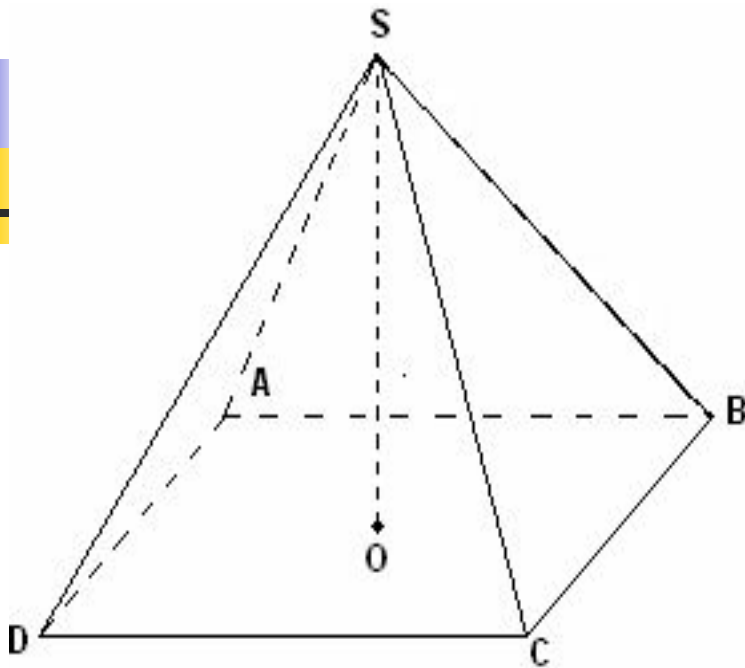


# Пирамида



---

Выполнила:  
учитель высшей категории  
МБОУ СОШ №42  
города Белгорода  
Золотых Ольга Михайловна



# ЧТО ТАКОЕ ПИРАМИДА?

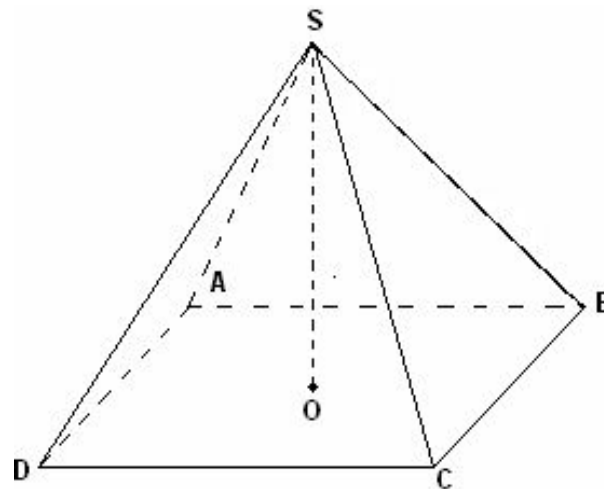
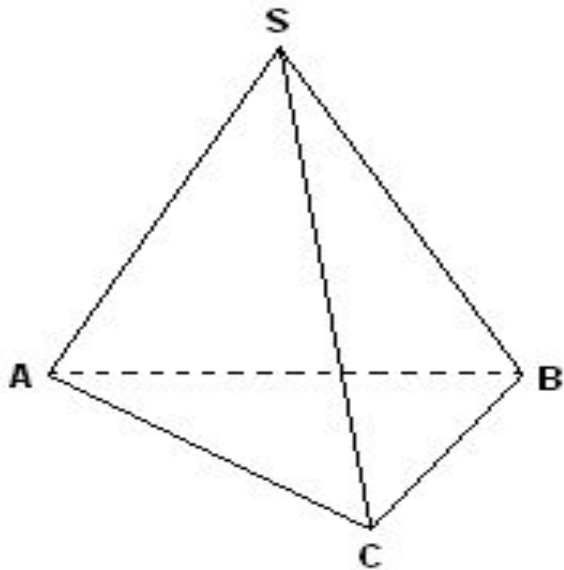
---

- Первые определения этому понятию давали:
- Евклид Телесная фигура, ограниченная плоскостями, которые от одной плоскости (основания) сходятся к одной точке(вершине)
- Герон Фигура, ограниченная треугольниками, сходящимися в одной точке, и основанием которой служит многоугольник
- Учебники XIXв. Телесный угол, пересечённый плоскостью
- Тейлор Многогранник, у которого все грани, кроме одной, сходятся в одной точке
- Лежандр Телесная фигура, образованная треугольниками, сходящимися в одной точке и заканчивающаяся по различным сторонам плоского основания

# Понятие пирамиды

Пирамида – это геометрическая фигура, которая состоит из многоугольника, точки, не лежащей в плоскости многоугольника и всех отрезков, соединяющих эту точку с точками многоугольника.

Пирамиды бывают 3- угольные, 4-х угольные , n- угольные



ТЕТРАЭДР – это пирамида, основанием которой является треугольник.

# Элементы пирамиды.

$S$  – вершина пирамиды.

▲  $ABC$  – основание пирамиды.

$AB, AC, BC$  – ребра основания.

$SA, SB, SC$  – боковые ребра.

▲  $SAC, \triangle SBC, \triangle SAB$  – боковые грани

$A, B, C$  – вершины основания

## Условные обозначения

$S_b$  – площадь боковой поверхности пирамиды

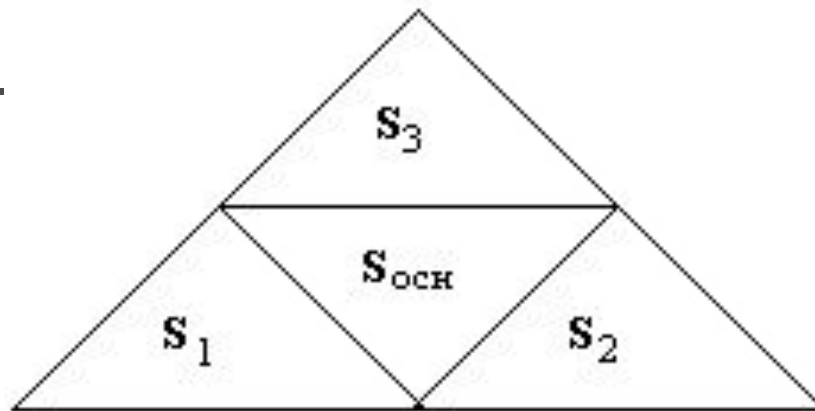
$S_n$  – площадь полной поверхности

$V$  – объем пирамиды

$H$  – высота пирамиды

$h$  – апофема правильной пирамиды

# Развертка треугольной пирамиды



Формулы

$$S_{\text{б}} = S_1 + S_2 + S_3 + \dots$$

$$S_{\text{н}} = S_{\text{б}} + S_{\text{осн}}$$

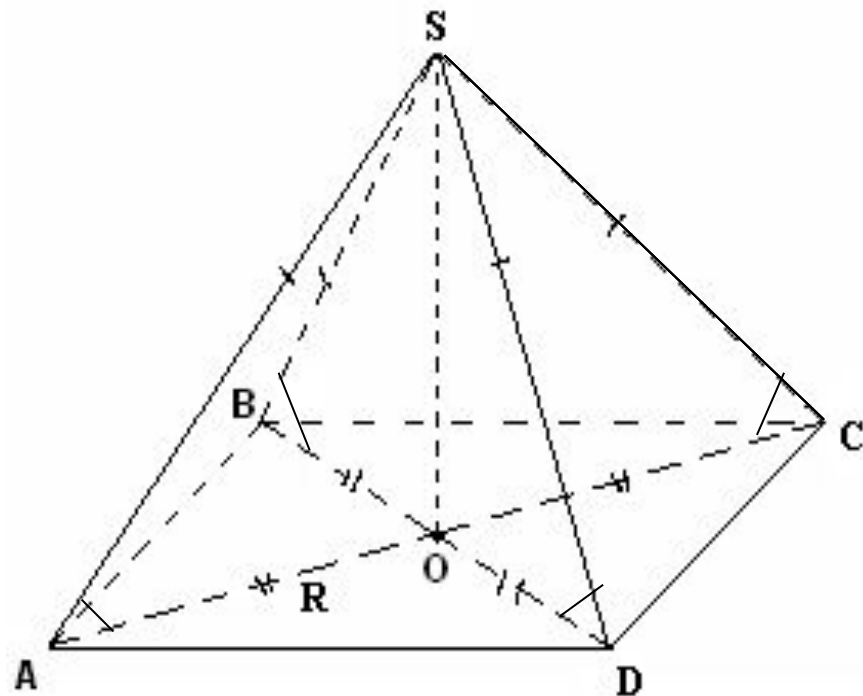
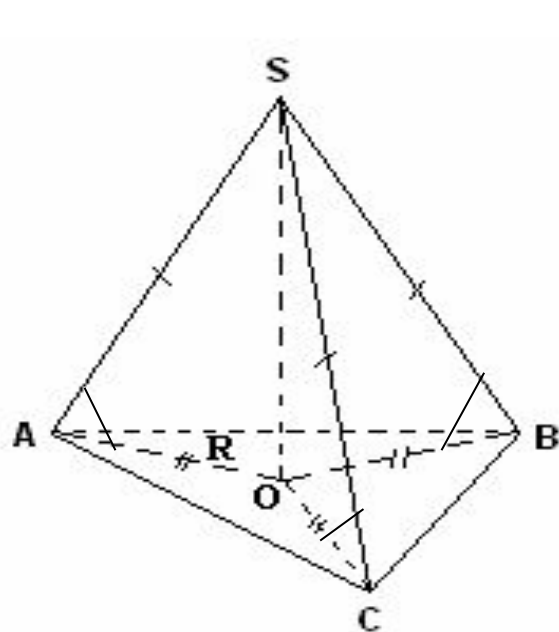
$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

$H$  – высота пирамиды.

Высота пирамиды – это перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания

# Это надо знать! Виды пирамид

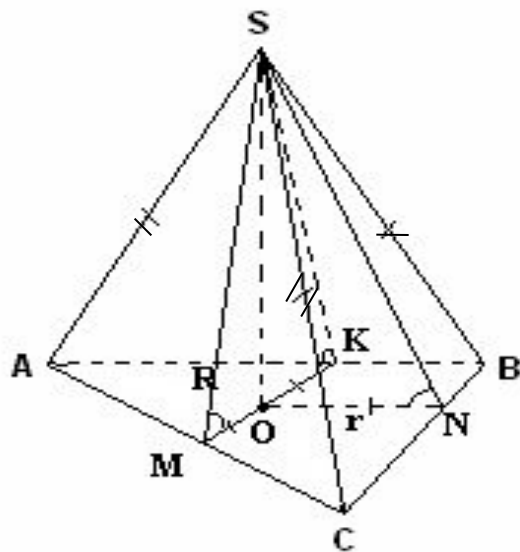
Пирамида с равными боковыми ребрами или равными углами наклона боковых ребер к плоскости основания; проекцией вершины пирамиды является центр описанной около многоугольника окружности.



$O$  – центр описанной окружности. В произвольном

треугольнике  $R = \frac{abc}{4S} = \frac{a}{2\sin \alpha}$

Пирамида с равными углами наклона боковых граней к основанию; проекцией вершины пирамиды является центр вписанной в многоугольник окружности.



В произвольном  
треугольнике

$$r = \frac{S}{p}$$

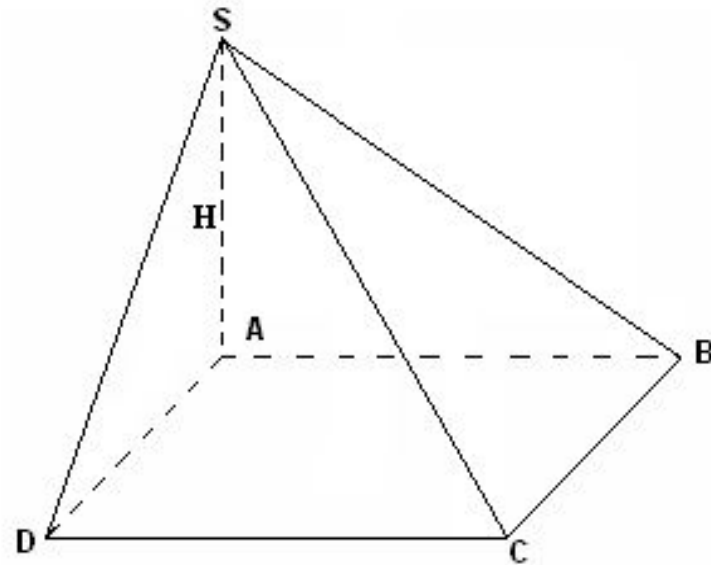
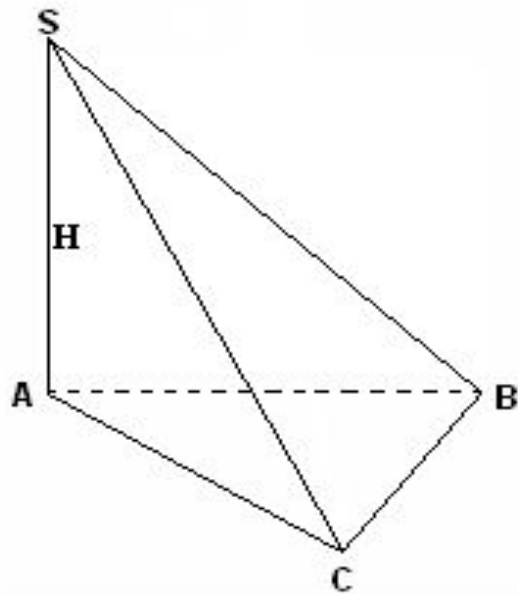
$P$  - полупериметр

$S$  - площадь треугольника

$r$  - радиус вписанной окружности

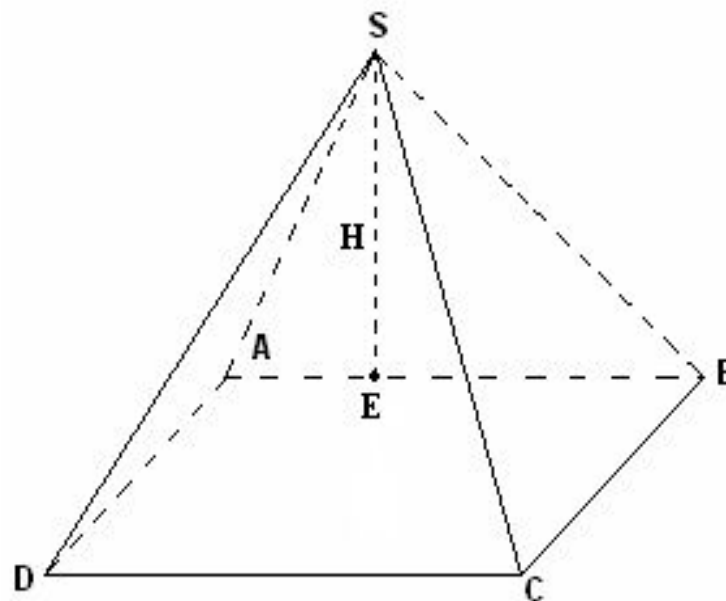
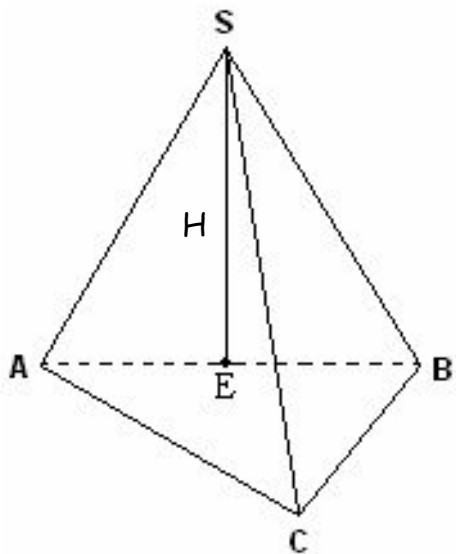
$OM, ON, OK$  - радиусы окружности;  $OM \perp AC, OK \perp AB, ON \perp CB$

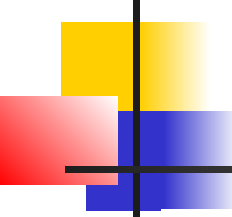
Пирамида с 1 одним боковым ребром, перпендикулярным основанию или пирамида с 2-мя смежными боковыми гранями, перпендикулярными основанию; проекцией вершины пирамиды является вершина основания, принадлежащая этому боковому ребру.





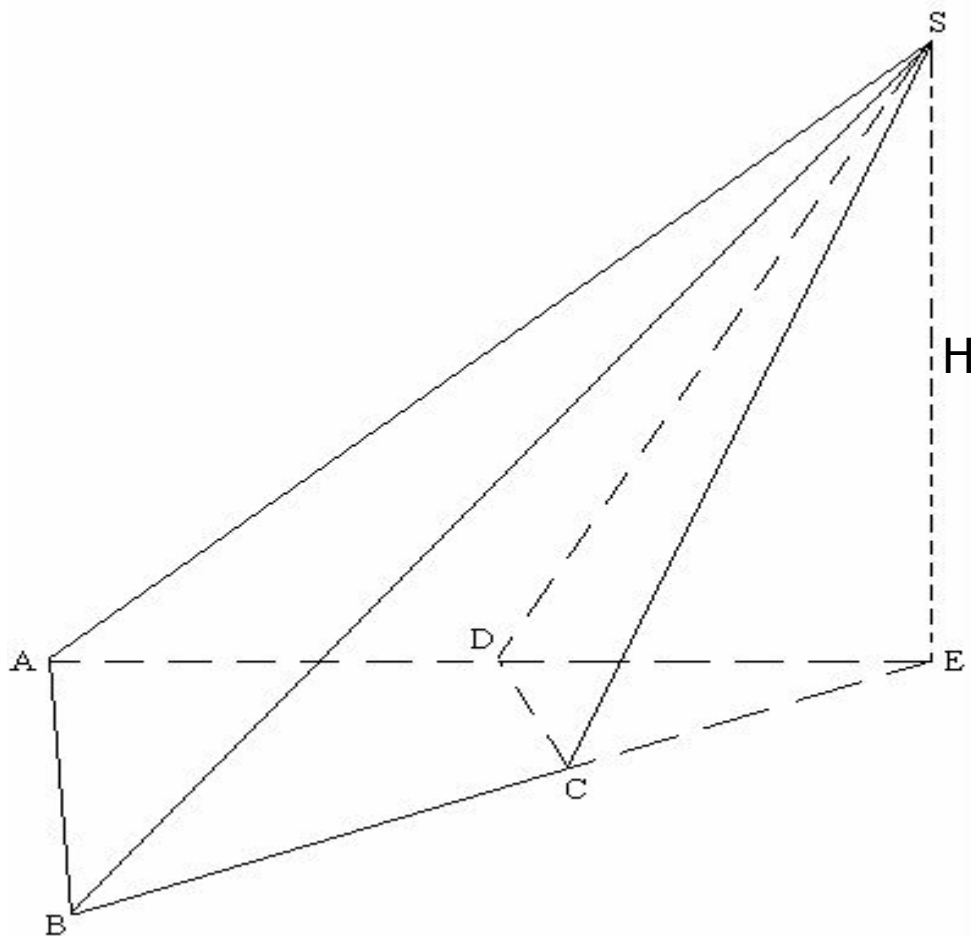
Пирамида с 1й боковой гранью, перпендикулярной основанию;  
проекцией вершины пирамиды является основание высоты этой  
боковой грани, проведенной из вершины пирамиды.





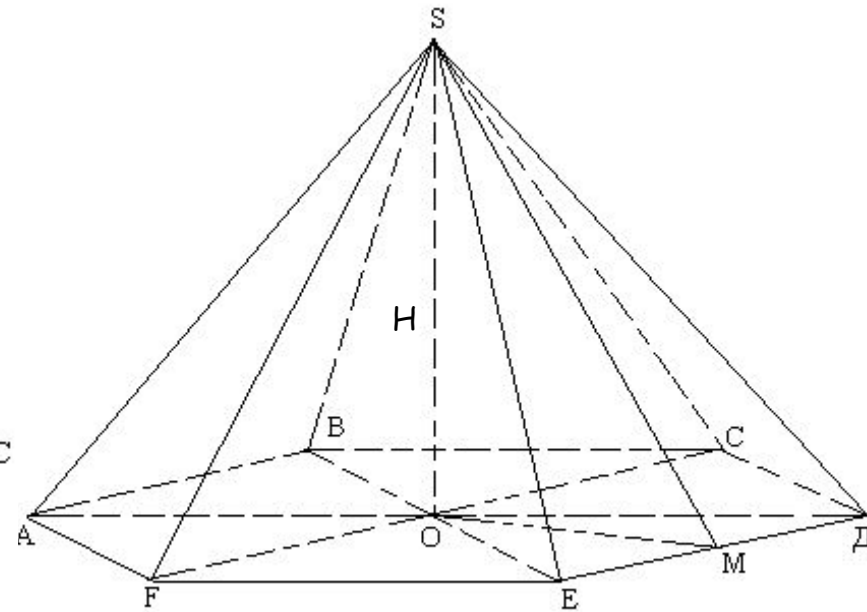
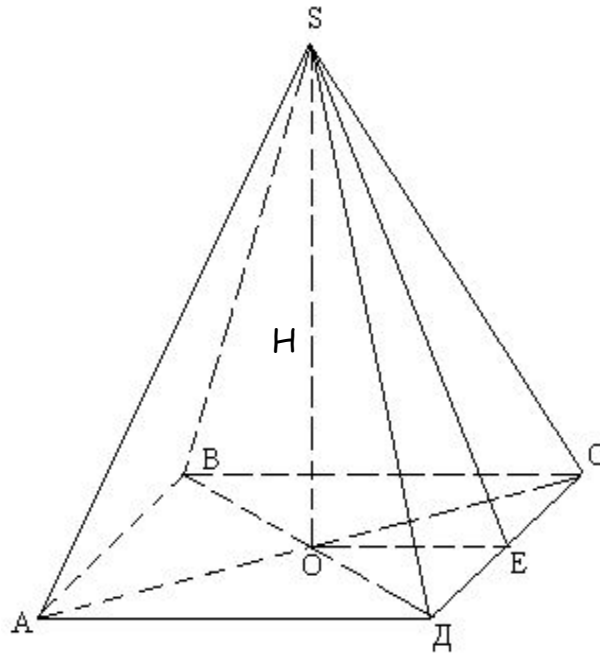
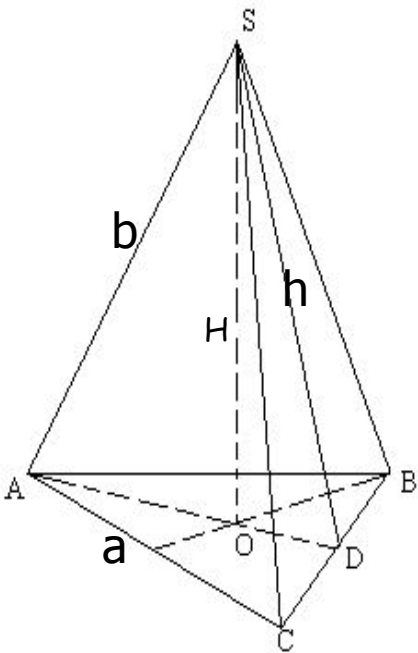
Пирамида с 2-мя противоположными боковыми гранями,  
перпендикулярными плоскости основания.

---



$SABCD$  - пирамида  
 $SE$  - высота

# Правильная пирамида



$$S_{\text{б}} = \frac{n \cdot a \cdot h}{2}$$

$$S_{\text{б}} = \frac{n \cdot b^2 \cdot \sin \alpha}{2}$$

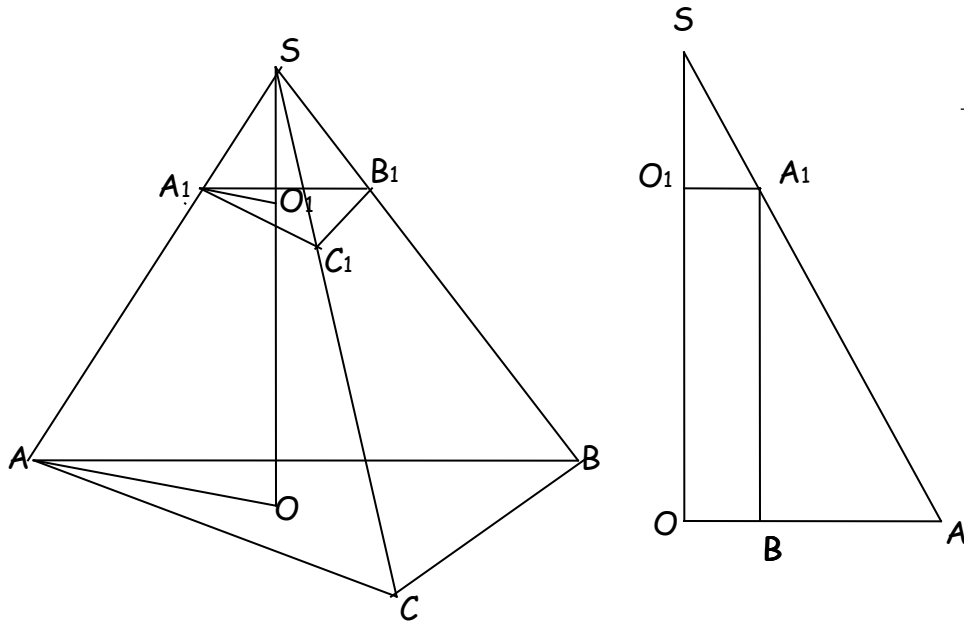
$n$  - число углов пр.  
пирамиды  
 $\alpha$  - плоский угол при вершине

Апофема правильной пирамиды - это высота боковой грани, проведенная из вершины пирамиды.

Правильный тетраэдр - это правильная пирамида, у которой все ребра равны.

# Сечения пирамиды

Сечение пирамиды плоскостью, параллельной основанию - это многоугольник, подобный основанию. Этим сечением пирамида разбивается на 2 фигуры: пирамиду и усеченную пирамиду.



$$\frac{S_{\text{сеч}}}{S_{\text{осн}}} = \left( \frac{O_1A_1}{OA} \right)^2 = \left( \frac{SO_1}{SO} \right)^2 = k^2$$

$$S_{\text{б}} = S_{\text{1трапеции}} + S_{\text{2трапеции}} + S_{\text{3трапеции}} + \dots$$

$$S_{\text{п}} = S_{\text{б}} + S_{\text{осн}} + S_{\text{сеч}}$$

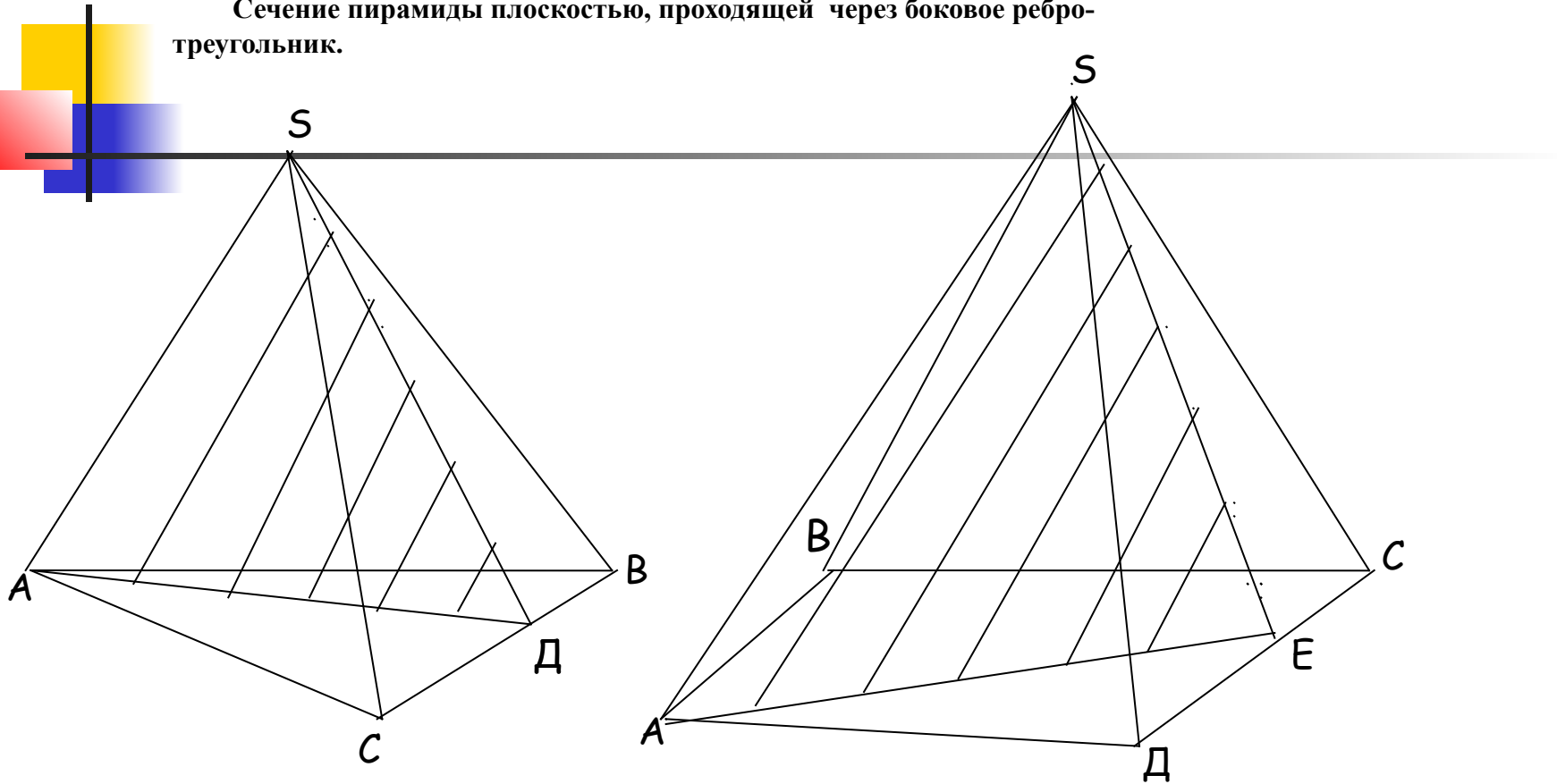
$$V = \frac{1}{3}h(S_{\text{осн}} + \sqrt{S_{\text{осн}} \cdot S_{\text{сеч}}} + S_{\text{сеч}})$$

Боковые грани усеченной пирамиды - трапеции

$$S_{\text{тр}} = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

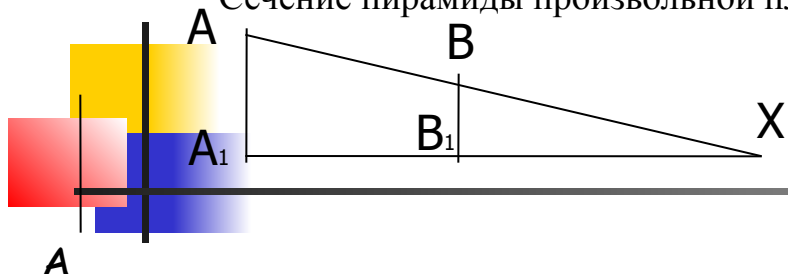
# Сечение пирамиды

Сечение пирамиды плоскостью, проходящей через боковое ребро-треугольник.



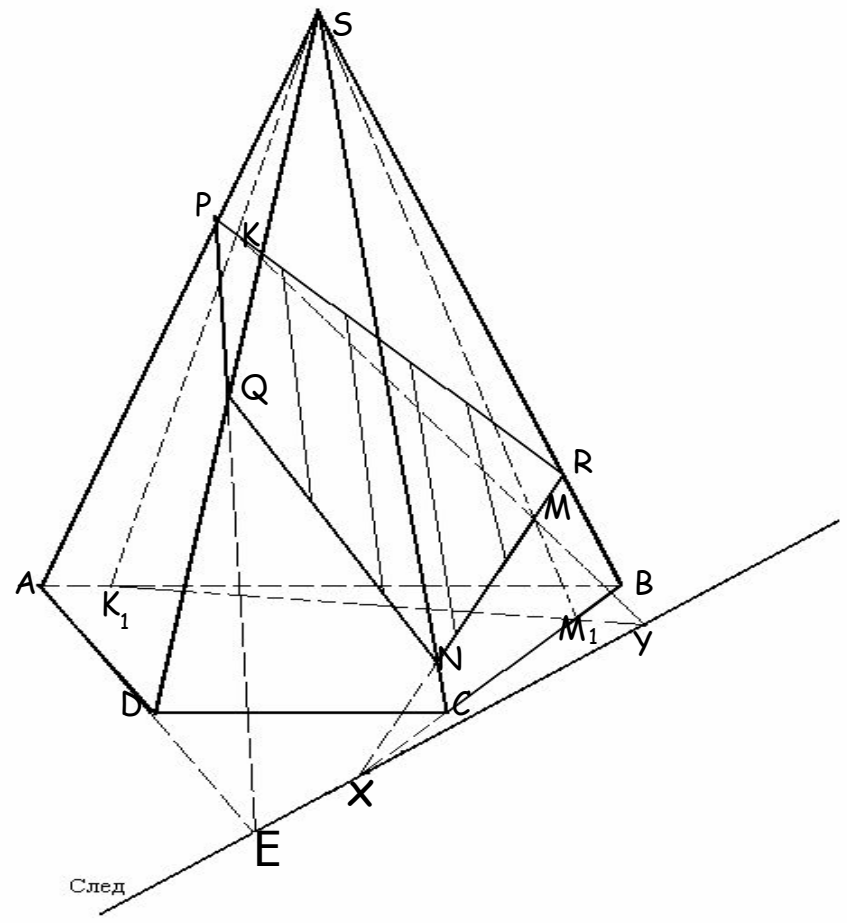
# Сечение пирамиды

Сечение пирамиды произвольной плоскостью – многоугольник. Основная задача следов:



$A \rightarrow A_1$   
 $B \rightarrow B_1$

$AB \cap A_1B_1 = X$ ; точка  $X \in$  следу. Аналогично находится точка  $Y$ .  
**След** – прямая пересечения секущей плоскости и плоскости основания. Если одна из точек, через которую проходит сечение, лежит в основании, то через нее проходит след.



Дано:

$SABCD$  - пирамида

$M \in (SBC), N \in (SC), K \in (SAB)$ .

Построить сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точки  $M, N$ , и  $K$ .

Решение.

- $M \rightarrow M_1, M_1 \in BC,$
- $N \rightarrow C, K \rightarrow K_1; K_1 \in AB,$
- $MN \cap M_1C = X; KM \cap K_1M_1 = Y; XY$ - след.
- $MN \cap (SBC) = NR; R \in SB;$
- $RK \in (SAB) = RP; P \in SA;$
- $AD \cap XY = E; PE \cap (SAD) = PQ; Q \in SD;$
- $NQ \cap (SCD) = NQ.$
- $NRPQ$ - искомое сечение.