Здравствуйте!

Мы продолжаем курс лекций по подготовке к ЕГЭ по математике. Сегодня мы рассмотрим одно из четырех заданий геометрического блока тестовой части ЕГЭ - задачу по стереометрии .

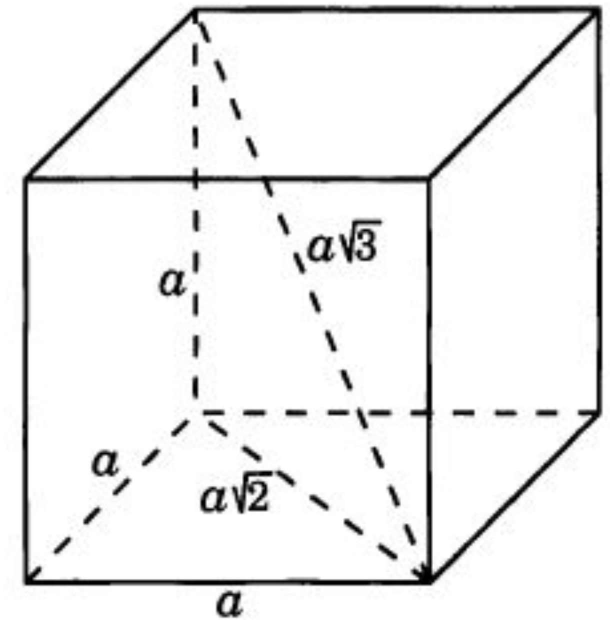
Задание B11 проверяет уровень развития пространственных представлений, умение находить объемы и площади поверхностей многогранников и круглых тел и их комбинаций. Сегодня мы остановимся на задачах, связанных с многогранниками, а следующий урок посвятим круглым телам.

Для успешного выполнения задания B11 ОТКРЫТОГО банка ЕГЭ требуется:

- знание основных формул для нахождения значений геометрических величин пространственных фигур,
- умение проводить дополнительные построения на изображениях пространственных фигур,
- Умение работать с формулами,
- Умение выполнять арифметические действия и преобразования числовых выражений

куб

- $S_{\text{пов}} = 6a^2$
  $V = a^3$



№1. Диагональ куба равна $\sqrt{27}$.
Найти его объем

$$d = a\sqrt{3} \quad => \quad \sqrt{27} = a\sqrt{3}$$
$$=> \quad a = \sqrt{9} = 3 \quad => \quad V = 3^3 = 27$$

ОТВЕТ.

2	7			

№2. Диагональ грани куба равна $\sqrt{8}$.
Найти площадь поверхности куба

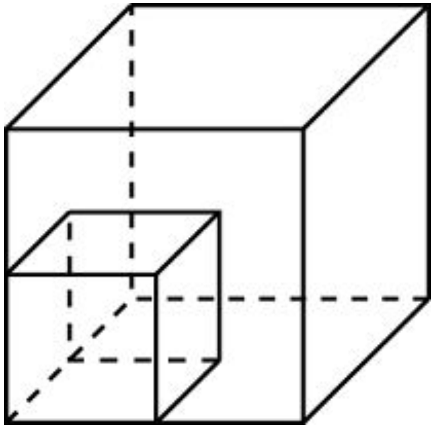
$$d = a\sqrt{2} \quad => \quad \sqrt{8} = a\sqrt{2}$$
$$=> \quad a = \sqrt{4} = 2 \quad => \quad S_{\text{пов}} = 6 \cdot 2^2 = 24$$

ОТВЕТ.

2	4			

куб

$$S_{\text{пов}} = 6a^2$$
$$V = a^3$$



№3. Объем одного куба в 8 раз больше объема другого куба. Во сколько раз площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго куба?

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{a_1^{\,3}}{a_2^{\,3}} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3 = 8 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = 2$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{6a_1^{\,2}}{6a_2^{\,2}} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 = 2^2 = 4$$

ОТВЕ Т.

4				

№4. Во сколько раз увеличится объем куба, если все его ребра увеличить ***в 5 раз***?

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{a_2^{\,3}}{a_1^{\,3}} = \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^3 = \left(\frac{5a_1}{a_1}\right)^3 = 5^3 = 125$$

ОТВЕ Т.

1	2	5		

№5. Во сколько раз увеличится площадь поверхности куба, если его ребра увеличить ***в пять раз***?

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{6a_2^{\,2}}{6a_1^{\,2}} = \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2 = \left(\frac{5a_1}{a_1}\right)^2 = 5^2 = 25$$

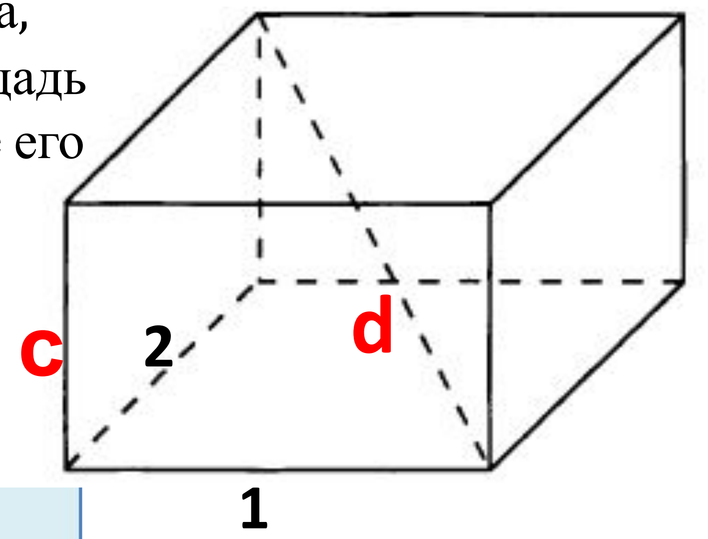
ОТВЕ Т.

2	5			

Прямоугольный параллелепипед

$$S_{\text{пов}} = 2(ab + bc + ca)$$
$$V = abc$$
$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

№1. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1 и 2. Площадь поверхности параллелепипеда равна 16. Найдите его диагональ



$$S_{\text{пов}} = 2(ab + bc + ca)$$
$$16 = 2(1 \cdot 2 + 1 \cdot c + 2 \cdot c)$$
$$8 = 2 + 3c$$
$$c = 2$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$
$$d = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3$$

№2. Три ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 4, 6, 9. Найд... ребро равновеликого ему куба.

$$V_{\text{пар}} = abc$$

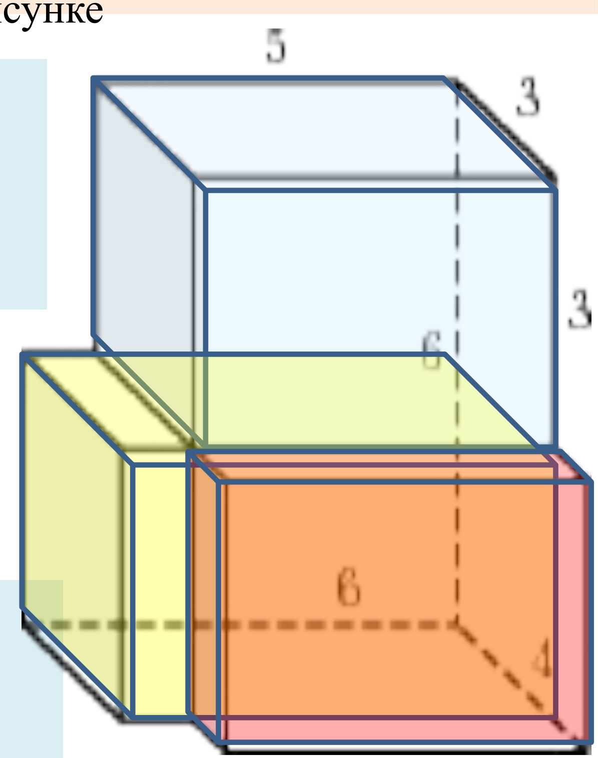
$$V_{\text{куб}} = x^3$$

$$4 \cdot 6 \cdot 9 = x^3$$
$$(2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3) = x^3$$
$$x = 6$$

Многогранник
(все двугранные углы прямые)

- для прямоугольного параллелепипеда
$$S_{пов} = 2(ab + bc + ca)$$
$$V = abc$$

№1. Найдите **объем** многогранника, изображенного на рисунке



$$V = V_1 + V_2 + V_3 =$$
$$= 6 \cdot 3 \cdot 3 + 5 \cdot 3 \cdot 3 + 1 \cdot 3 \cdot 5 = 45 + 54 + 15 = 144$$

ОТВЕТ.

1	4	4		

№2. Найдите **площадь поверхности** многогранника

$$S = S_1 + S_2 + S_3 - S_{сопр.} =$$
$$= 2 \cdot (6 \cdot 3 + 6 \cdot 3 + 3 \cdot 3) + 2 \cdot (5 \cdot 3 + 5 \cdot 3 + 3 \cdot 3) +$$
$$+ 2 \cdot (1 \cdot 3 + 1 \cdot 5 + 3 \cdot 5) - 2 \cdot 6 \cdot 3 - 2 \cdot 5 \cdot 3 =$$
$$= 84 + 78 + 46 - 36 - 30 = 142$$

ОТВЕТ.

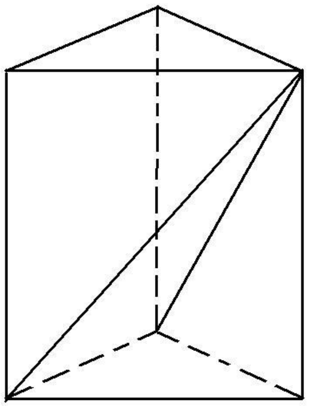
1	4	2		

Призма и пирамида

- $V_{\text{призмы}} = S_{\text{осн}} \cdot \text{H}$

$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot \text{H}$$

№1. От треугольной призмы, объем которой равен 6, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через сторону одного основания и противоположную вершину другого основания. Найдите объем оставшейся части.

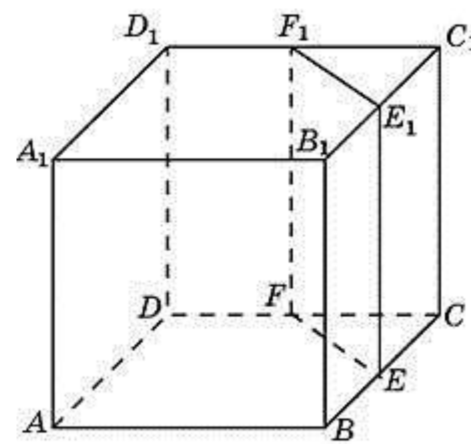


$$V = \frac{2}{3} V_{призмы} = \frac{2}{3} \cdot 6 = 4$$

**ОТВЕ
Т.**

4		

№2. Объем куба равен 12. Найдите объем треугольной призмы, отсекаемой от него плоскостью, проходящей через середины двух ребер, выходящих из одной вершины и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.



$$V_{призмы} = \frac{1}{8} \cdot V_{куба} = \frac{1}{8} \cdot 12 = 1{,}5$$

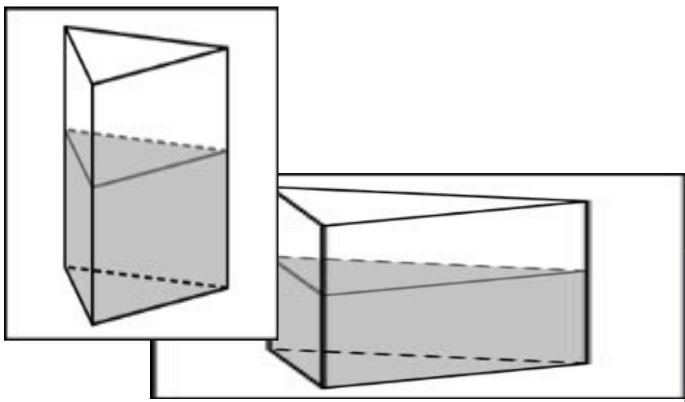
**ОТВЕ
Т.**

1	,	5		

Призма

- $V_{\text{призмы}} = S_{\text{осн}} \cdot \text{H}$

№3. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 27 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 3 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в сантиметрах.



$$V_1 = S_{осн1} \cdot H_1 = \frac{a_1^{\ 2}\sqrt{3}}{4} \cdot H_1$$

$$V_2 = S_{осн2} \cdot H_2 = \frac{(3a_1)^2\sqrt{3}}{4} \cdot H_2 = \frac{9a_1^{\ 2}\sqrt{3}}{4} \cdot H_2$$

$$\left.\begin{matrix} V_1 = V_2 \\ S_2 = 9S_1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow H_2 = \frac{H_1}{9} = \frac{27}{9} = 3$$

ОТВЕТ.

3				

- На этом мы заканчиваем рассмотрение заданий B11, связанных с многогранниками, и на следующем уроке я покажу несколько примеров решения задач на нахождение объемов и площадей поверхностей круглых тел (цилиндра, конуса и шара) и их комбинаций с многогранниками

- Принцип решения задач на круглые тела аналогичен тому, что мы видели в многогранниках, и по формулировке в ОТКРЫТОМ БАНКЕ ЕГЭ достаточно много похожих задач. Поэтому, несмотря на огромное количество заданий

- До новых встреч