



# СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА.

## Часть I

Расчёт сооружений  
на действие подвижных  
и других временных  
нагрузок

ТЕОРИЯ ЛИНИЙ ВЛИЯНИЯ

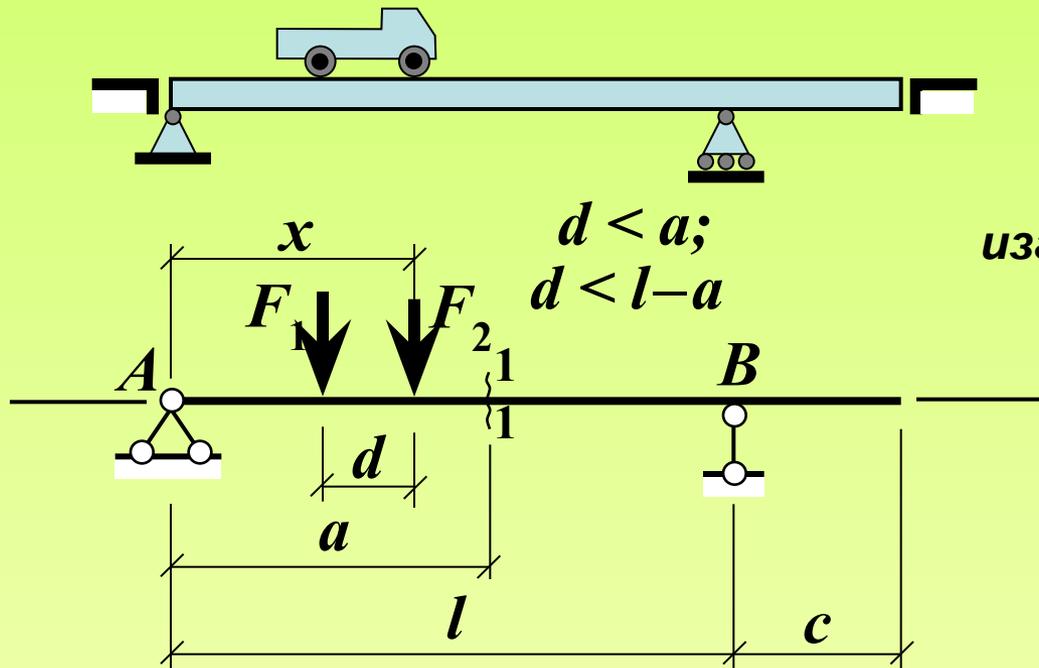
*Временными воздействиями*  
*(нагрузками)* называются такие,  
действие которых на сооружение  
(конструкцию) ограничено во времени.

*Подвижными* называются  
временные нагрузки, место и/или  
область приложения которых  
на сооружении (конструкции)  
изменяются.

# Основные задачи расчёта сооружения (конструкции) на действие подвижной нагрузки

- 1. Выявление *закона изменения* исследуемого фактора напряжённно-деформированного состояния (НДС) системы (реакции внешней или внутренней связи, внутреннего силового фактора – усилия или напряжения в сечении, перемещения, деформации и др.) в зависимости от характеристик (координат) положения подвижной нагрузки на сооружении (конструкции).**
- 2. Определение экстремальных значений (максимального и минимального) исследуемого фактора и соответствующих им положений нагрузки, называемых невыгоднейшими (опасными) положениями подвижной нагрузки.**

# Пример



**Требуется:**

1. Выявить закон изменения изгибающего момента в сечении 1-1 – функцию  $M_1(x)$ .

2. Найти  $M_{1,\max}$  и  $M_{1,\min}$ .

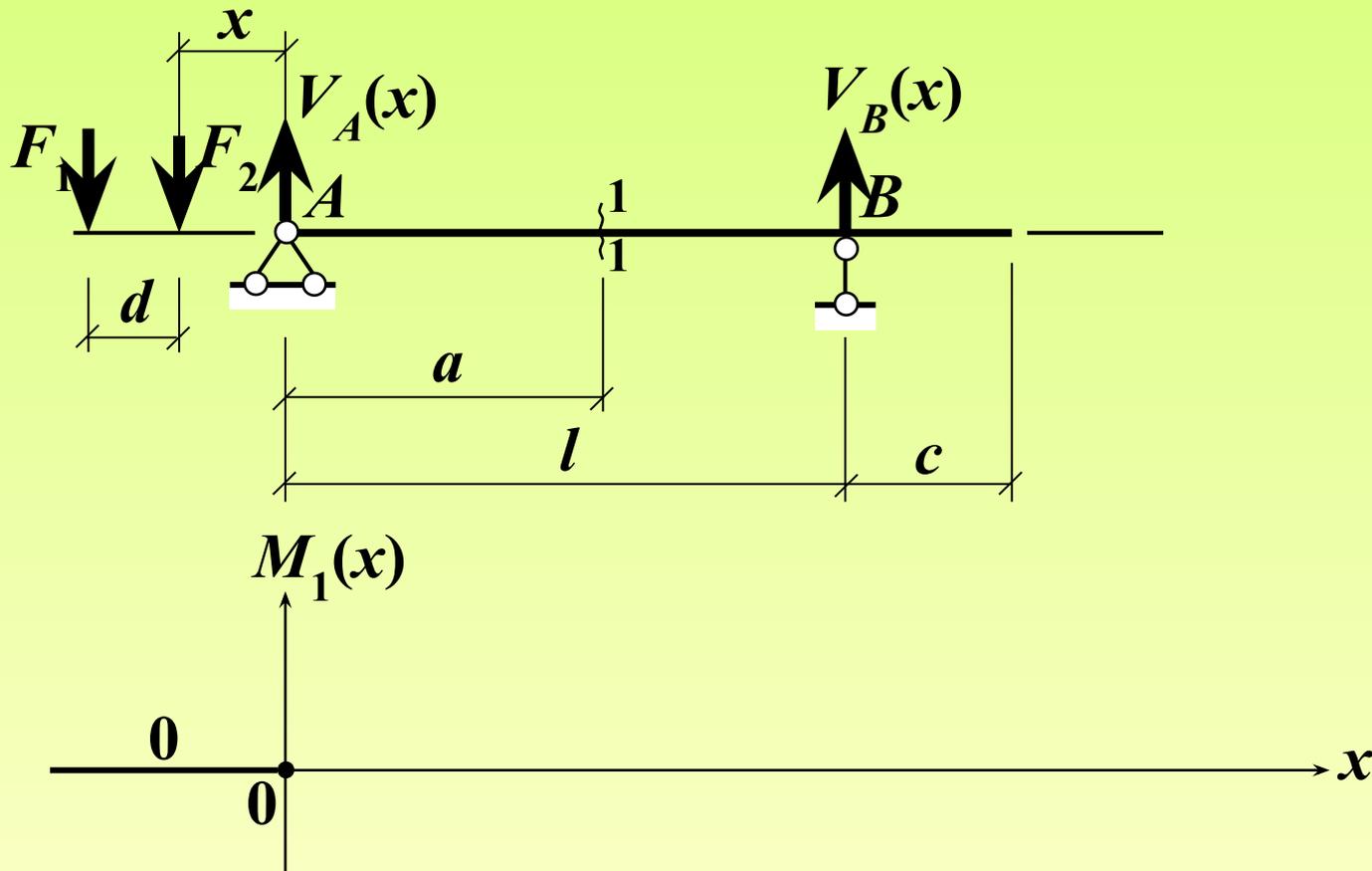
**Характерные положения подвижной нагрузки:**

- 1) вся нагрузка за пределами балки (слева);
- 2) груз  $F_2$  справа от опоры  $A$ , груз  $F_1$  слева;
- 3) оба груза – между опорой  $A$  и сечением 1-1;
- 4) груз  $F_2$  справа от сечения 1-1, груз  $F_1$  слева;
- 5) оба груза – между сечением 1-1 и правым концом балки;
- 6) груз  $F_1$  – у правого конца балки, груз  $F_2$  за пределами балки (справа);
- 7) вся нагрузка за пределами балки (справа).

# Пример

*1-е характерное положение подвижной нагрузки:*

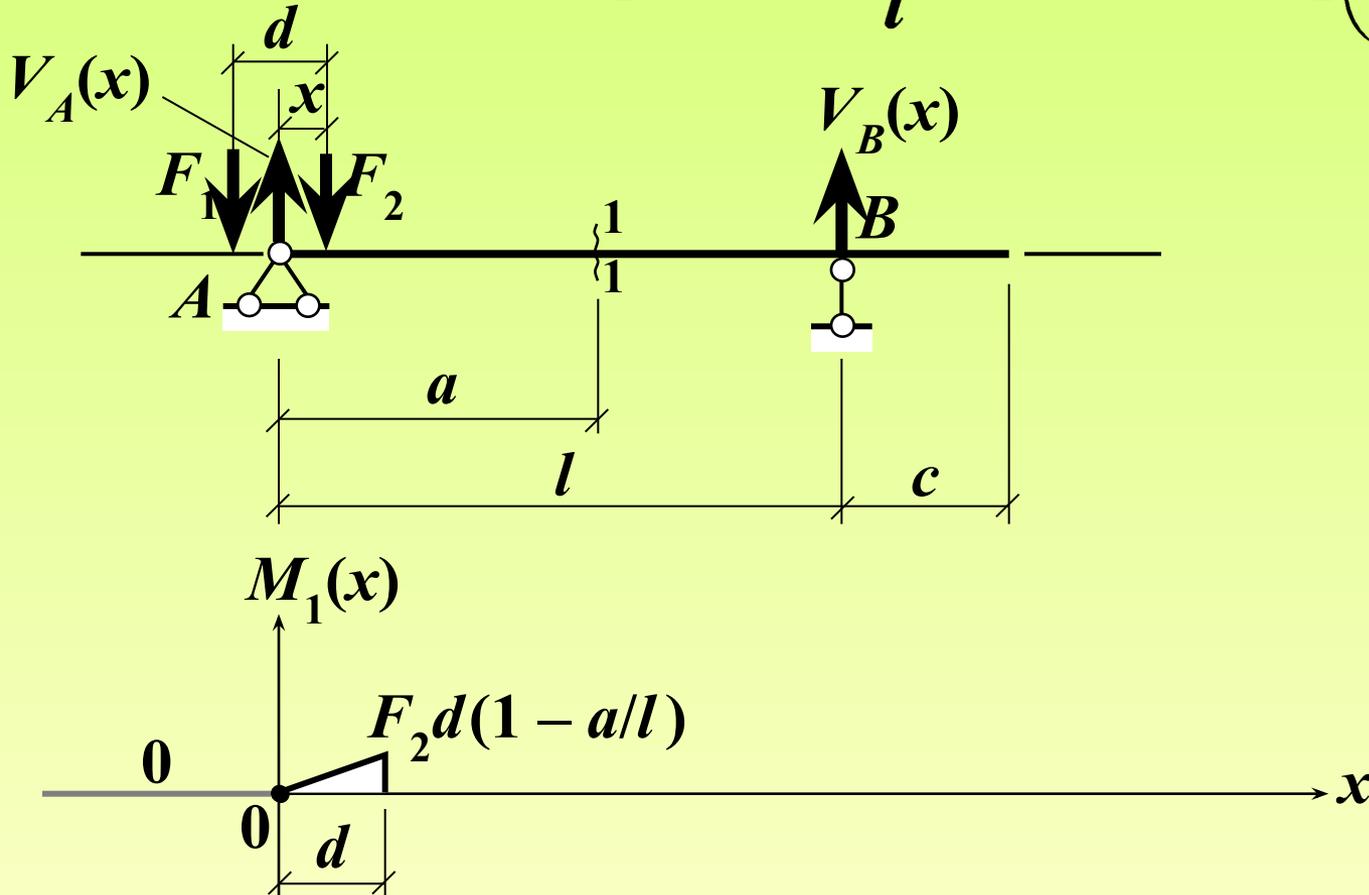
$$x < 0: M_1(x) = 0$$



# Пример

**2-е характерное положение подвижной нагрузки:**

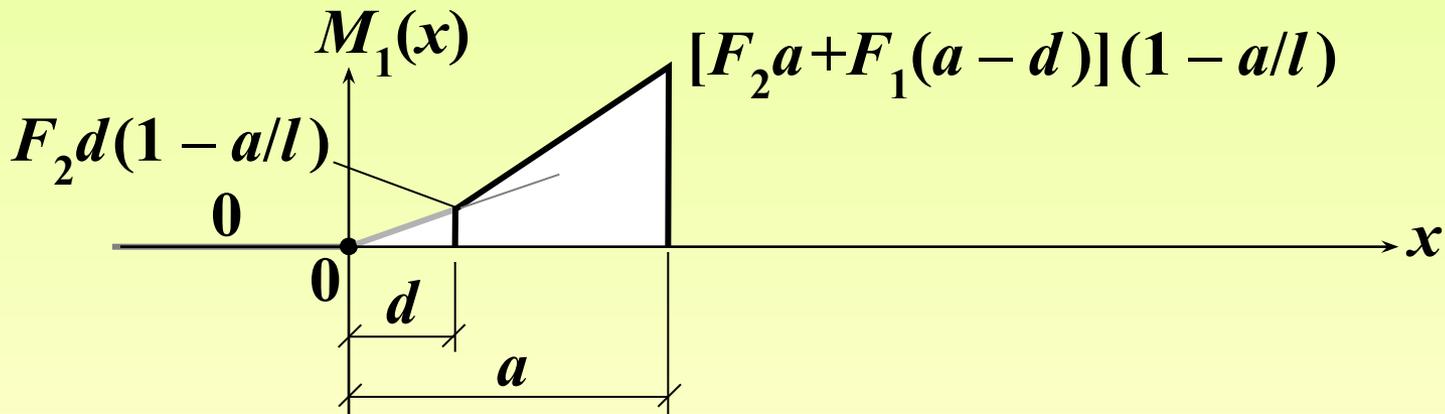
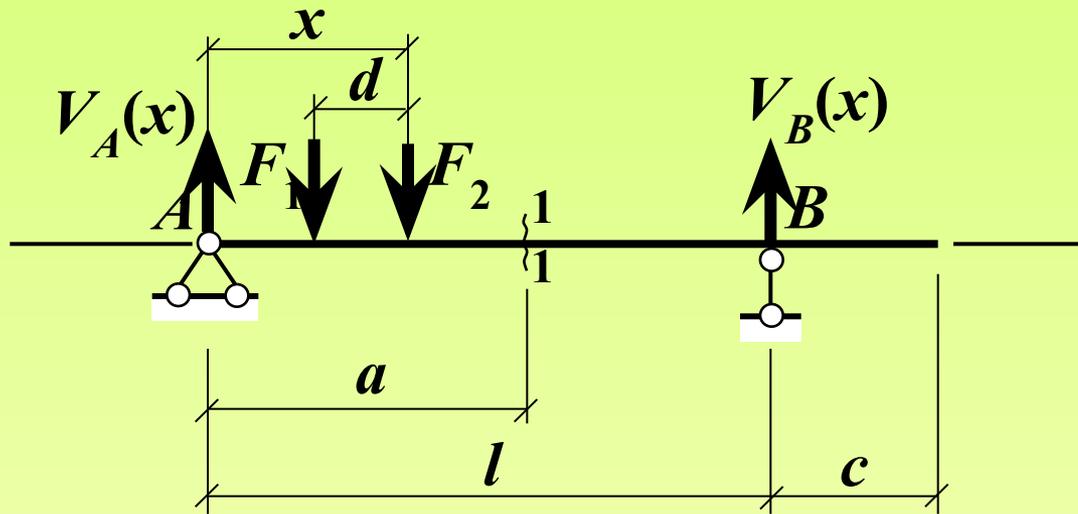
$$0 \leq x \leq d : M_1(x) = \frac{F_2 x}{l} (l - a) = F_2 \left(1 - \frac{a}{l}\right) x$$



# Пример

3-е характерное положение подвижной нагрузки:

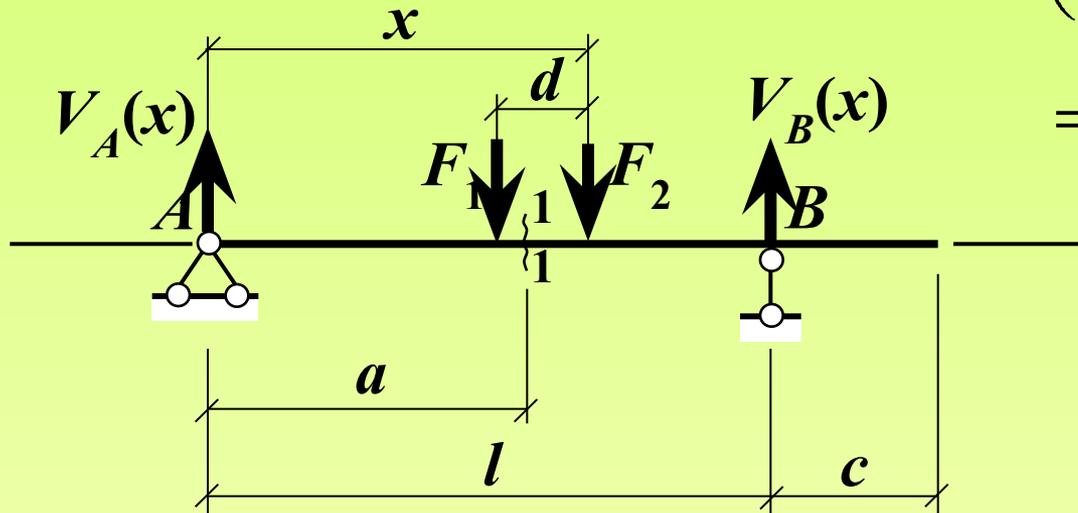
$$d < x \leq a : M_1(x) = [F_2x + F_1(x - d)] \left(1 - \frac{a}{l}\right)$$



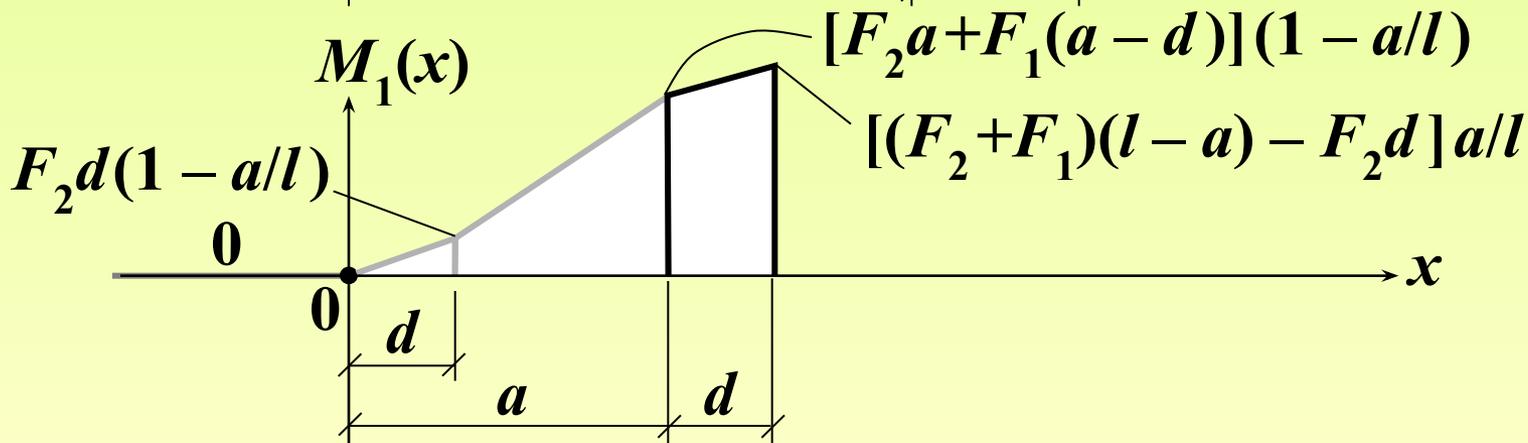
# Пример

4-е характерное положение подвижной нагрузки:

$$a < x \leq a + d : M_1(x) = [F_2x + F_1(x - d)] \left(1 - \frac{a}{l}\right) - F_2(x - a) =$$



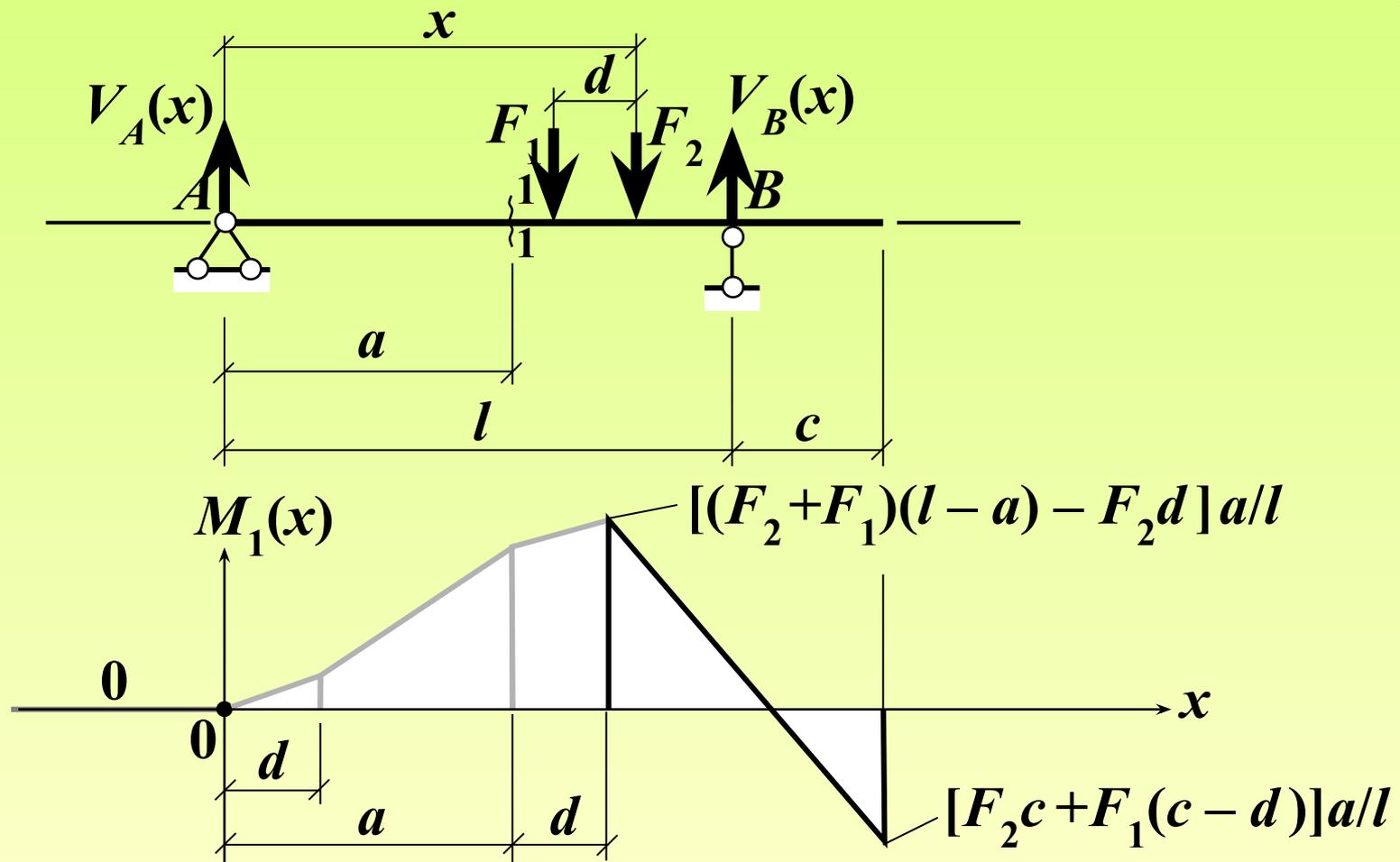
$$= F_1(x - d) \left(1 - \frac{a}{l}\right) + F_2a \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$



# Пример

**5-е характерное положение подвижной нагрузки:**

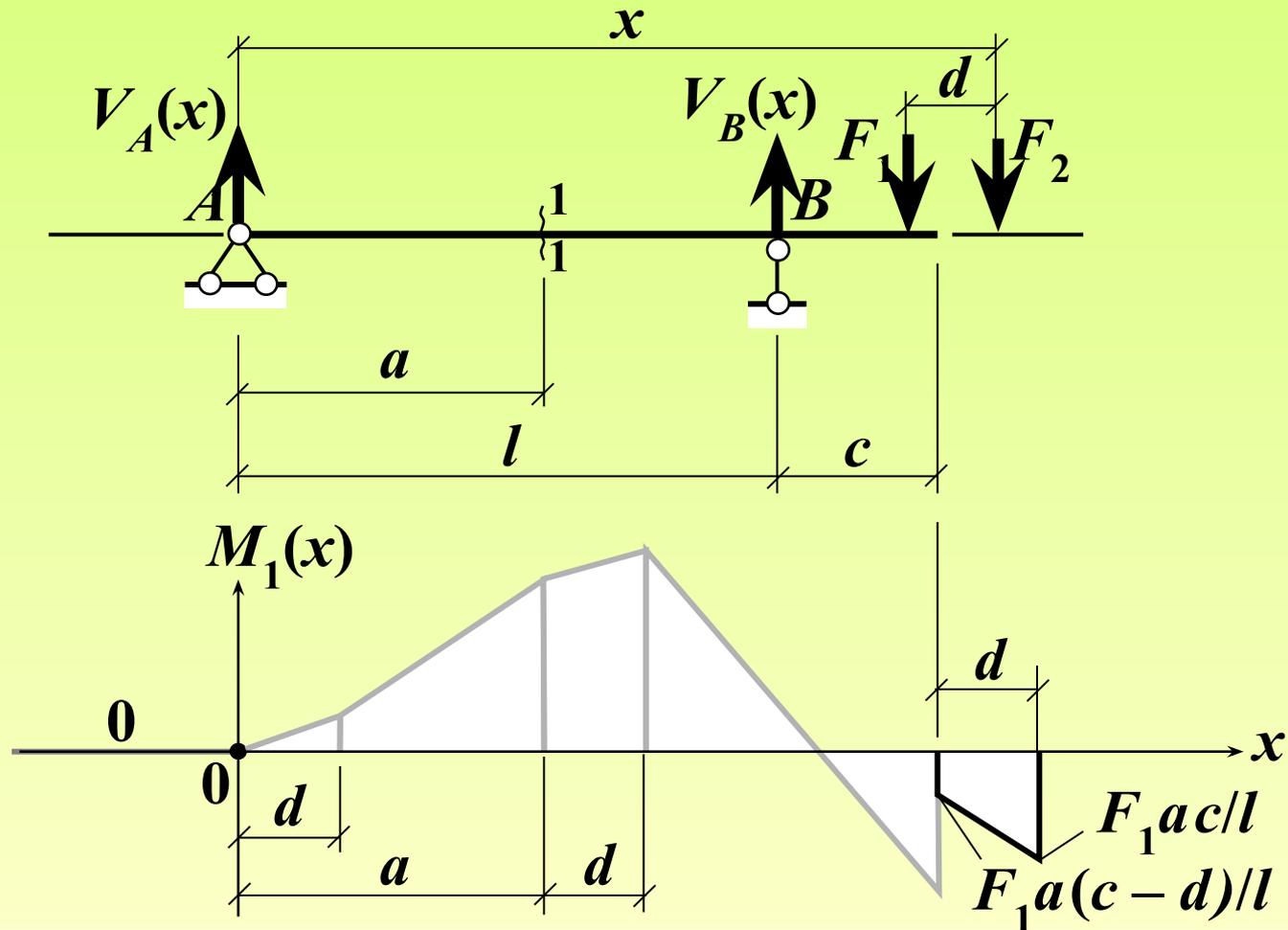
$$a + d < x \leq l + c: \quad M_1(x) = [F_2(l - x) + F_1(l - x + d)] \frac{a}{l}$$



# Пример

**6-е характерное положение подвижной нагрузки:**

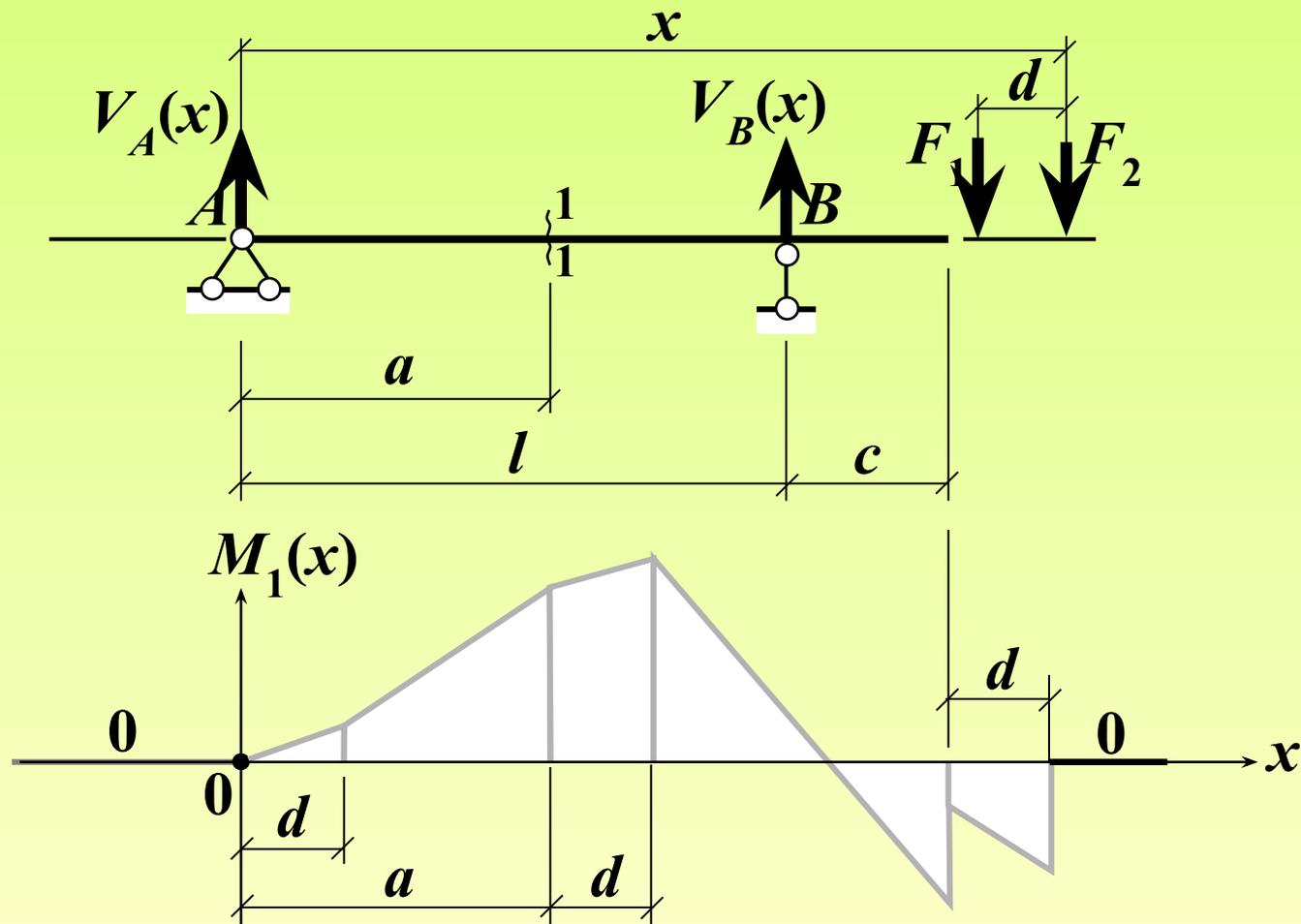
$$l + c < x \leq l + c + d : M_1(x) = F_1 a \left(1 - \frac{x-d}{l}\right)$$



# Пример

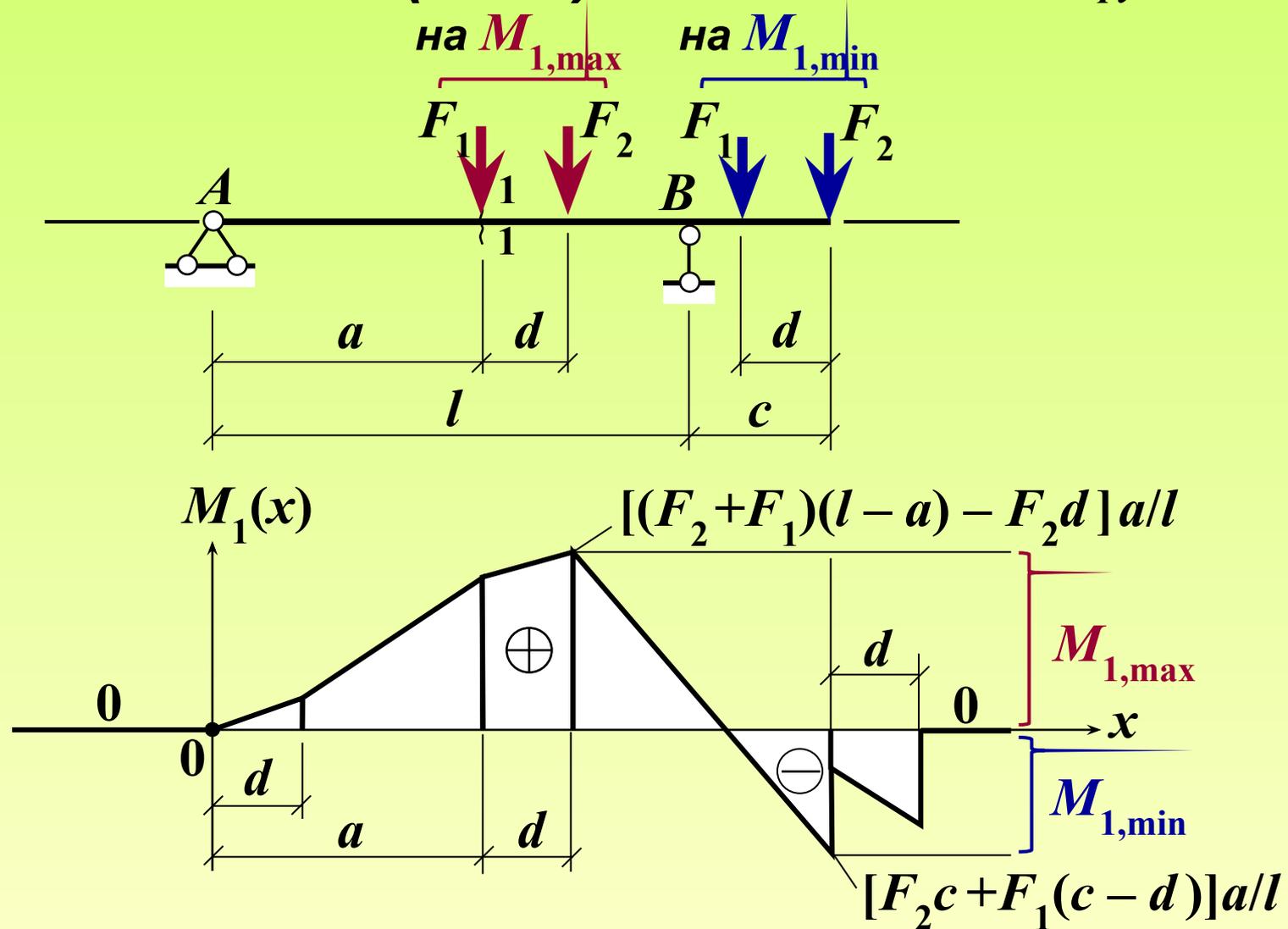
**7-е характерное положение подвижной нагрузки:**

$$x > l + c + d : M_1(x) = 0$$



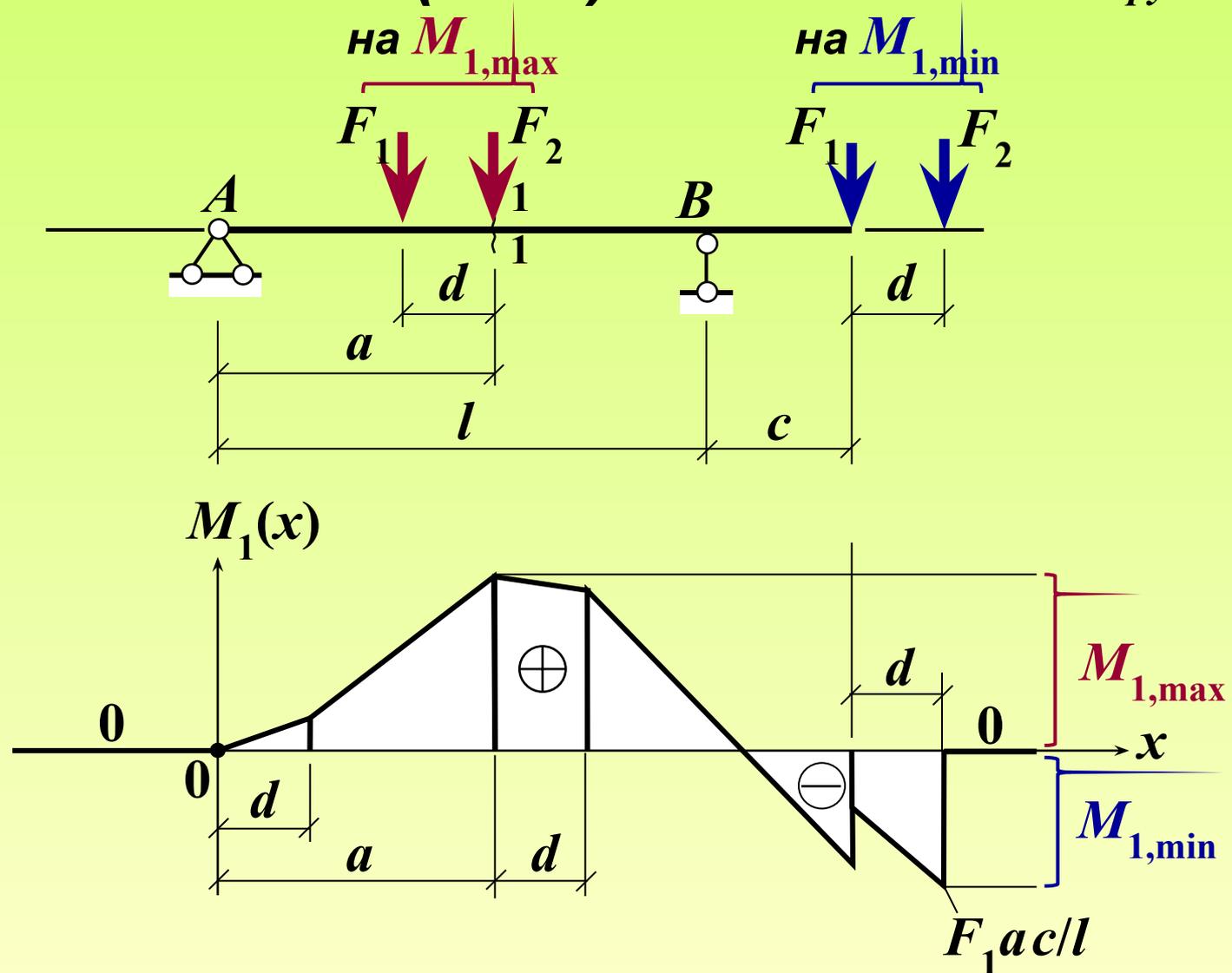
# Пример - результаты

Невыгоднейшие (опасные) положения подвижной нагрузки



# Возможный вариант:

Невыгоднейшие (опасные) положения подвижной нагрузки



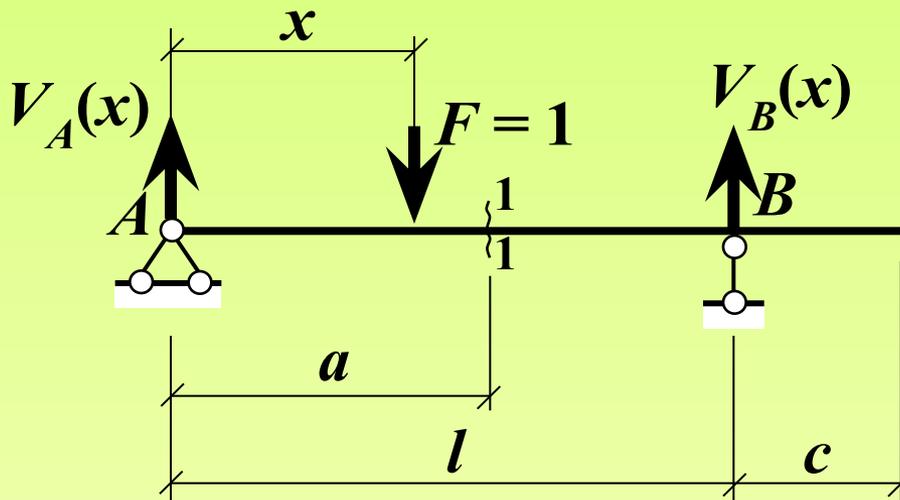
*Линией влияния*  
**некоторого фактора НДС**  
называется график функции,  
выражающей зависимость данного фактора  
от координат(ы) точки приложения  
одиночного единичного подвижного груза ( $F = 1$ ),  
сохраняющего неизменное направление  
линии действия при перемещении  
по сооружению (конструкции).

Идея – E. Winkler (1867 г.)

Примечания:

1. Функция, выражающая зависимость  
некоторого фактора НДС от координат(ы)  
точки приложения единичного подвижного груза  $F = 1$ ,  
называется *функцией влияния данного фактора*.
2. Единичный груз  $F = 1$  – безразмерный.

# Пример построения линии влияния



**Требуется:**

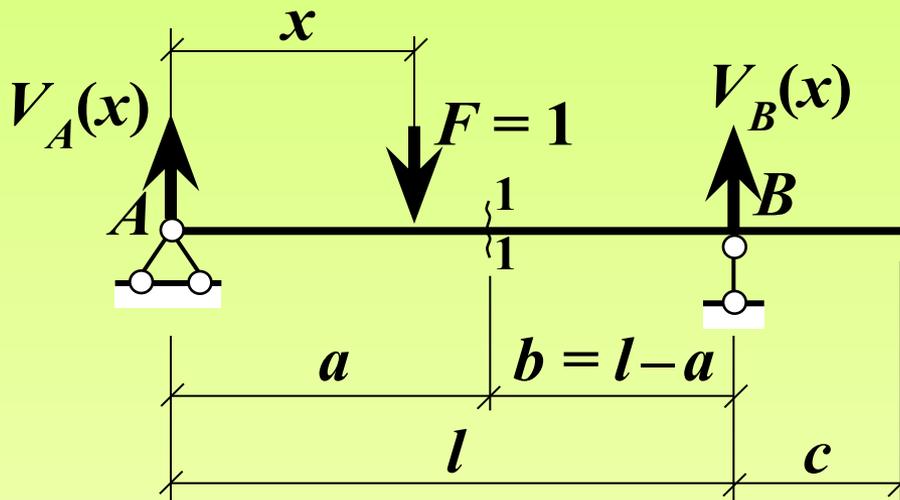
*Построить  
линию влияния  
изгибающего момента  
в сечении 1-1  
(Л.В.  $M_1$ ).*

**Характерные положения единичного подвижного груза:**

- 1) груз  $F = 1$  слева от сечения 1-1 ( $0 \leq x \leq a$ );
- 2) груз  $F = 1$  справа от сечения 1-1 ( $a < x \leq l + c$ );

# Пример построения линии влияния

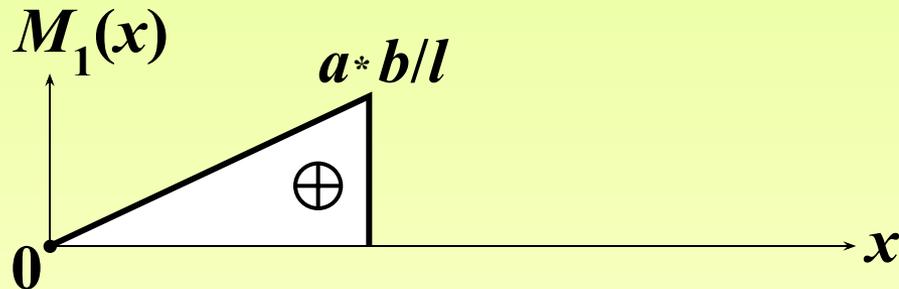
1-е характерное положение подвижного груза  $F = 1$ :  $0 \leq x \leq a$



$$\Sigma m_A = 0:$$

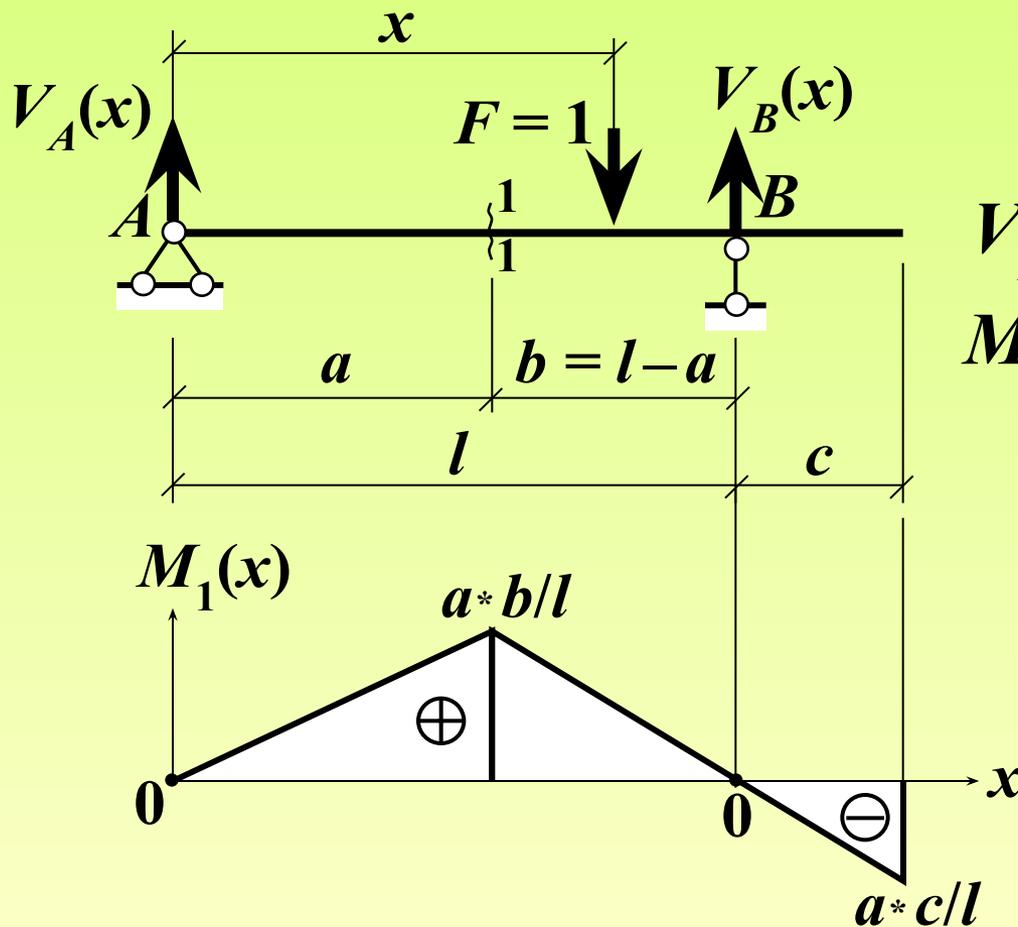
$$V_B(x) = 1 * x / l$$

$$M_1(x) = V_B(x) * b = \\ = x * b / l$$



# Пример построения линии влияния

2-е характерное положение подвижного груза  $F = 1$ :  $a < x \leq l + c$



$$\Sigma m_B = 0:$$

$$V_A(x) = 1 \cdot (l - x) / l$$

$$M_1(x) = V_A(x) \cdot a =$$
$$= a \cdot (1 - x/l)$$

Л.В.  $M_1$

# Различия

## между линией влияния и эпюрой

<b>Признаки различия</b>	<b>Содержание</b>	
	<b>Линия влияния</b>	<b>Эпюра</b>
От какой нагрузки строится	От <b>условной одиночной подвижной</b> нагрузки, равной безразмерной единице ( $F=1$ )	От <b>реальной неподвижной</b> нагрузки, возможно многокомпонентной, определённым образом расположенной на сооружении
Что показывает в целом	Значения исследуемого фактора <b>при разных положениях</b> единичного подвижного груза $F=1$	Значения исследуемого фактора <b>в разных точках (сечениях)</b> системы при фиксированной нагрузке
Смысл произвольной ординаты	Значение исследуемого фактора <b>при расположении единичного груза <math>F=1</math> в том месте, где читается ордината</b>	Значение исследуемого фактора <b>в том месте (сечении), где читается ордината</b>
Что позволяет определить	<b>Невыгоднейшие (опасные) положения</b> реальных подвижных и других временных нагрузок и соответствующие <b>экстремальные значения</b> исследуемого фактора	<b>Точки (опасные сечения)</b> системы и <b>экстремальные значения</b> исследуемого фактора в них при фиксированной нагрузке

# Контрольные вопросы

*(в скобках даны номера слайдов, на которых можно найти ответы на вопросы; для перехода к слайду с ответом можно сделать щелчок мышью по номеру в скобках\*); для возврата к контрольным вопросам сделать щелчок правой кнопкой мыши и выбрать «Перейти к слайду 19»)*

1. Какие воздействия на сооружения (конструкции) относятся к временным? [\(2\)](#)
2. Какие нагрузки называются подвижным? [\(2\)](#)
3. Каковы основные задачи расчёта сооружения (конструкции) на действие подвижной нагрузки? [\(3\)](#)
4. Что такое невыгоднейшее (опасное) положение подвижной нагрузки? [\(3\)](#)
5. В чём трудность непосредственного расчёта на заданную подвижную нагрузку? [\(4–13\)](#)
6. Для чего в расчётах на временные воздействия используются специальные функции и графики (функции и линии влияния)? *(самостоятельно)*
7. Что такое линия влияния и функция влияния некоторого фактора НДС системы? [\(14\)](#)
8. Что является аргументом функции и линии влияния? [\(14\)](#)
9. От какого воздействия строится линия влияния некоторого фактора НДС? [\(14\)](#)
10. Почему в общем случае функция и линия влияния являются кусочными (имеют разные аналитические выражения на разных участках)? [\(15–17\)](#)
11. Каковы основные различия между линией влияния и эпюрой некоторого силового фактора? [\(18\)](#)
12. Можно ли построить линию влияния некоторой опорной реакции? А её эпюру? [\(18\)](#)
13. Какой смысл имеет отдельная ордината линии влияния? [\(18\)](#)
14. Какие задачи расчёта сооружения (конструкции) можно решать с помощью линий влияния? [\(18\)](#)

---

\* ) Только в режиме «Показ слайдов»