Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)

«Задача дискретного логарифмирования и криптосистемы на ее основе»

Подготовил: Проскурнин Д.В., гр. 3-РО-403Б-15

Преподаватель: Машкин М.Н., каф. 302

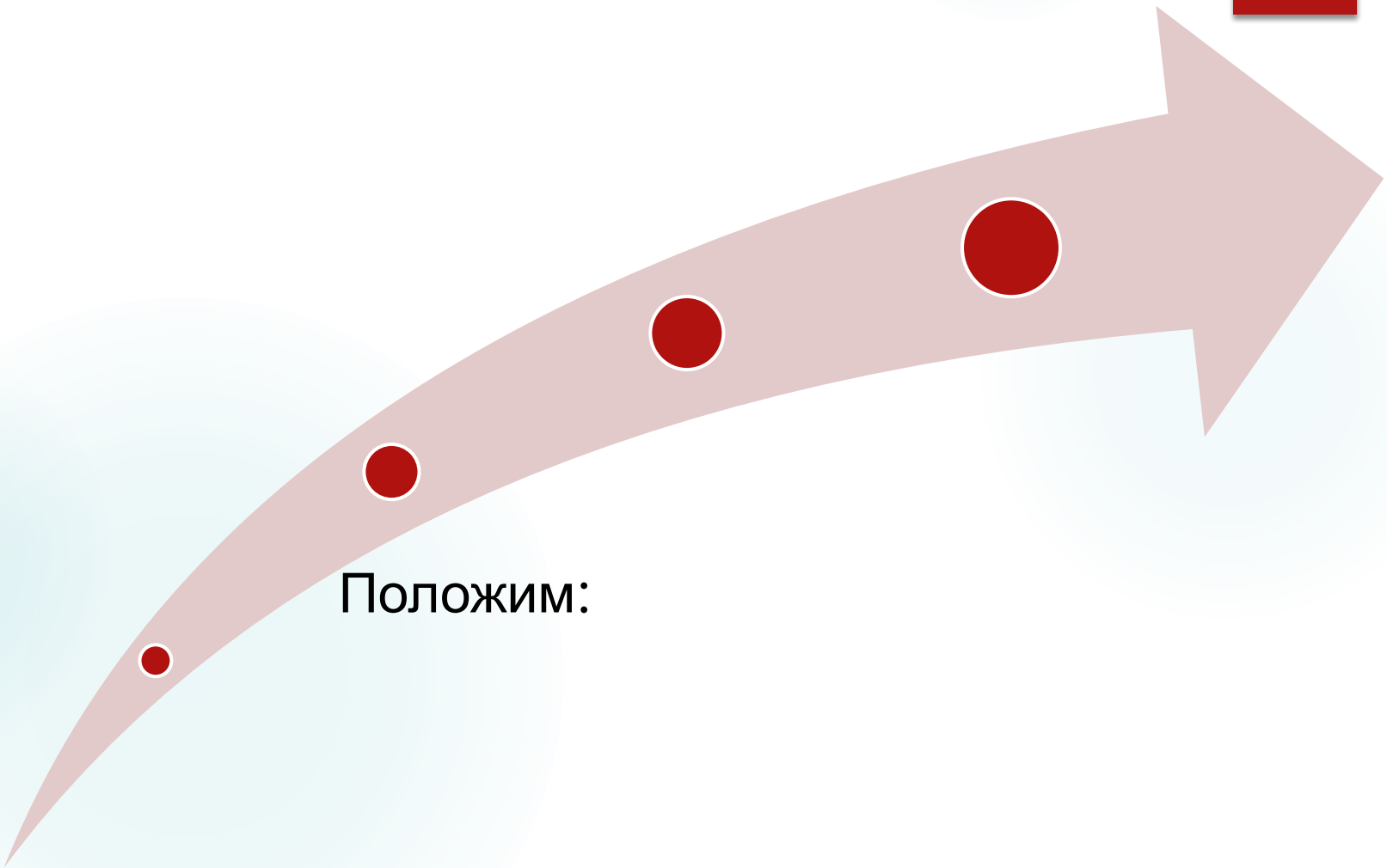
Москва 2018 г.

Задача дискретного логарифмирования

$$a^x = b(mod\ m),$$

где a и m известны и взаимно просты (не имеют общих делителей), b также известно.

Рассмотрим алгоритм решения данного уравнения.



Положим:

- Таким образом, имеем уравнение:

  $f_1(p) = f_2(q)$,

  при чем, $p \in \left[1; \left[\frac{m}{n}\right]\right]$ и $q \in [0; n]$

Метод meet-in-the-middle:

$f_1(p)$ $\forall p: p \in \left[1; \left[\frac{m}{n}\right]\right]$, и отсортировать эти значения.

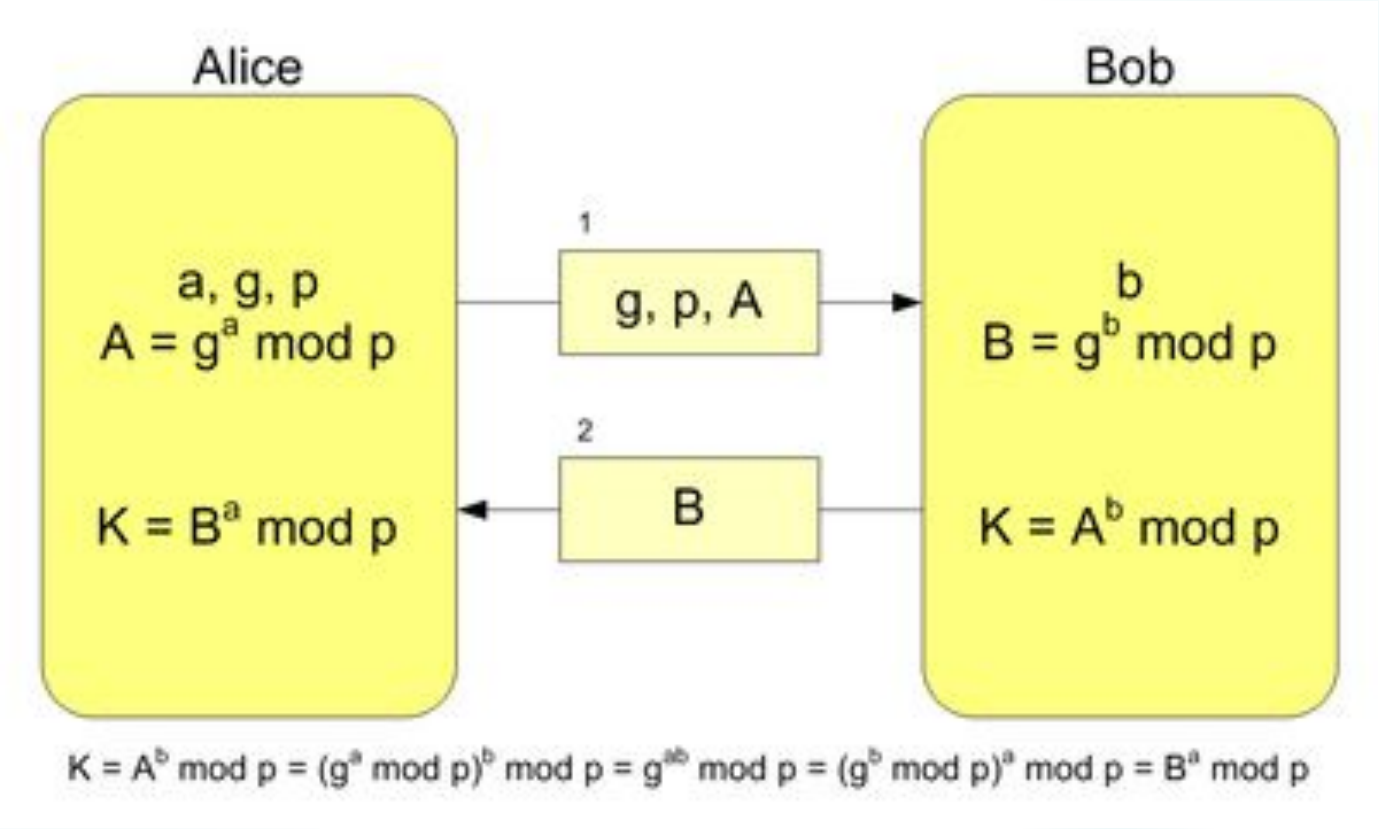
$f_2(q)$ $\forall q: q \in [0; n]$, и искать это значение среди предвычисленных значений f_1.

Криптосистемы

- протокол Диффи–Хеллмана;
- схема Эль–Гамаля;
- криптосистема Мэсси–Омуры.

Протокол Диффи–Хеллмана

Разработан в 1976 году Уитфилдом Диффи и Мартином Хеллманом под влиянием работ Ральфа Меркле (*Ralph Merkle*)



Алгоритм

При работе алгоритма каждая сторона:

1. генерирует случайное натуральное число *a* — *закрытый ключ*
2. совместно с удалённой стороной устанавливает *открытые параметры p* и *g* (обычно значения *p* и *g* генерируются на одной стороне и передаются другой), где

p является случайным простым числом

(p-1)/2 также должно быть случайным простым числом (для повышения безопасности)[5]

g является первообразным корнем по модулю *p (также является простым числом)*

3. вычисляет *открытый ключ A*, используя преобразование над *закрытым ключом*

$A = g^a \bmod p$

4. обменивается *открытыми ключами* с удалённой стороной
5. вычисляет *общий секретный ключ K*, используя открытый ключ удаленной стороны *B* и свой закрытый ключ *a*

$K = B^a \bmod p$

K получается равным с обеих сторон, потому что:

$B^a \bmod p = (g^b \bmod p)^a \bmod p = \mathbf{g^{ab} \bmod p} = (g^a \bmod p)^b \bmod p = A^b \bmod p$

Криптографическая стойкость

- Основана на предполагаемой сложности проблемы дискретного логарифмирования.
- Работает только на линиях связи, надёжно защищённых от модификации.
- Когда в канале возможна модификация данных, появляется очевидная возможность вклинивания в процесс генерации ключей «злоумышленника-посредника» по той же самой схеме, что и для асимметричной криптографии.

Практика

Задание: вычислить открытые ключи A и B, а также общий секретный ключ K, используя открытые параметры g и p и закрытые ключи a и b

- Исходные данные

g = 5; p = 23; a = 6; b = 15

- K = секретный ключ. K = 2
- g = первообразный корень по модулю p. g = 5
- A = открытый ключ. $A = g^a \bmod p = 8$
- B = открытый ключ. $B = g^b \bmod p = 19$

Спасибо за внимание!