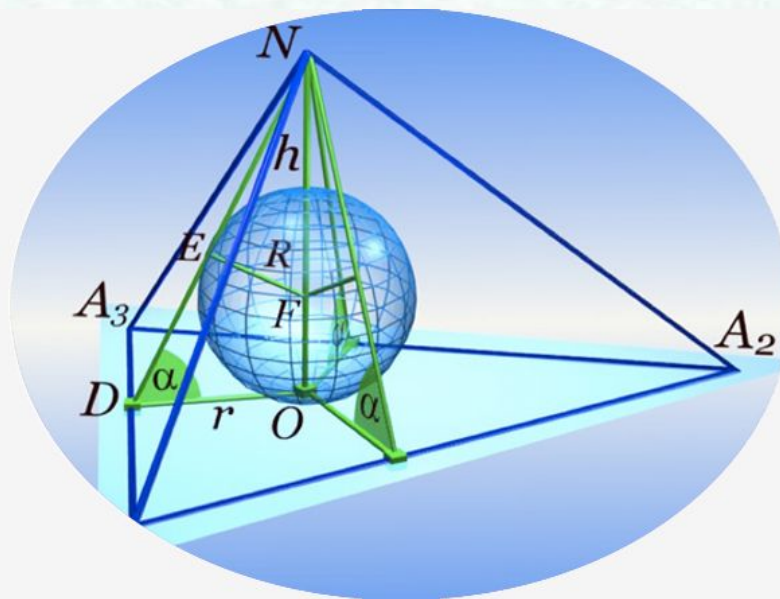


# ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ



# ЦЕЛИ урока

1. Рассмотреть взаимное расположение прямых в пространстве
2. Доказать теоремы о параллельности прямых
3. Закрепить понятия на моделях куба, и пирамиды

# Параллельность на ПЛОСКОСТИ

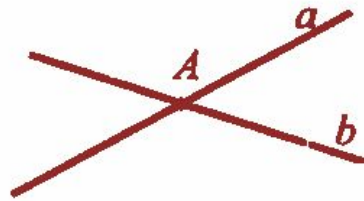
1. Определение параллельных прямых

2. Взаимное расположение двух

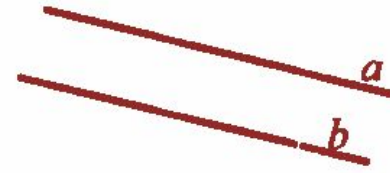
1



а)  $a = b$



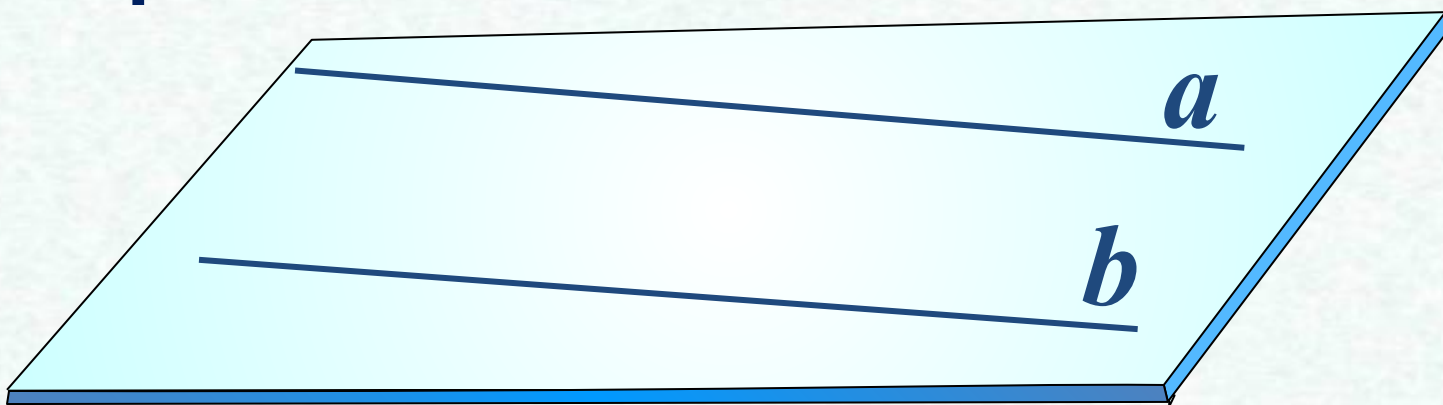
б)  $a \cap b = A$

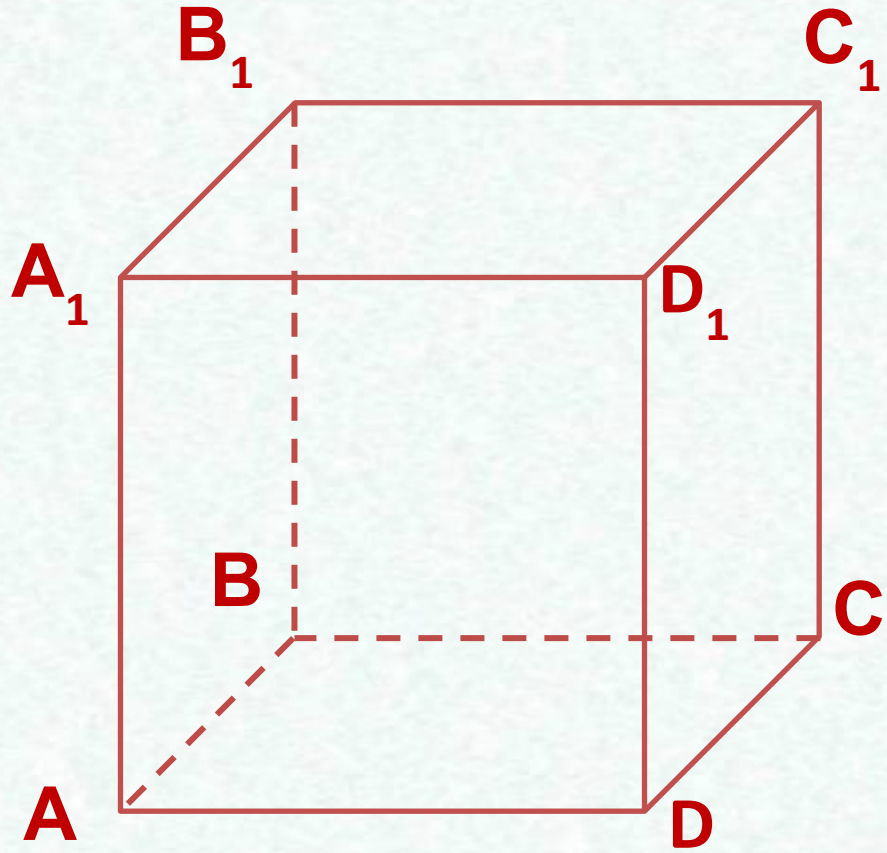


в)  $a \parallel b$

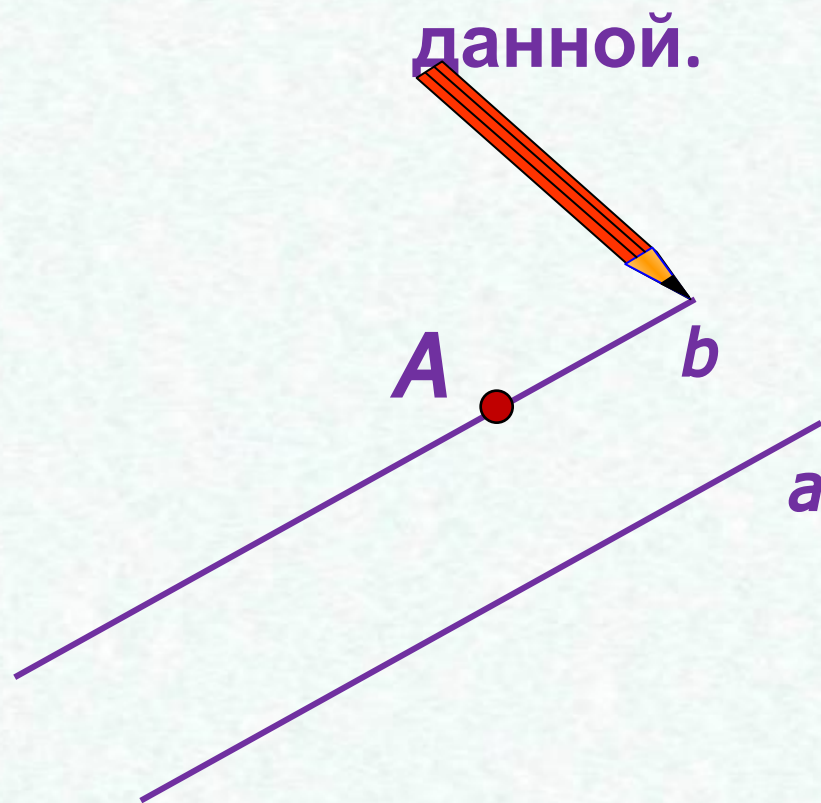
# ОПРЕДЕЛЕН ИЕ

Две прямые в пространстве называются **параллельными**, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются





**Повторим аксиому**  
**Через точку, не лежащую на данной прямой,**  
**параллельности.**  
**проходит только одна прямая, параллельная**  
**данной.**



**Аксиома параллельности поможет доказать**  
**теорему о параллельных прямых**

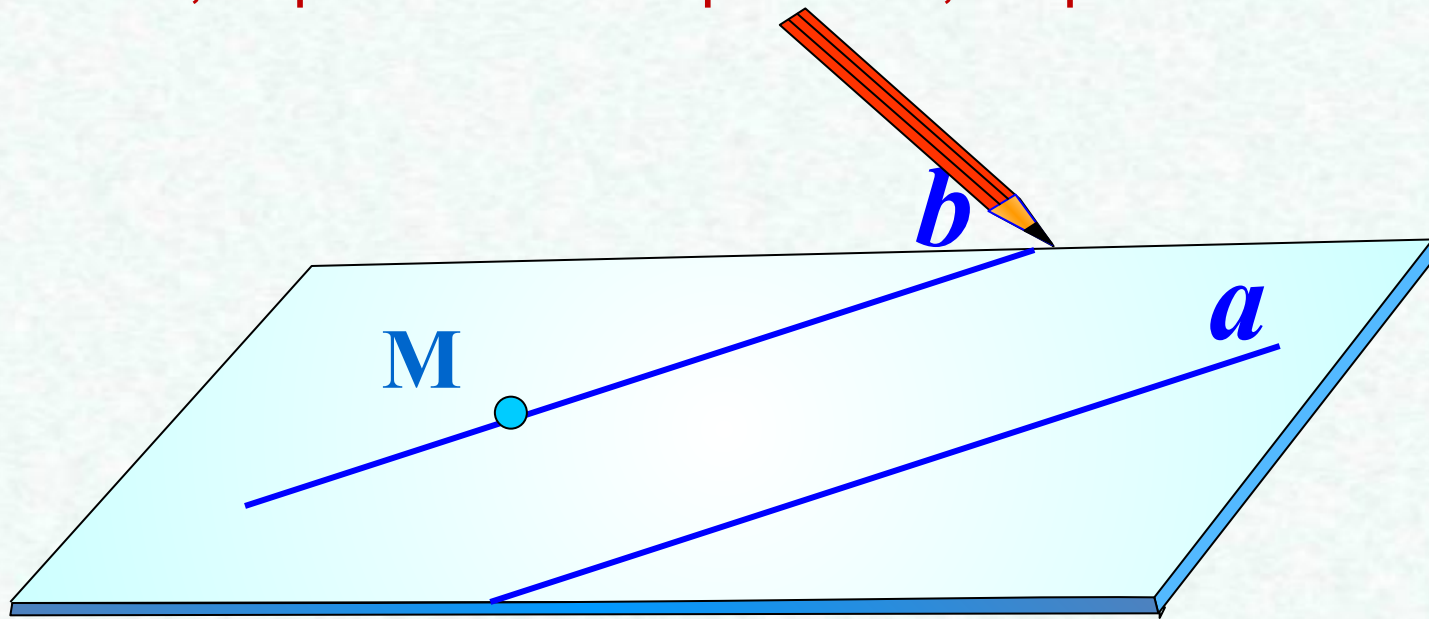
# **ТЕОРЕ**

# **МА**

**Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.**

# ДОКАЗАТЕЛЬС

1. Прямая и не лежащая на ней точка определяют плоскость
2. По аксиоме планиметрии через т.  $M$  проходит прямая  $b$ , параллельная прямой  $a$ , и притом только одна

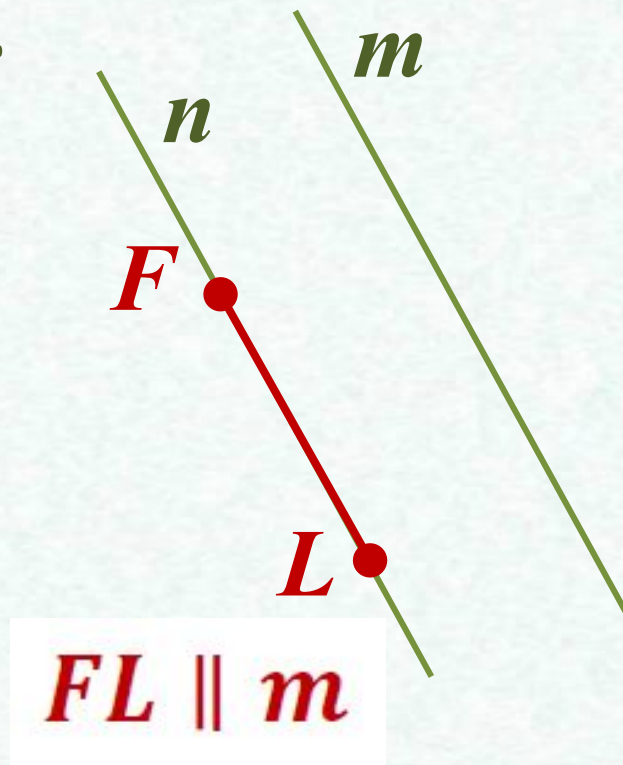
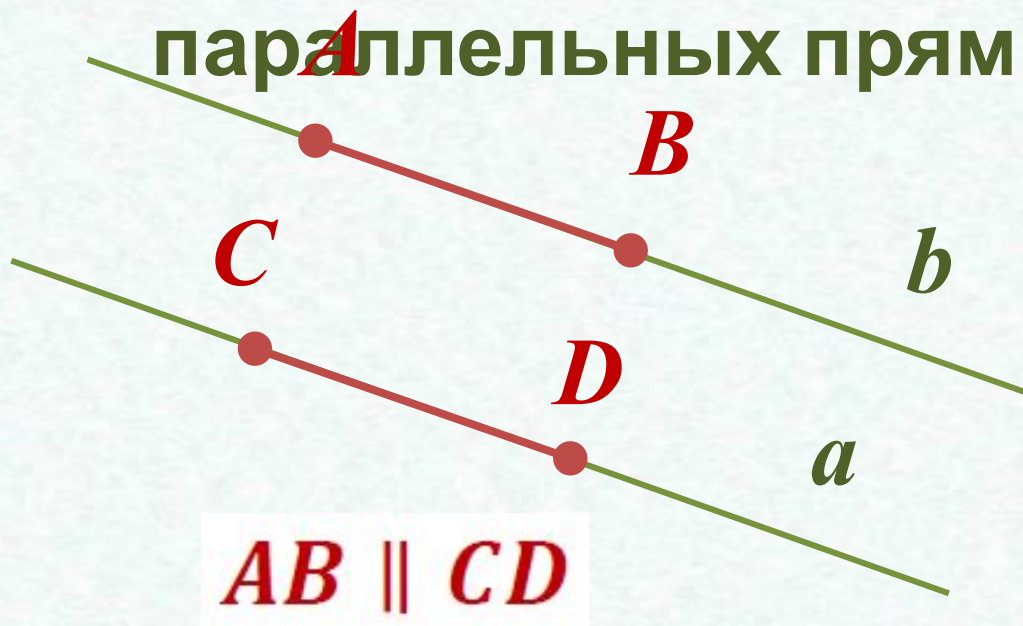


3.  $b$  - единственная прямая, проходящая через точку  $M$  параллельно прямой  $a$ . Теорема доказана.

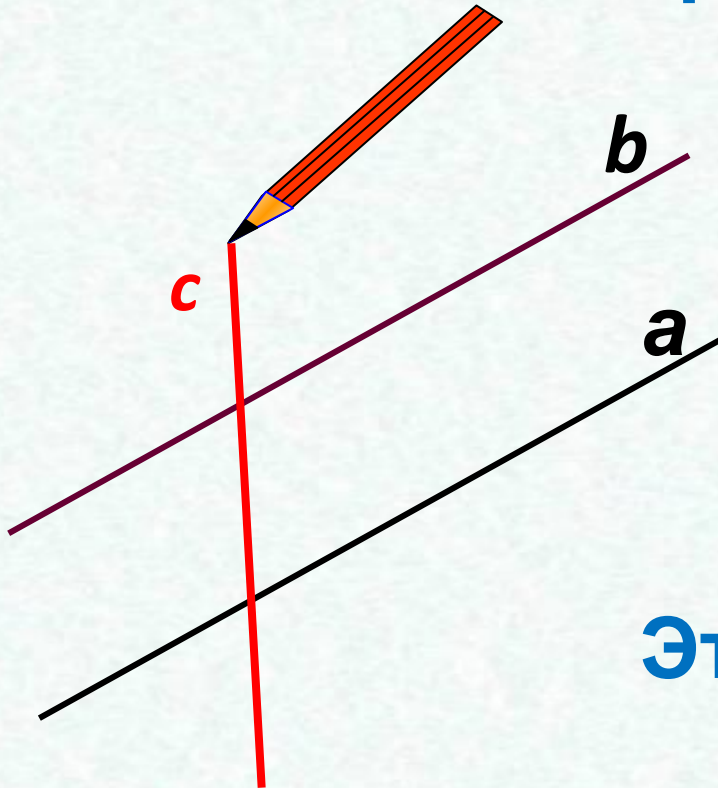


# ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ОТРЕЗКИ

Два отрезка называются параллельными, если они лежат на параллельных прямых.



# Повторим следствие из аксиомы параллельности.



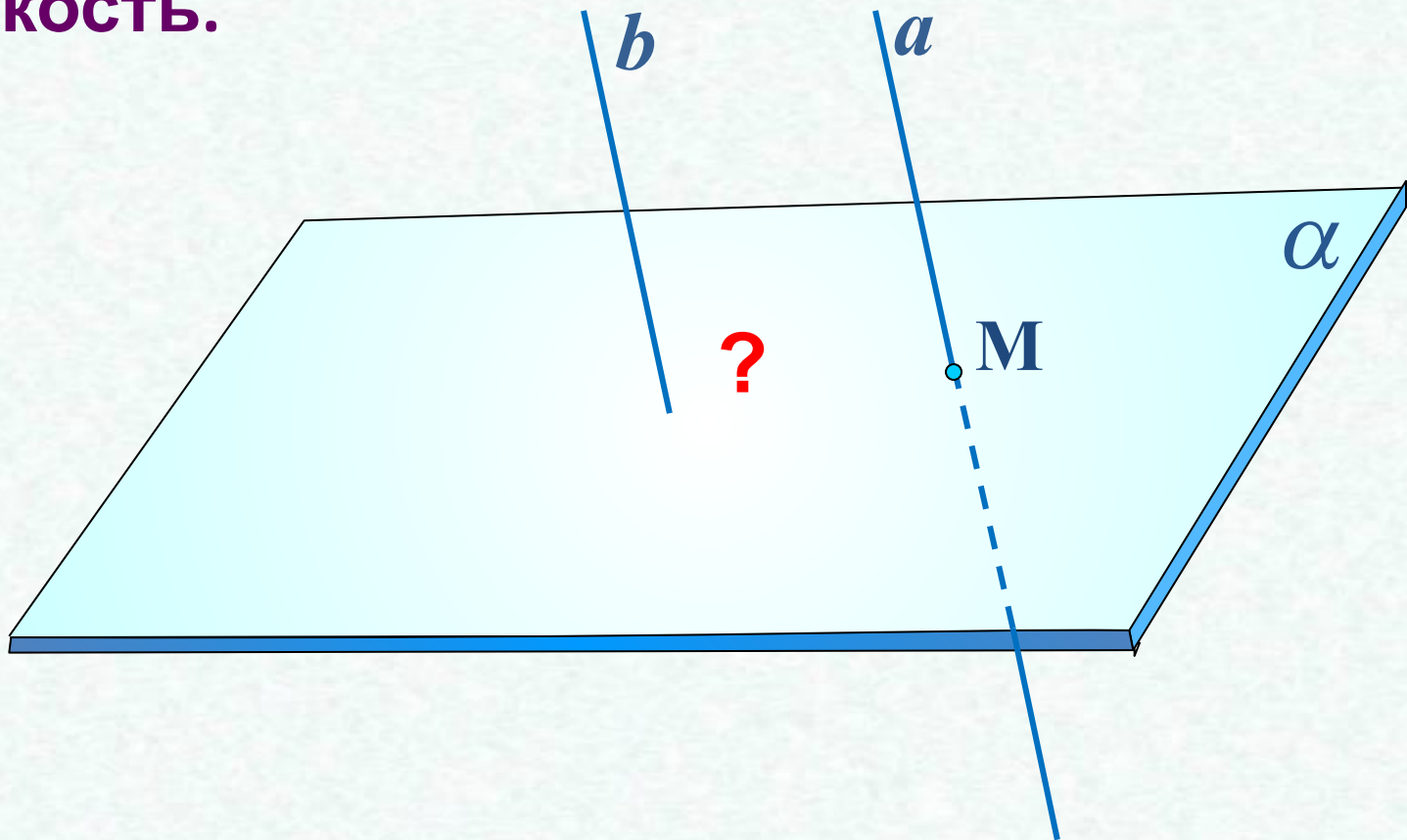
Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.

$$a \parallel b, c \cap b \Rightarrow c \cap a$$

**Это следствие поможет  
доказать  
лемму о параллельных прямых**

# ЛЕММА

Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает данную плоскость.



# ДОКАЗАТЕЛЬС

## ТВО

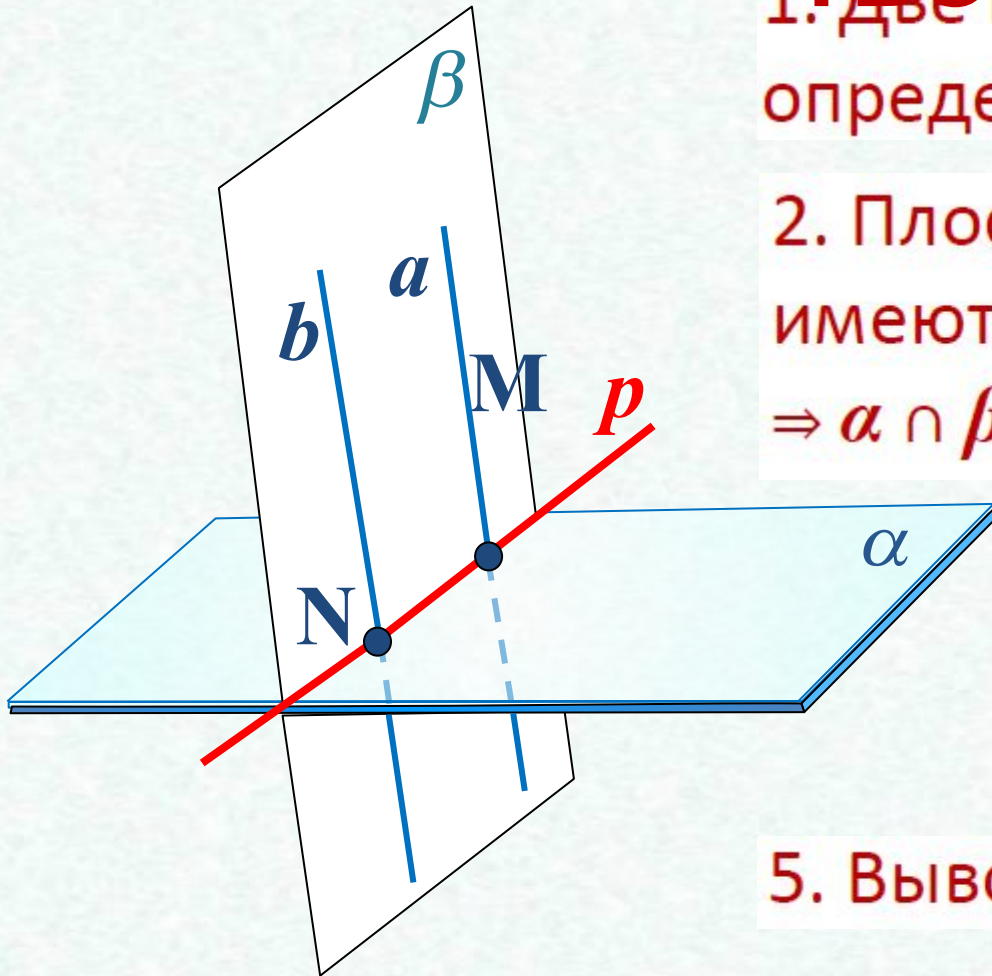
1. Две параллельные прямые определяют плоскость.

2. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  имеют общую точку  $M$ ,  
 $\Rightarrow \alpha \cap \beta$  по прямой  $p$  (A<sub>3</sub>)

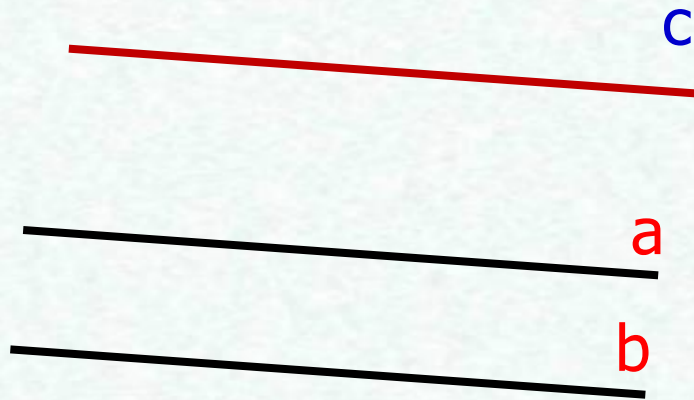
3.  $p \subset \beta$ ,  $p \cap a$  в (.)  $M$   
 $\Rightarrow p \cap b$  в (.)  $N$

4.  $p \subset \alpha$ ,  $\Rightarrow N \in \alpha$

5. Вывод:  $p \cap \alpha$  в (.)  $N$



## Повторим следствие из аксиомы параллельности.



Если две прямые параллельны третьей прямой,

$$a \parallel c, b \parallel c, \Rightarrow a \parallel b$$

то они параллельны.  
Аналогичное утверждение имеет место и для трех прямых в пространстве.

# ТЕОРЕ

## МА

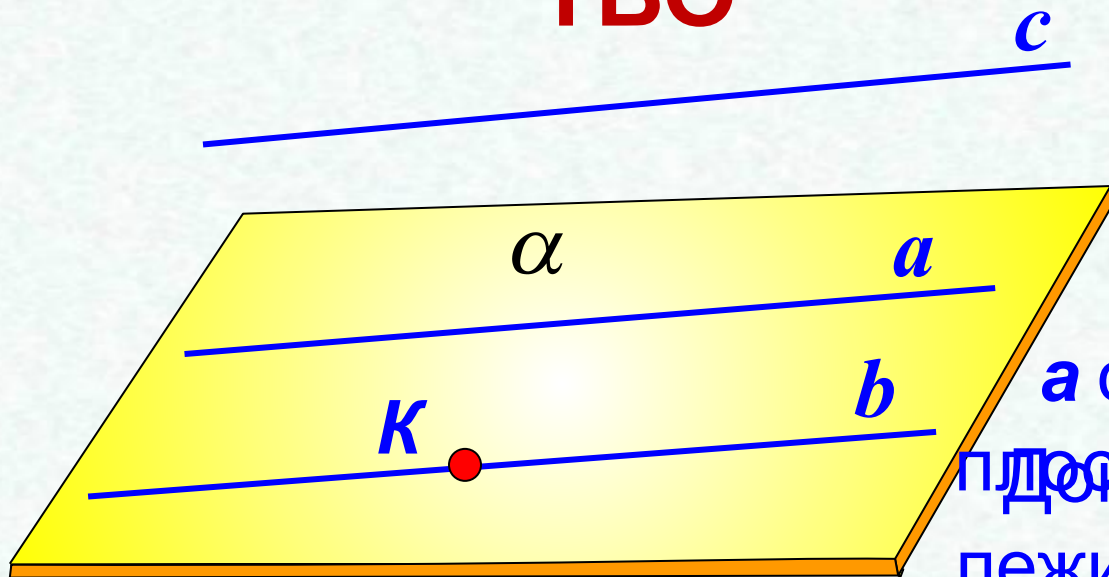
Если две прямые параллельны третьей, то они параллельны

Дано:  $a \parallel c, b \parallel c$

Доказать:  $a \parallel b$



# ДОКАЗАТЕЛЬСТВО



Докажем, что  $a$  и  $b$ :  
1). лежат в одной плоскости

2). не

пересекаются

1). Точка  $K$  и прямая

$a$  определяют

плоскость, что прямая  $b$

лежит в этой плоскости

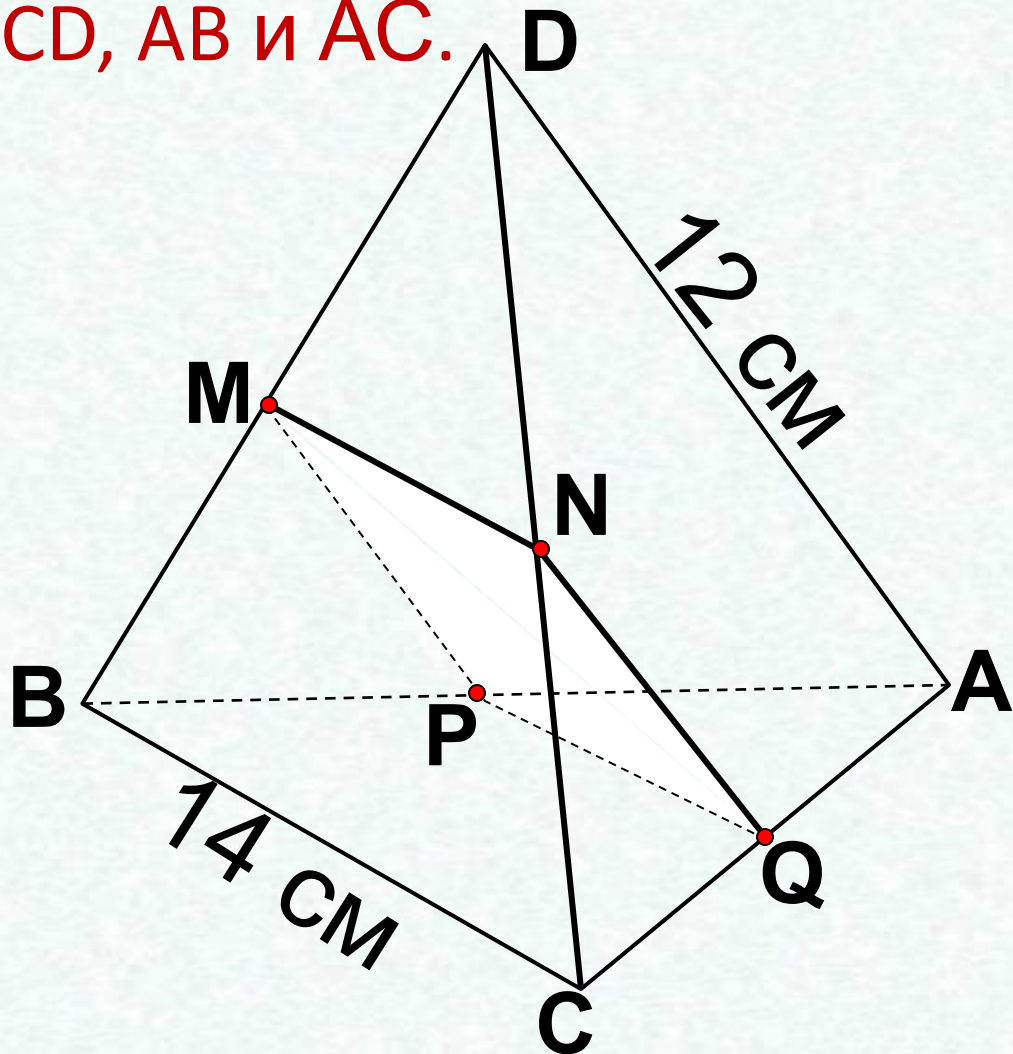
Допустим, что прямая  $b \cap \alpha$ . Тогда по лемме  $c \cap \alpha$  и  $a \cap \alpha$ .  
А это невозможно, т.к.  $a \subset \alpha$ . Следовательно,  $b \subset \alpha$

2) Используя метод от противного объясните почему прямые  $a$  и  $b$  не пересекаются.

**№**

Точки M, N, P и Q – середины отрезков BD, CD, AB и AC.

**17**



**P**  
**MNQP** -  
**?**



Решение:

1.  $MN$  - средняя линия  $\triangle MBC \Rightarrow MN \parallel BC$  и  $MN = \frac{1}{2}BC = 7\text{ см}$

2.  $PQ$  - средняя линия  $\triangle ABC \Rightarrow PQ \parallel BC$  и  $PQ = \frac{1}{2}BC = 7\text{ см}$

Вывод:  $MN \parallel PQ$  и  $MN = PQ = 7\text{ см}$

1.  $MP$  - средняя линия  $\triangle MBA \Rightarrow MP \parallel MA$  и  $MP = \frac{1}{2}MA = 6\text{ см}$

2.  $NQ$  - средняя линия  $\triangle MAC \Rightarrow NQ \parallel MA$  и  $NQ = \frac{1}{2}MA = 6\text{ см}$

Вывод:  $MP \parallel NQ$  и  $MP = NQ = 6\text{ см}$

3.  $MNQP$  - параллелограмм

4.  $P_{MNQP} = MN + PQ + MP + NQ = 14 + 12 = 26\text{ (см)}$

# **ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ**

**П. 4 И 5**

**УЧИТЬ ТЕОРЕМЫ И  
ДОКАЗАТЕЛЬСТВА**

**№ 16**