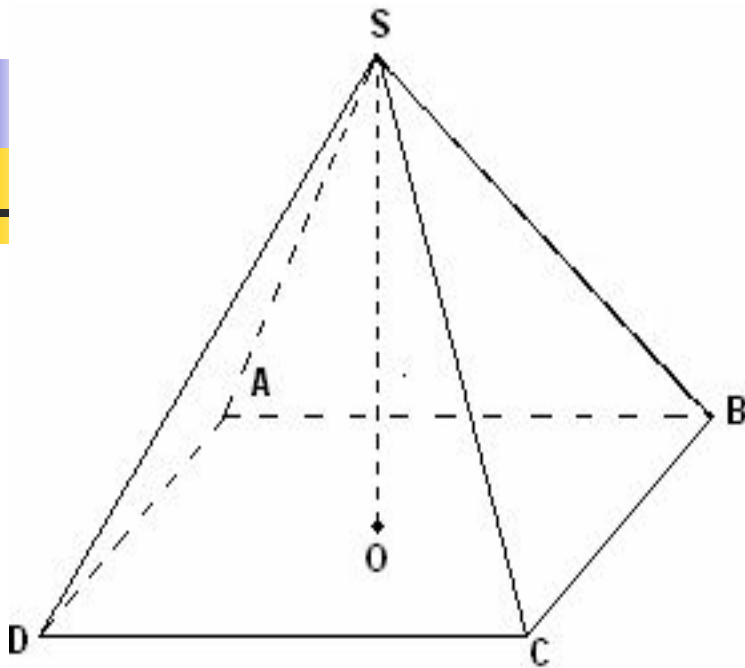


Пирамида



Выполнила:
учитель высшей категории
МБОУ СОШ №42
города Белгорода
Золотых Ольга Михайловна



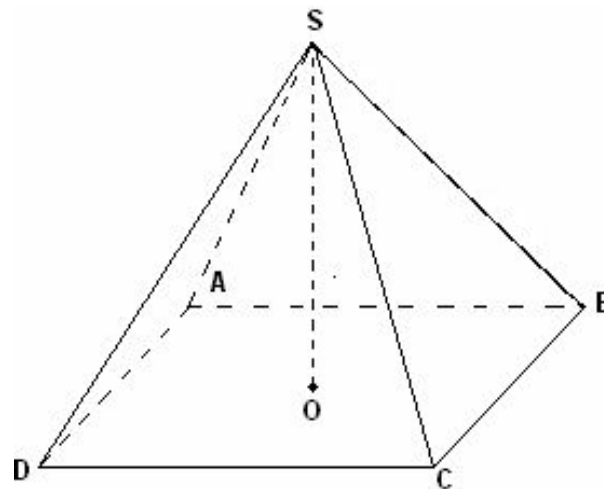
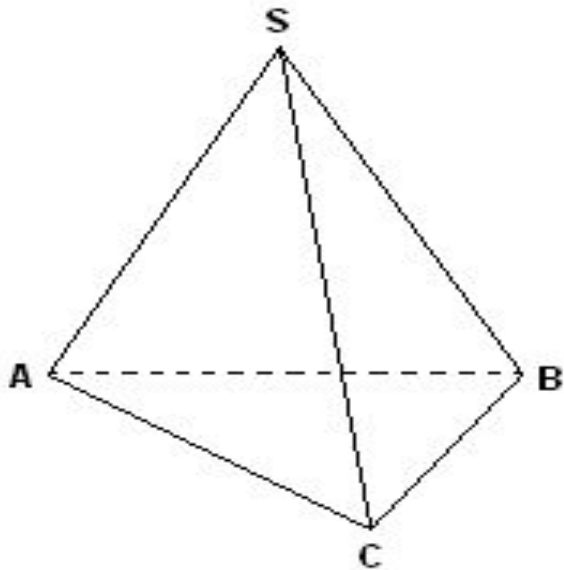
ЧТО ТАКОЕ ПИРАМИДА?

- Первые определения этому понятию давали:
- Евклид Телесная фигура, ограниченная плоскостями, которые от одной плоскости (основания) сходятся к одной точке(вершине)
- Герон Фигура, ограниченная треугольниками, сходящимися в одной точке, и основанием которой служит многоугольник
- Учебники XIXв. Телесный угол, пересечённый плоскостью
- Тейлор Многогранник, у которого все грани, кроме одной, сходятся в одной точке
- Лежандр Телесная фигура, образованная треугольниками, сходящимися в одной точке и заканчивающаяся по различным сторонам плоского основания

Понятие пирамиды

Пирамида – это геометрическая фигура, которая состоит из многоугольника, точки, не лежащей в плоскости многоугольника и всех отрезков, соединяющих эту точку с точками многоугольника.

Пирамиды бывают 3- угольные, 4-х угольные , n- угольные



ТЕТРАЭДР – это пирамида, основанием которой является треугольник.

Элементы пирамиды.

S – вершина пирамиды.

▲ ABC – основание пирамиды.

AB, AC, BC – ребра основания.

SA, SB, SC – боковые ребра.

▲ $SAC, \triangle SBC, \triangle SAB$ – боковые грани

A, B, C – вершины основания

Условные обозначения

S_b – площадь боковой поверхности пирамиды

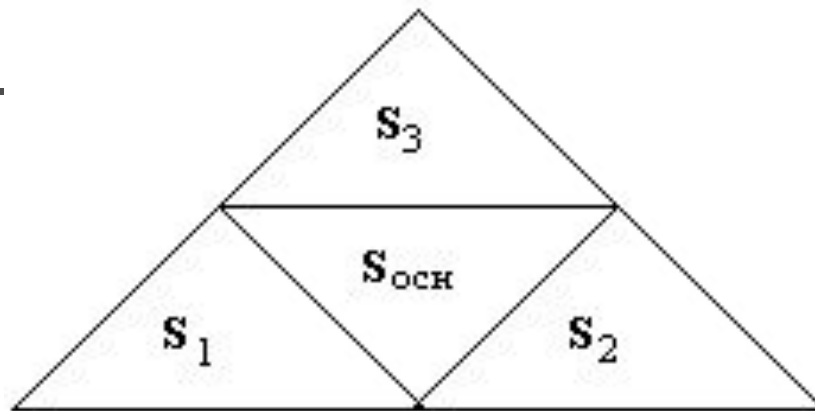
S_n – площадь полной поверхности

V – объем пирамиды

H – высота пирамиды

h – апофема правильной пирамиды

Развертка треугольной пирамиды



Формулы

$$S_{\text{б}} = S_1 + S_2 + S_3 + \dots$$

$$S_{\text{н}} = S_{\text{б}} + S_{\text{осн}}$$

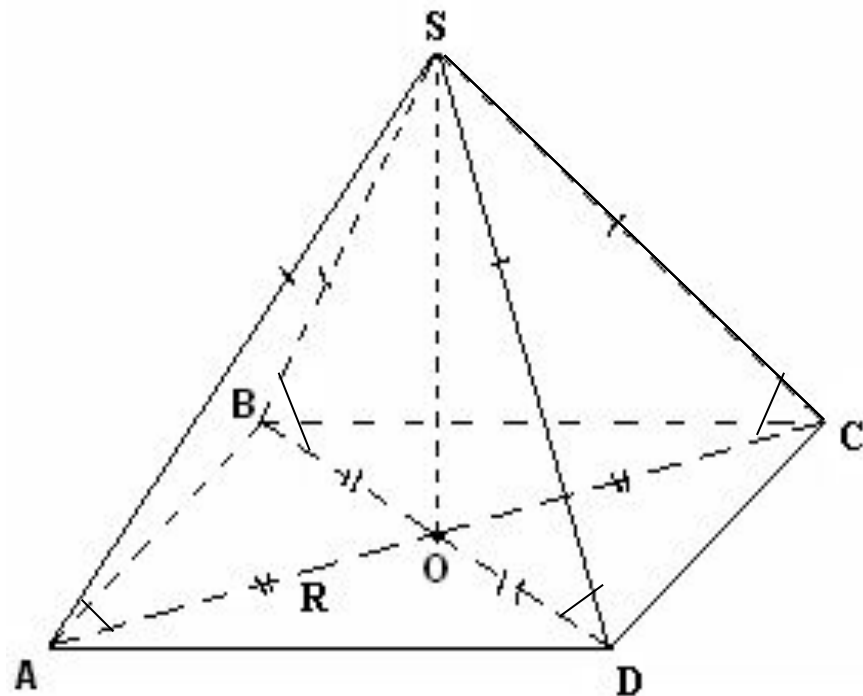
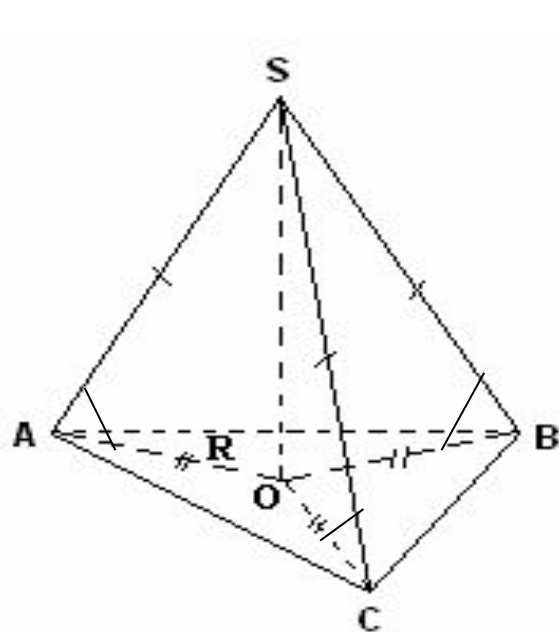
$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

H – высота пирамиды.

Высота пирамиды – это перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания

Это надо знать! Виды пирамид

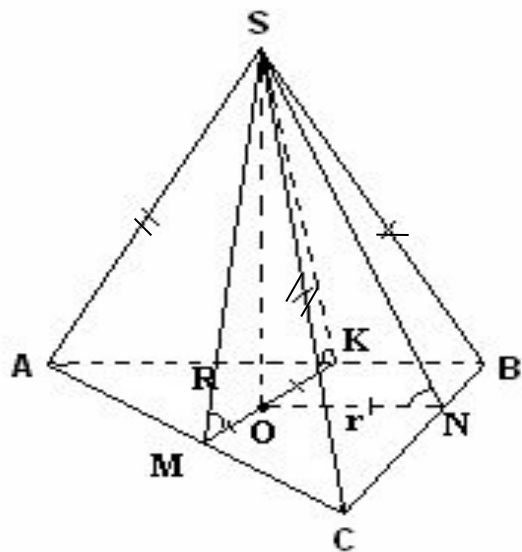
Пирамида с равными боковыми ребрами или равными углами наклона боковых ребер к плоскости основания; проекцией вершины пирамиды является центр описанной около многоугольника окружности.



O – центр описанной окружности. В произвольном

треугольнике $R = \frac{abc}{4S} = \frac{a}{2\sin \alpha}$

Пирамида с равными углами наклона боковых граней к основанию; проекцией вершины пирамиды является центр вписанной в многоугольник окружности.



В произвольном
треугольнике

$$r = \frac{S}{p}$$

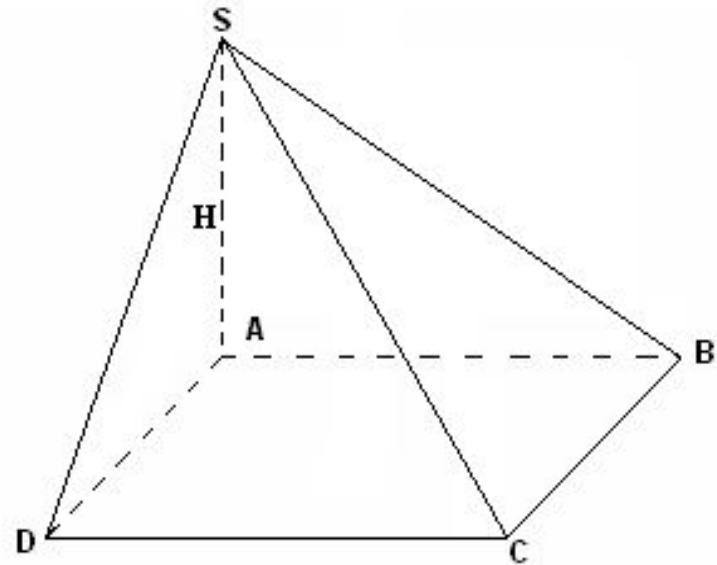
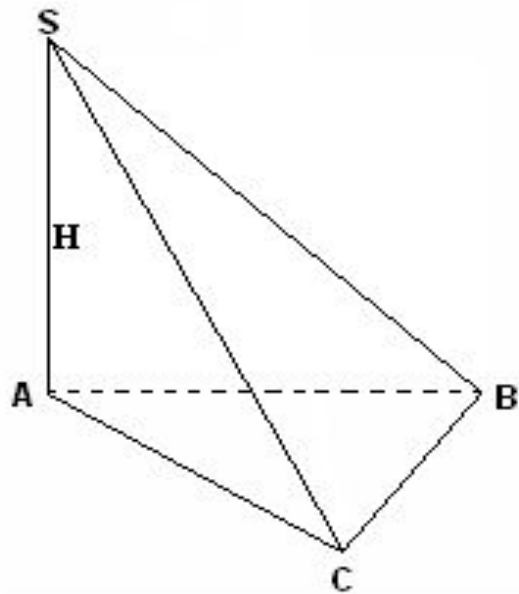
P - полупериметр

S - площадь треугольника

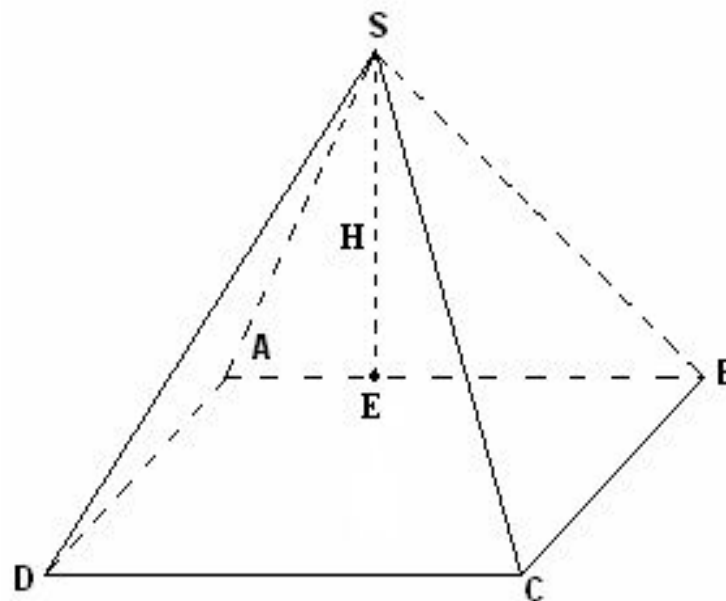
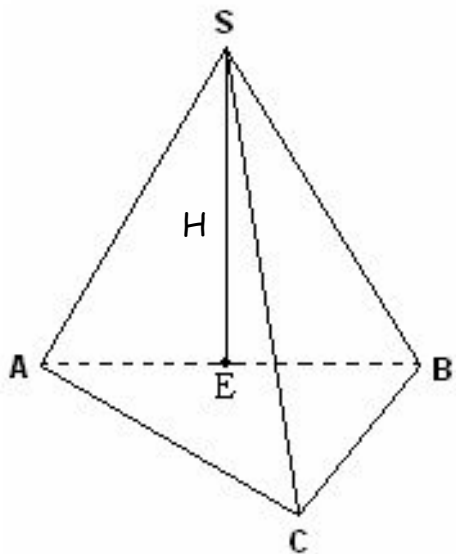
r - радиус вписанной окружности

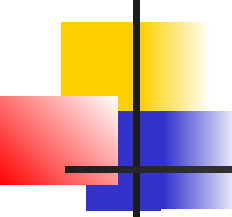
OM, ON, OK - радиусы окружности; $OM \perp AC, OK \perp AB, ON \perp CB$

Пирамида с 1 одним боковым ребром, перпендикулярным основанию или пирамида с 2-мя смежными боковыми гранями, перпендикулярными основанию; проекцией вершины пирамиды является вершина основания, принадлежащая этому боковому ребру.

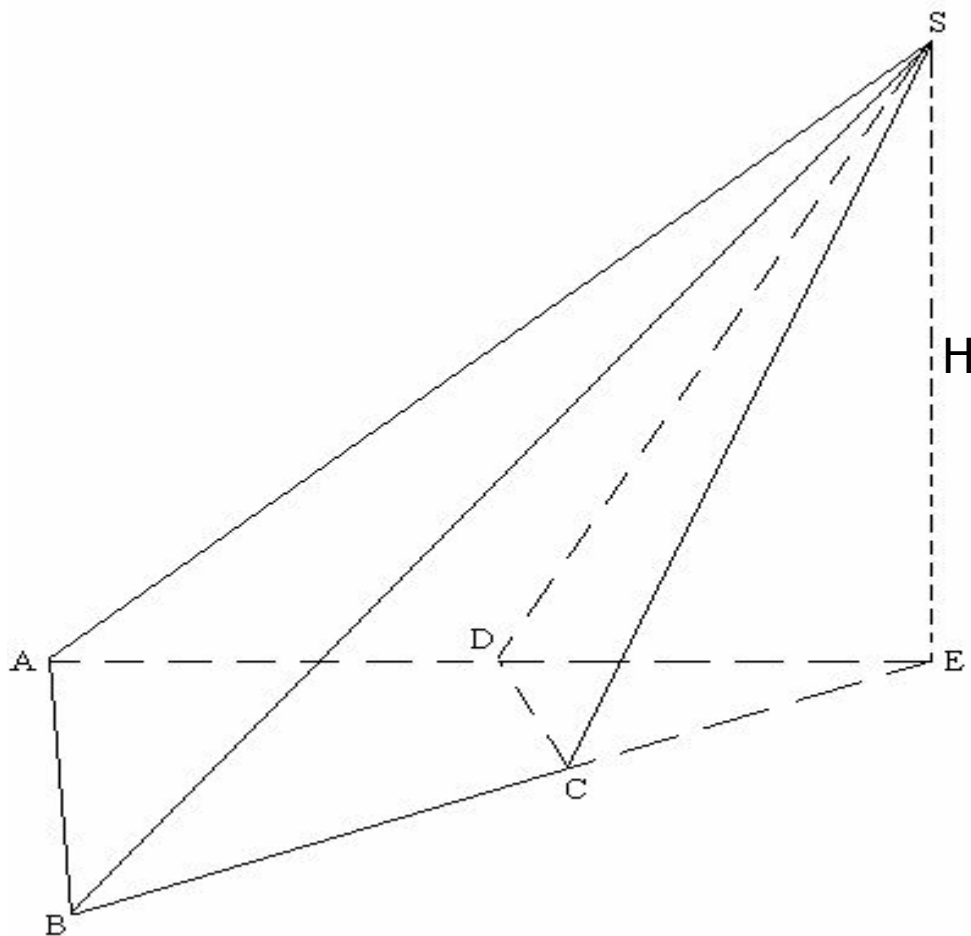


Пирамида с 1й боковой гранью, перпендикулярной основанию;
проекцией вершины пирамиды является основание высоты этой
боковой грани, проведенной из вершины пирамиды.



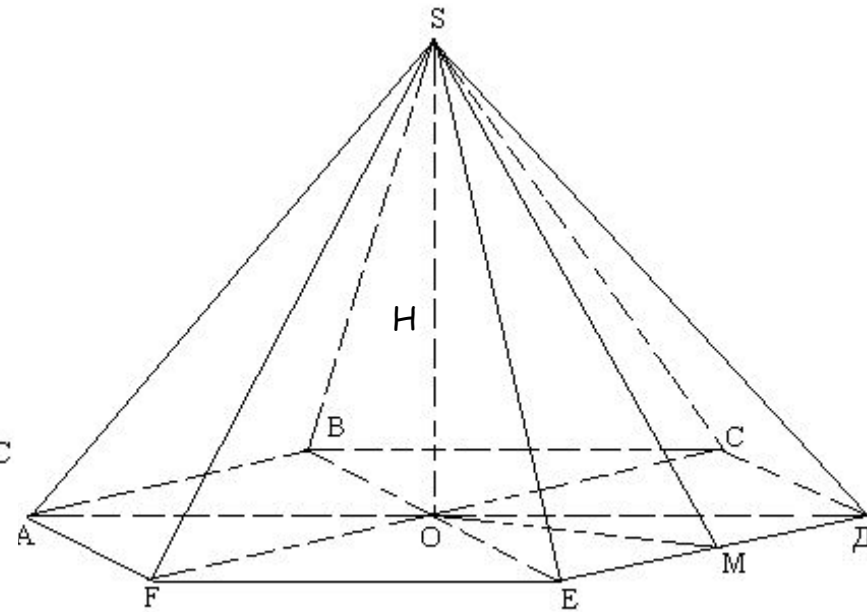
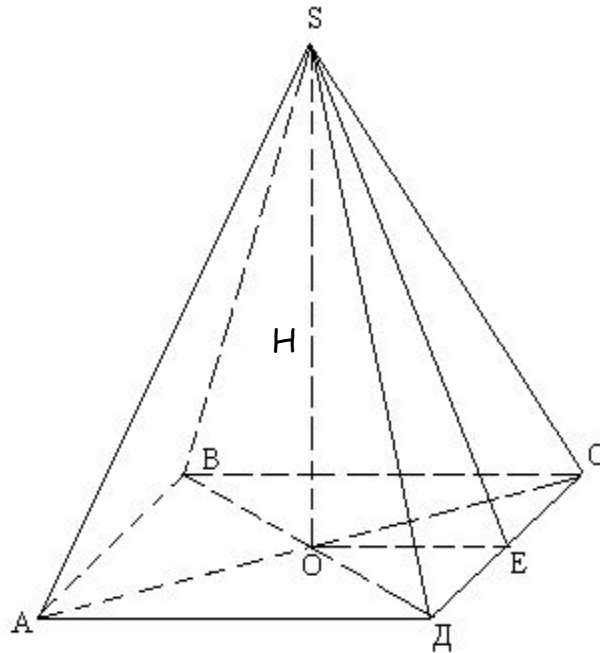
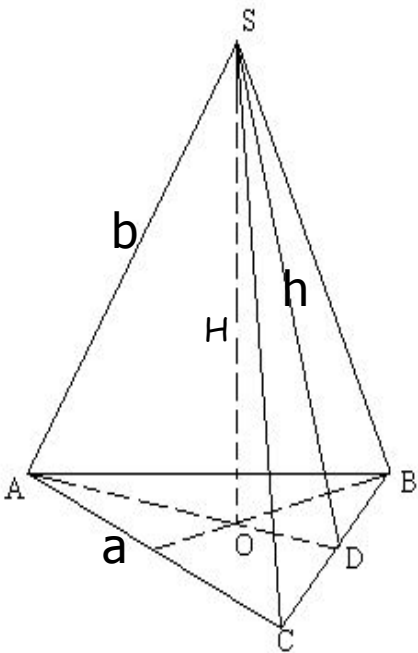


Пирамида с 2-мя противоположными боковыми гранями,
перпендикулярными плоскости основания.



$SABCD$ - пирамида
 SE - высота

Правильная пирамида



$$S_{\text{б}} = \frac{n \cdot a \cdot h}{2}$$

$$S_{\text{б}} = \frac{n \cdot b^2 \cdot \sin \alpha}{2}$$

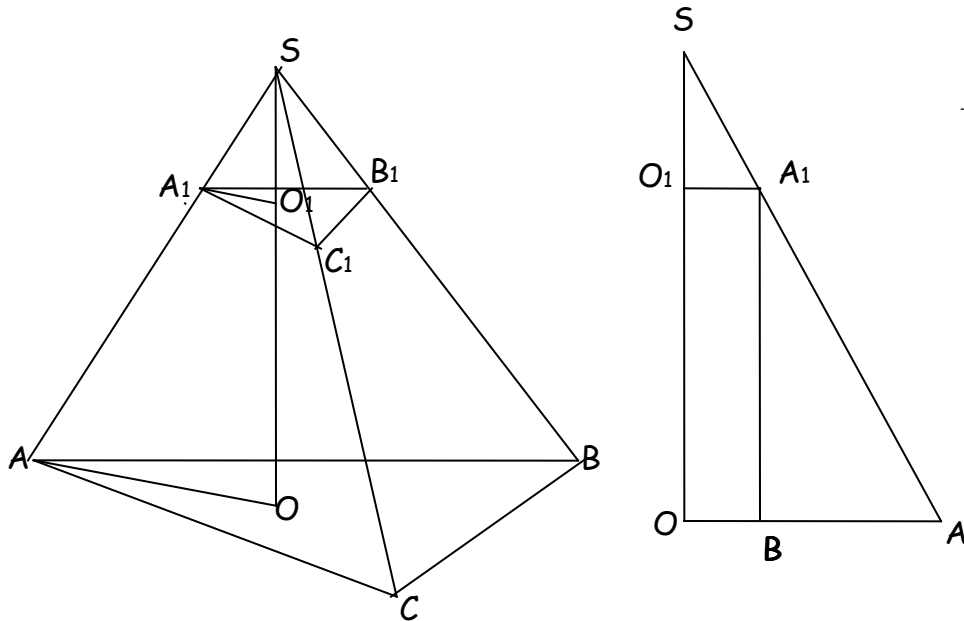
n - число углов пр.
пирамиды
 α - плоский угол при вершине

Апофема правильной пирамиды - это высота боковой грани, проведенная из вершины пирамиды.

Правильный тетраэдр - это правильная пирамида, у которой все ребра равны.

Сечения пирамиды

Сечение пирамиды плоскостью, параллельной основанию - это многоугольник, подобный основанию. Этим сечением пирамида разбивается на 2 фигуры: пирамиду и усеченную пирамиду.



$$\frac{S_{\text{сеч}}}{S_{\text{осн}}} = \left(\frac{O_1A_1}{OA} \right)^2 = \left(\frac{SO_1}{SO} \right)^2 = k^2$$

$$S_{\text{б}} = S_{\text{1трапеции}} + S_{\text{2трапеции}} + S_{\text{3трапеции}} + \dots$$

$$S_{\text{п}} = S_{\text{б}} + S_{\text{осн}} + S_{\text{сеч}}$$

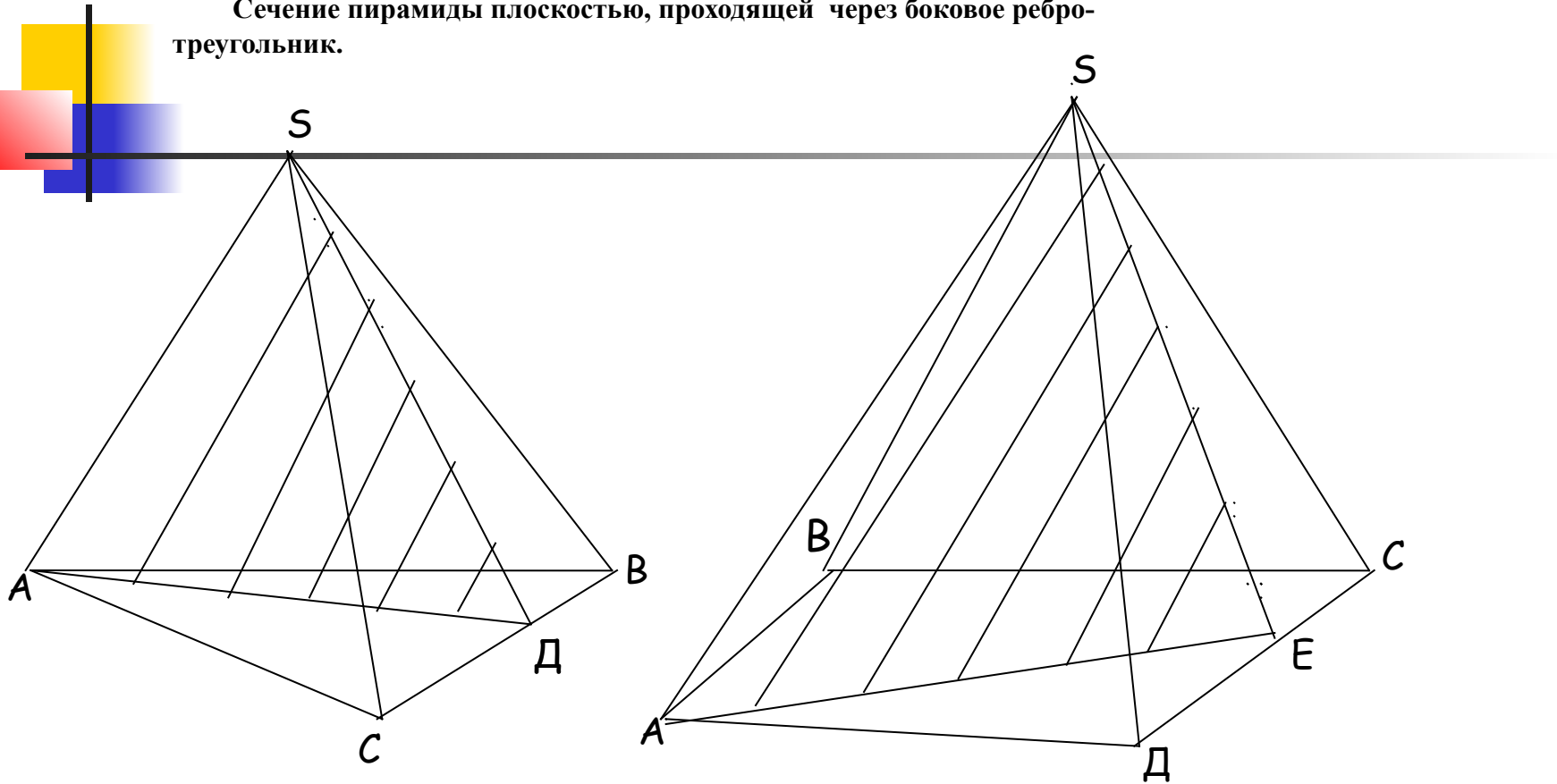
$$V = \frac{1}{3}h(S_{\text{осн}} + \sqrt{S_{\text{осн}} \cdot S_{\text{сеч}}} + S_{\text{сеч}})$$

Боковые грани усеченной пирамиды - трапеции

$$S_{\text{тр}} = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

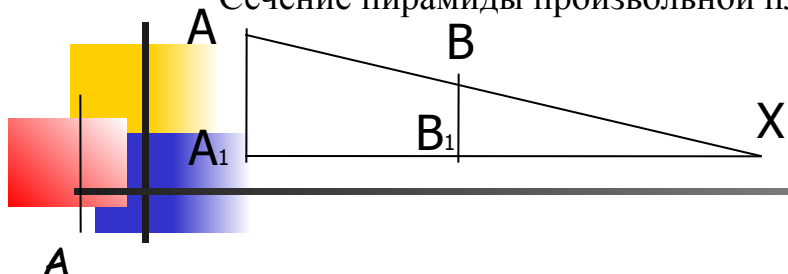
Сечение пирамиды

Сечение пирамиды плоскостью, проходящей через боковое ребро-треугольник.



Сечение пирамиды

Сечение пирамиды произвольной плоскостью – многоугольник. Основная задача следов:



$A \rightarrow A_1$

$B \rightarrow B_1$

$AB \cap A_1B_1 = X$; точка $X \in$ следу. Аналогично находится точка Y .

След – прямая пересечения секущей плоскости и плоскости основания. Если одна из точек, через которую проходит сечение, лежит в основании, то через нее проходит след.

Дано:

$SABCD$ - пирамида

$M \in (SBC)$, $N \in (SC)$, $K \in (SAB)$.

Построить сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точки M , N , и K .

Решение.

$M \rightarrow M_1$, $M_1 \in BC$,

$N \rightarrow C$, $K \rightarrow K_1$; $K_1 \in AB$,

$MN \cap M_1C = X$; $KM \cap K_1M_1 = Y$; XY - след.

$MN \cap (SBC) = NR$; $R \in SB$;

$RK \in (SAB) = RP$; $P \in SA$;

$AD \cap XY = E$; $PE \cap (SAD) = PQ$; $Q \in SD$;

$NQ \cap (SCD) = NQ$.

$NRPQ$ - искомое сечение.

