащими боковыми гранями, перпендикулярными плоскости основания.

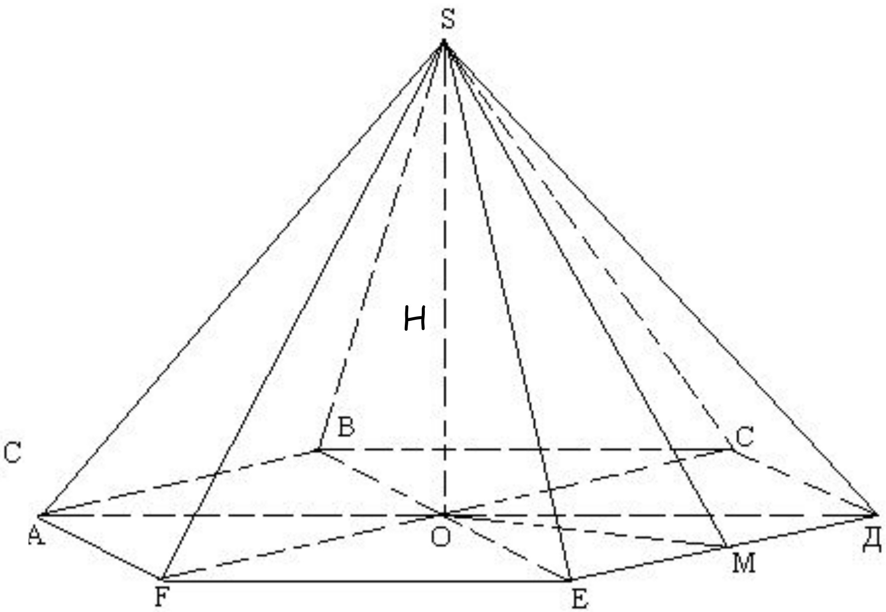


SABCD – пирамида
SE - высота

Правильная пирамида







$$S_б = \frac{n \cdot a \cdot h}{2}$$

$$S_б = \frac{n \cdot b^2 \cdot \sin\alpha}{2}$$

n- число углов пр. пирамиды

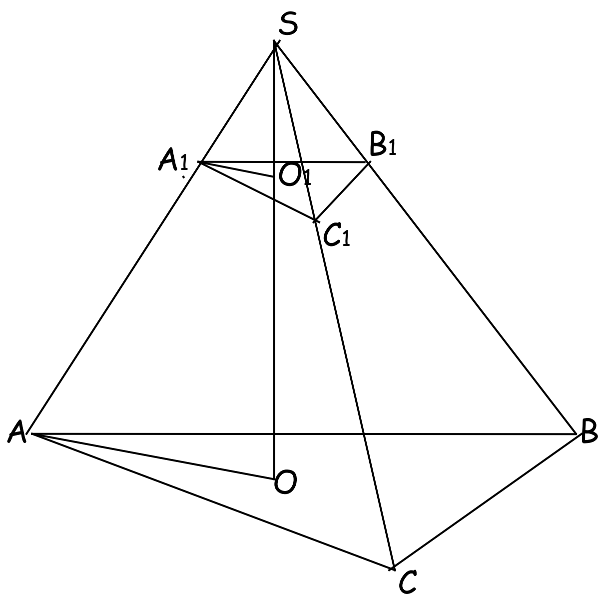
α - плоский угол при вершине

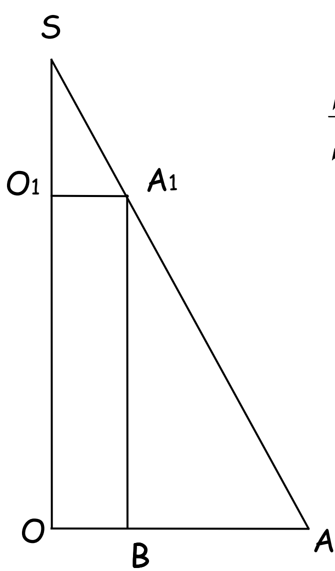
Апофема правильной пирамиды - это высота боковой грани, проведенная из вершины пирамиды.

Правильный тетраэдр – это правильная пирамида, у которой все ребра равны.

Сечения пирамиды

Сечение пирамиды плоскостью, параллельной основанию - это многоугольник, подобный основанию. Этим сечением пирамида разбивается на 2 фигуры: пирамиду и усеченную пирамиду.





$$\frac{S_{сеч}}{S_{осн}} = \left(\frac{O_1A_1}{OA}\right)^2 = \left(\frac{SO_1}{SO}\right)^2 = \kappa^2$$

$S_б = S_{1трапеции} + S_{2трапеции} + S_{3трапеции} + \dots$

$S_п = S_б + S_{осн} + S_{сеч}$

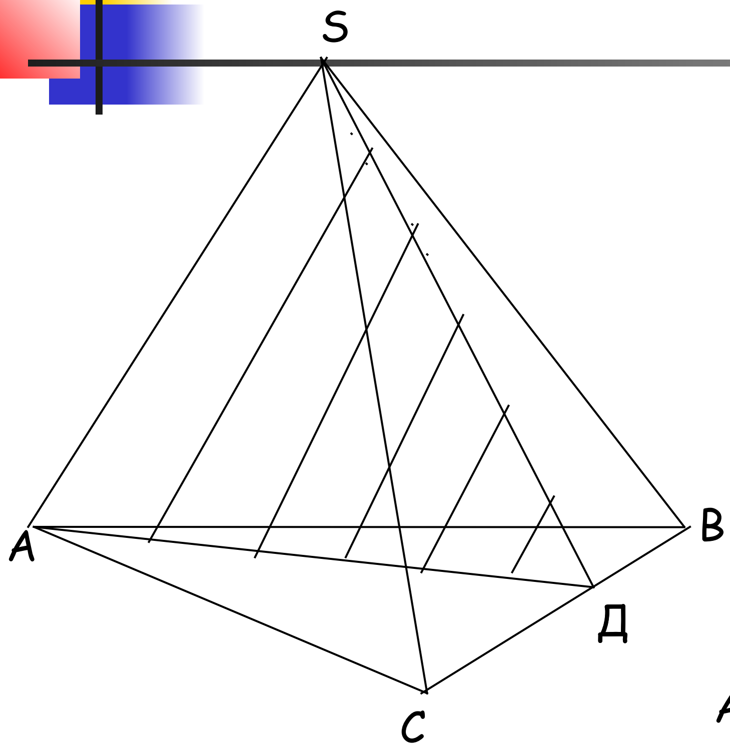
$$V = \frac{1}{3}h\left(S_{осн} + \sqrt{S_{осн} \cdot S_{сеч}} + S_{сеч}\right)$$

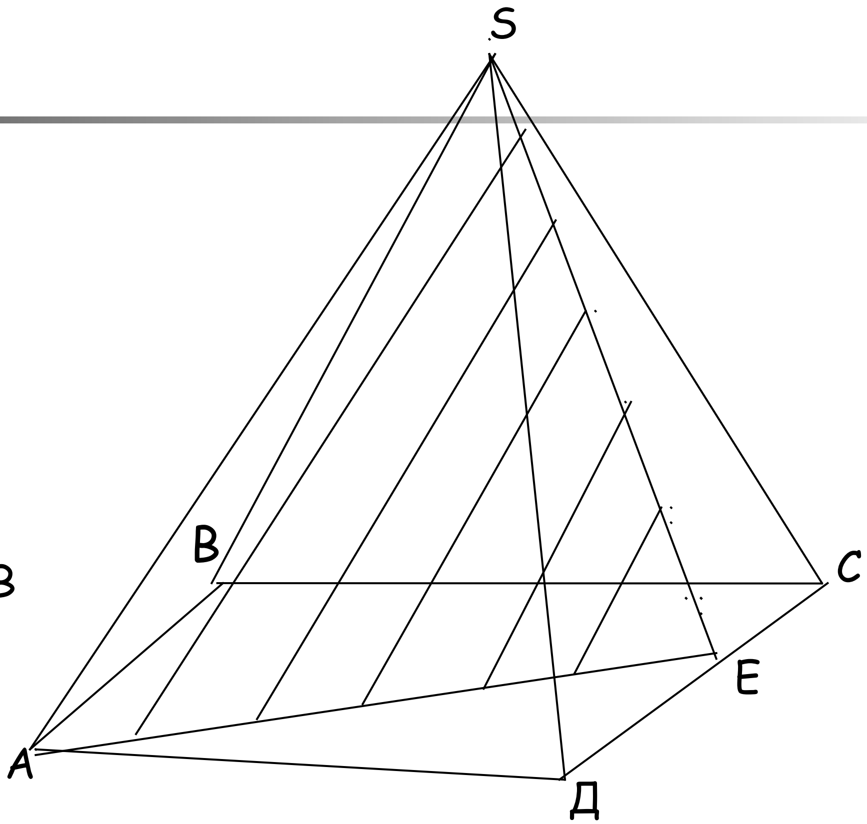
Боковые грани усеченной пирамиды – трапеции

$S_{тр} = \frac{a+в}{2} \cdot h$

Сечение пирамиды

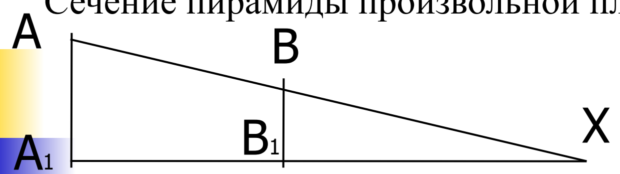
Сечение пирамиды плоскостью, проходящей через боковое ребро- треугольник.





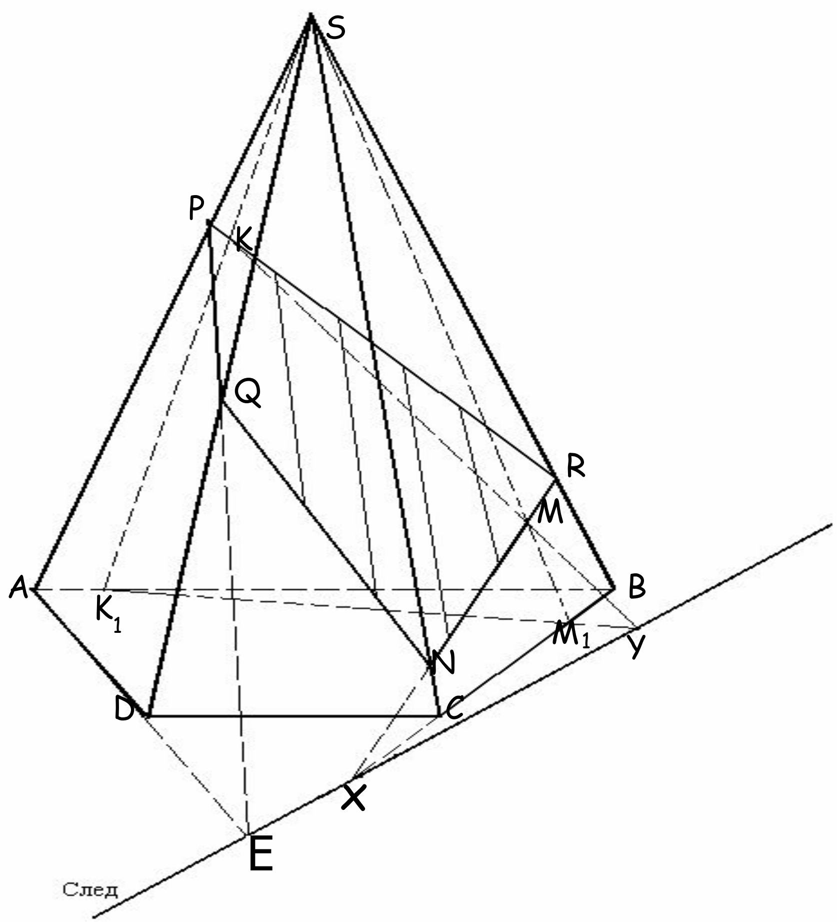
Сечение пирамиды

Сечение пирамиды произвольной плоскостью – многоугольник. Основная задача следов:



A

$A \to A_1$
$B \to B_1$
$AB \cap A_1B_1 = X$; точка X Є следу. Аналогично находится точка Y.
<u>След</u> – прямая пересечения секущей плоскости и плоскости основания. Если одна из точек, через которую проходит сечение, лежит в основании, то через нее проходит след.



Дано:

SABCД – пирамида

M є (SBC), N є (SC), K є (SAB).

Построить сечение пирамиды плоскостью. проходящей через точки M, N, и K.

Решение.

$M \to M_1$, $M_1 \in BC$,
$N \to C$, $K \to K_1$; $K_1 \in AB$,
$MN \cap M_1C = X$; $KM \cap K_1M_1 = Y$; XY- след.
$MN \cap (SBC) = NR$; $R \in SB$;
$RK \in (SAB) = RP$; $P \in SA$;
$AD \cap XY = E$; $PE \cap (SAD) = PQ$; $Q \in SD$;
$NQ \cap (SCD) = NQ$.
NRPQ- искомое сечение.