



Введение в логику



Основные вопросы

- Основные понятия логики
 - Предмет логики
 - Формы мышления
 - Понятие
 - Умозаключение
 - Высказывание
- Алгебра высказываний
 - Основные логические операции
 - Таблицы истинности
 - Законы логики
 - Упрощение логических выражений
- Решение логических задач
- Логические основы работы компьютера



Предмет логики

Логика – это наука о формах и способах мышления.

Логика изучает:

- **Формы мышления**
- **Способы мышления**



Формы мышления

- Понятие
- Умозаключение
- Высказывание



Понятие

Понятие- это форма человеческого мышления, где фиксируются основные, существенные признаки объекта.

Любое понятие состоит из двух составляющих:

- **объёма понятия и**
- **содержания понятия.**



Понятие

- Объем понятия- это совокупность (множество) предметов, на которое оно распространяется.
- Содержание понятия- это совокупность основных, существенных признаков объекта.



Понятие

- **Пример**

Файл- это поименованная область на внешнем носителе информации.

- **Объём** этого понятия- множество файлов (компьютерных).
- **Содержание** состоит из двух существенных признаков:
 - **поименованная область и**
 - **на внешнем носителе информации.**



Умозаключение

Умозаключение- это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений (посылок) может быть получено новое суждение (заключение).



Высказывание

Высказывание- это форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о свойствах реальных объектов и отношениях между ними.

- Высказывание может быть либо истинным, либо ложным.



Алгебра высказываний

- Высказывания могут быть *простыми* или *составными*.
- $2+2=4$ – это пример простого высказывания.
- Составные высказывания состоят из простых высказываний и логических операций.
- “*На улице солнечно и у меня хорошее настроение.*” – это пример составного высказывания.
- Алгебра высказываний определяет истинность или ложность составных высказываний.



Алгебра высказываний

Математический аппарат логики:

- Вводятся вместо простых высказываний логические переменные: A, B, C и т.д.
- Значения высказываний обозначаются следующим образом:
 - истина- **1**
 - ложь- **0**.

Логические операции

Название	Обозначение	Математическое обозначение
Логическое умножение, конъюнкция	и	$\&, \bullet, \wedge$
Логическое сложение, дизъюнкция	или	$+, \vee, $
Логическое отрицание (инверсия)	не	\square, \neg
Импликация (следование)	если, то	\rightarrow, \Rightarrow
Эквивалентность (равносильность)	тогда и только тогда	$\equiv, \Leftrightarrow, \leftrightarrow, \sim$
Исключающее или (сложение по mod 2, кольцевая сумма)	Либо ..., либо...	$\oplus, \text{xor}, \text{mod}2, \text{m}2$



Таблицы истинности

Логическое умножение

A	B	F=A&B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0



Таблицы истинности

Логическое сложение

A	B	F=A+B
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0



Таблицы истинности

Логическое отрицание

A	$F = \bar{A}$
1	0
0	1



Таблицы истинности

Импликация

A	B	$F=A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1



Таблицы истинности

Эквивалентность

A	B	$F=A \equiv B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1



Таблицы истинности

Исключающее или

A	B	$F=A\oplus B$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Таблицы истинности

- Зная базовые логические элементы, можно построить таблицу истинности для любой логической функции.

Пример. Построить таблицу истинности для логической функции $F = A \cdot B + \neg A \cdot \neg B$.

Решение:

Не забудьте о приоритете логических операций!

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \cdot B$	$\neg A \cdot \neg B$	$F = A \cdot B + \neg A \cdot \neg B$
1	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1	1



Законы логики

1. Закон коммутативности

$$X \bullet Y = Y \bullet X$$

$$X + Y = Y + X$$

2. Закон ассоциативности

$$(X \bullet Y) \bullet Z = X \bullet (Y \bullet Z)$$

$$(X + Y) + Z = X + (Y + Z)$$



Законы логики

3. Законы поглощения (нуля и единицы)

$$X+0=X$$

$$X \cdot 1=X$$

4. Законы дистрибутивности

$$X \cdot (Y+Z)=(X \cdot Y)+(X \cdot Z)$$

$$X+(Y \cdot Z)=(X+Y) \cdot (X+Z)$$



Законы логики

5. Закон противоречия

$$X \bullet \overline{X} = 0$$

6. Закон исключенного третьего

$$X + \overline{X} = 1$$

7. Закон идемпотентности

$$X \bullet X = X$$

$$X + X = X$$



Законы логики

8. Закон двойного отрицания

$$\overline{\overline{X}}=X$$

9. Законы де Моргана

$$\overline{X \cdot Y} = \overline{X} + \overline{Y}$$

$$\overline{X + Y} = \overline{X} \cdot \overline{Y}$$

10. Законы поглощения

$$X + X \cdot Y = X$$

$$X \cdot (X + Y) = X$$



Литература

- Е.В. Андреева и др. «Математические основы информатики»
- гл. 1.6



Спасибо за внимание!