Идея непрерывности

В геометрии.

Мотивирующая задача.

- Существует ли параллелограмм с углом 27° между диагоналями ?

Проблема:

Появились задачи, которые невозможно решить известными методами.

Цель : отыскать новый метод решения и использовать его в дальнейшем как уже известный .

Гипотеза:

- Если какая – либо величина меняется <u>непрерывно</u> в течение некоторого времени и в начальный момент она была меньше значения m, а в конечный момент времени – больше, чем m, то в какой-то промежуточный момент времени величина принимала значение m.

Практическое подтверждение гипотезы.

- 1 Изготовлена модель, диагоналей параллелограмма, состоящая из двух реек, подвижно закрепленных в их общей середине. Концы реек являются вершинами параллелограмма. Угол между рейками может меняться от 0 до 90.

Значит в какой-то момент значение угла равно 27°.

Практическое подтверждение гипотезы

- 2 Пусть минутная стрелка часов сейчас на отметке 5, тогда спустя 10 минут она установится на отметку 7. Очевидно, что за это время стрелка побывала на отметке 6,так как процесс движения стрелки был непрерывен.

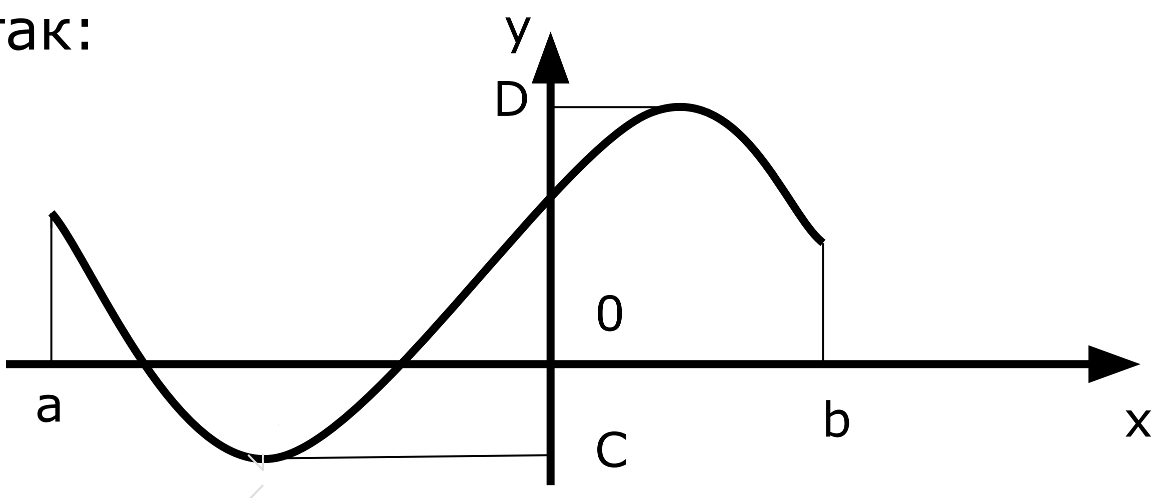
Практическое подтверждение гипотезы

- 3 При изучении функций мы изображали их графики. Очевидно , что ряд процессов непрерывных во времени можно считать функцией, то есть зависимостью от времени.

  Эту зависимость можно изобразить с помощью графика. Причем, очевидно, что график будет собой представлять непрерывную линию- такую линию, которую можно начертить не отрывая карандаша от бумаги.

Например.

График зависимости величины y от времени
Выглядит так:



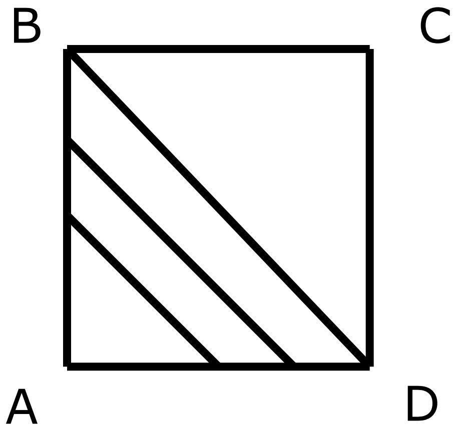
Тогда очевидно что величина y в промежуток времени между моментами a и b будет принимать каждое значение от C до D.

–

- Получить доказательство этого факта мне не удалось по ряду причин. Главная из которых отсутствие знания математического анализа, т.к. непрерывность функции –понятие матанализа. Но этот закон присутствует в учебниках алгебры и начал анализа, где отмечено, что его доказательство выходит за рамки школьной программы и основано на свойстве непрерывности множества действительных чисел.

Задача2

- Дан квадрат, его диагональ 2 см. В нем проводят отрезки, параллельные диагоналям, с концами на сторонах квадрата. Докажите, что длина одного из них может быть равной 1,77см.

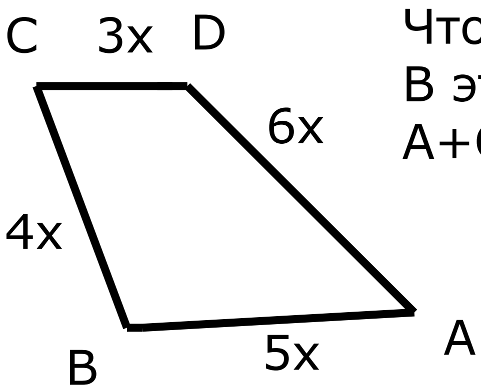


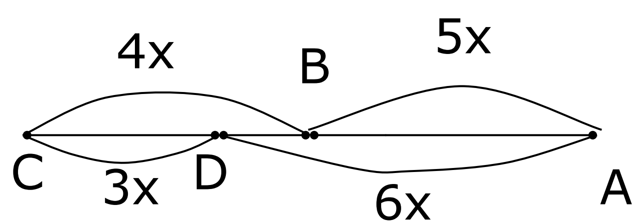
Решение.
Длина переменного отрезка меняется от 0 до 2см.

Задача 3.

- Установите, верно ли, что сумма противоположных углов четырехугольника, стороны которого пропорциональны числам5,4,3,6 не может равняться 180.

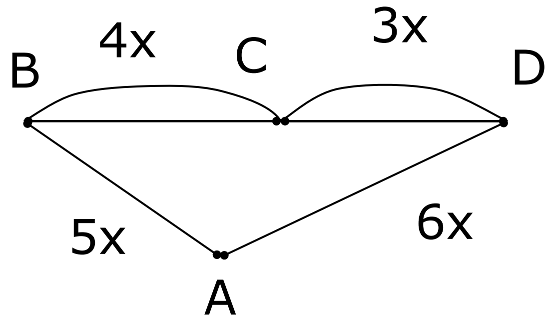
Решение. Так как AB+BC=CD+DA. То можно деформировать (сплюснуть) четырехугольник так, Чтобы все его вершины оказались на одной прямой. В этом начальном положении четырехугольника A+C=0<180. (см. рис.1)





Будем теперь сжимать четырехугольник в направлении AC до тех пор, пока вершина C не окажется на отрезке BD. В этом положении A+C>180° (C=180°).

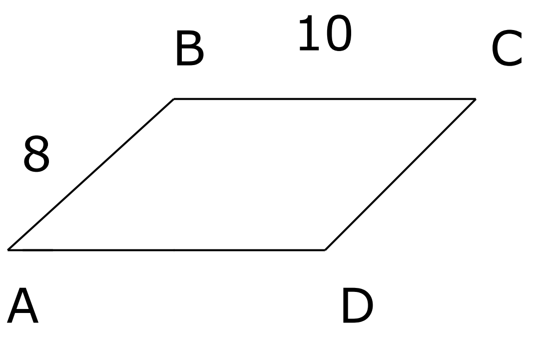
Так как из начального положения мы пришли к конечному положению, непрерывно меняя сумму A+C, то в какой-то промежуточный момент времени величина суммы A+C была равна 180°.



Задача 4.

- В параллелограмме одна сторона 10см, а другая 8см. Найдите длину диагонали, если это возможно

Решение.



Пусть параллелограмм шарнирный. Тогда
Наименьшее расстояние между А и С равно 2см, а наибольшее расстояние между А и С равно 18 см.Так как процесс изменения
Расстояния АС осуществляется непрерывно, то
Длина диагонали АС удовлетворяет неравенству $2<AC<18$.

Выводы.

- Алгебраическое понятие непрерывности применимо при решении геометрических задач.
- Неравенство треугольника, изучаемое в 7 классе можно доказать более простым способом на основании этого метода.