Лекция. Дифференциальные Уравнения

Лектор: Сандаков Евгений Борисович - доцент кафедры №30 Высшей математики «НИЯУ МИФИ»

ODY Nexure 18 maeops 2020 roga Illeopetra (Teopeus Cyvyeensbolanus u lgun-Cinbennocissu (TCE) pemenus zagara Komu (LOKALEHOS)) Snygen gabe paccuarispubate Cuentery g'(t) = f(t, g')Illeopeus (TCE roxaunes). Tryenso & ypab-Jesens & Lacross SLC Rmi u f(t, g) EC(SZ) u f(t,g') ygobienstopeens your Runninga c nocraemon L. Morga gus modorse (to, Jo) ES2 u modoro mpruograuma P= {(t, y') e S: 1+-to16a, 11y-Jo11 = b}, (PC SZ) cyujecrobyeros equicintennoe pemenne y'(t) zagaru Roun: [y'(t)=f(t,g) 7 4(60)=40 2 Onpegenennoe na ospezke [to-8; boto], rge 0 L 8 2 minfa; f; f 3, M= max/f(t, g)/, U 200 pemerne homer Stiss haisgeno междом последованиямого приближений,

Fin(t)= \vec{y}_0 + $\vec{y}_n(t)$, ree u que titt compabegueba oyenrea norpeurhocisu: 11y-yn+11/= 9 114-41, rge q-riekosopoe ruero 02921. Док-во. Из леший спедуеня, что реше-ние задати Коши (1-2) эквиваления решению интеграциого уравнения (3) $g(t)=y_0+\int f(z,q(z))dz$ 3 Пожаще и единетвенность решения уравжение 3. Обозначим перез Be=54€ C[to-0, to+8]: 114-4011 = 63 Это полья метрическое простораненово. Оборнания герез А оператор Ay= yo + f(2, y'(2))d2 Frygen paccues pubarist eno 6 Be

Dis gokajamensenska meopenya gocasaпотно доказать существование и equicosbernocios Henoglioneros Torku у оператора Ав почнан ментрическом npoemparente Be. а) Дия начала проверии, гло оператор A generobyen uz Be 6 Be. Thyons y'E Be, no eens 11y-you 6. Thyrusio gorajano, riso || Ay-yo || 6. Dewarmburne 1010, 11 Ay - Jo 11 = = || SP(T, y'(T))dT || < MIt-tol < MS < 6 To earso upu youbun 8 = & onepa-Top A geiscondyers us moconspancios ba Be в проекранство Вв. 8) Dalee noxamen, 250 onepaisop A, Onpegenennous pabenosson 4 elicer ся операнорой статия. в простран-Crosbe Be. Deisons Currelono, $\|A\vec{y}_1 - A\vec{y}_2\| = \|\int [f(\vec{x}, \vec{y}_1(\vec{x})) - f(\vec{x}, \vec{y}_2(\vec{x}))] d\vec{x}\| \le$

≤ (ycrobre lunumya) < | ∫ L || \(\vec{y}(\vec{v}) - \vec{y}(\vec{v}) || d\(\vec{z} \) \(\ext{\in } \) < L11 y,18)-y,17)11·151d[=L11y,-y,11·1+-to1≤ < LS || y, -y, || = 9 || y, -y, ||, ye 9 = LS Torga non 0 = 9 21, no cesso non 068 < & onepassop A Sygens onepasoры стакой в пасной метрической repoenspaneriste Be. Thaxan opegon, you & minga, th, 43 bunament bie yerobus Teopenor o crienменонием операторе и поэтому щ free acegyers Teopeus aguseensbobanus u equiensbennoorsu peinemix zagaru Kouin 1)-2) # Baneresure Bueerso youbus Mununца монто быто попребованов выпакnemus yandres: B obiaeron SZ (SZ-- ociació onpegerence gyusayu F(t, y)) cyuseensbyras bee racroproce upongloguere Ofi (i,j=1,n) le cyuseconsbyers

nocuraennes M>0 Taxes 250 Ofi / = M que enober ij=In (*) 200 yeubre Souce cumos, ren yciobue lunique, Tax Kase uj ycubus Mun-Zagara Tipuleossu repunep opyrique, yeoliemboperouses yerobus lunimuya, no ne umerouses repouglognos. npouzfognos. Ужверпидение Еет для вектор-друмкуми I'(t, 7) bunameerisce, youbre (x), 150 grynkynes I'(t, y) ygobiers bopæen yero-buro Sunumya e noonstaennois Sunmuye L= nº M. (valaeros Se mpegnosaraema bunyanos no y'). TRAK KER SZ-BEI-Dox-bay tight (tigil) & nyreas no y' odracso, | f(t, \vec{y}_1) - f(t, \vec{y}_2)| = \sum_{(t, \vec{y}_1) - f_1(t, \vec{y}_2))^2} <

(6 any nepabenosba √a2+62' ≤ 1a1+161) ≤ $\leq \sum_{i=1}^{n} |f_i(t, \overline{y_i}) - f_i(t, \underline{y_2})| = (b cury Teoperus) =$ $\lim_{i \to \infty} |f_i(t, \overline{y_i}) - f_i(t, \underline{y_2})| = (b cury Teoperus) =$ $= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left[\frac{ef_{i}}{y_{i}} \right] \| \vec{y}_{1} - \vec{y}_{2} \| \le M \| \vec{y}_{1} - \vec{y}_{2} \| \left(\sum_{i,j=1}^{n} 1 \right) =$ = n2 M 11 7, - 72 11 Cugobarnerono, 1 f(+, y) - f(+, y2) = n2 M | y, - y2 | . до одначает, гло Г'(t, ў') удовить вореет в областы Я условит Липинца с noemsaemon Runumya L= n2M # Baueranne Eau & Teopene cyngeen Colq-hus a equiners bernocor pemerus zaga-ru Koma D-2 (nokanow) re Tpe-Tobaros boenamenus ycubus Sununya or grysseym F(b, y), a Tpeoblasse Taloro henpepulnocoso (T.e. f(t, y) EC(2)), To pemerme zagaru Komu D-Q Cyusecristobaris Tygers, no bootinge roboря, ото не будеть единственными. Заметание Мининентоги условием Ha F'(t, y') (Buserso yerobus, Sununya),

при котором сохранленые единовывенhoers pemernes zagaru Komu (1)-(2) Abreenes yarobre eguncias bennocasu Ocryga: ecu |f(t,y1)-f(t,y2)| < 4(14-y21) ges motor (t, y1) u (t, y2) u grynkyne 4(11) ygobienstopeens ycuburo (8 du = +00, 8>0 3a merapue Zem f(t,y) ygoliensbopeens ycioburo Rununya, To ona ygobierro-Copeens youbur Ocryga. OSparnoe nelepto S'Ilpogarmaemere u perpogarmaemere решения. Теореня существования и един-Consbennocon (TCE) pemenna zagaru Roиш гибаньная. Tujano jagana zagara Koum Q' = F(t, q')9(6)=40 Onp. Bemenne y'(t) zagaru Komu (D-Q), empegaiennoe na Ld, B> majorbaestiscs

2 agaru Koum D-Q, onpegenerence ha 2 x, s*> > < x, s> u Take, 200 y*(t) = y(t) µa < d, β>. Torga y'*(t) µazırbaersax npogarmennen pennenus y'(t) c npaneneyTra Ld, B> na Ld*, B*>, a g'tt) Ha-36 baeroses cymennen pemenus y*(t) C mpanemyTra Ld*, B*> ha mpanemy-TOK Zd, B>. Onp. Semerme y'(t) zagaru Komu (1-2) Onpegenermoe na npanermytke Ld, B > Ma-36 baenser menpogarmaemour, een ne cyuseconsbyens pemerus y*(t), onpegaien-HOTO HA ZL*, B*> > Ld, B> 11 Taxoro, 250 y*(t) = y'(t) na ∠d, β> nprovien 2d* β*> ≠2d, β> Пеорена (Теореня сунчентвования и единот-венная решения задаги Кони D-Q гюбання). Пустов в задаче Коин Д-Д функyus \$\(\frac{1}{2}\)(t,\frac{1}{2}\)) € \(\frac{1}{2}\)(\(\sigma\)), ye \(\sigma\)C\(\R^{n+1}_{\frac{1}{2}}\)\(\R^{n}_{\frac{ F(t, g) ygobierobopees yawbur Munimya no y & Se c noesaerenos Sununya L.

Porga qui motoise (to, yo)∈ Il cymecm-byem equiremberrice penpogarneaence perneme y(t) zagaru Konn (1) -Q, Koпорое как угодно ашуко подходить K rpanuse odiación Se (orpanivrenрый им реограниченный). Dok-bos Du zagaru Koum D-Q pacсмоторим премоугающих Р: P={(t, y) & S: 1+-to 1 ≤ a, 11y-yo 11 ≤ b} C S. The Teopene cyusecribobanus u eguncióbennochen peinemis zagaru Kouni D-2 rokaumois Cyusecrobyens eguncroberme pemenne zagaru Komu D-Q, ompegeciennoe na [to-8, to+8], 8>0, 5/2 minga, 6, 4] Storamen, 250 250 pemerme homeno npoдажиных как вправо, поак и влево. Глуден доказываных продомнаемостя

Этого решения вправо (продажаемость решения влево доказывается аналогично). Pacemorphun zagary Komm y''=F(t,y) $y'(t_1) = y_1$ (21) Рассионории преноученик Ра: R= {(t,y') = S2: |t-t_1| = a_1, ||y'-y', || = b_1 } C S2 Тогда по Теорене существования и едип-(1) - (2) cyuseensbyens eguncusbennoe pemetine y (t) zagaru Komu (1) -(21), Onpegeiippoe ka [t, - 8, t, +8,], re 8, >0, 8, 2 min(a1, 51 1 g) Ha mpoursuyske [to, t,], \(\vec{y}_1(t) \equiv \vec{y}(t) \) венность Локальный. Поэтому У, (4) явremer mogarmenuen pensenus TH) c [to, to+8] to ospejon [to, t,+8,]= = [to, to+8+8,]. Typogamun For moyecc. Stokaman,

bupalo ne nomens consanobumbes buyspu odiacrosu IZ, no conse un gamerur gokajasso, 200 ne cyusees fyers Tor-Pen (+, y'*)∈SZ Taxon, 250 bryalo za +* pemenne ne npogarmaeros. Snygen gokajobano 200 merogon or inpostubnoro" Tryenso cyuse crisbyen Torne (t*g'*) ESZ Taxas, riso za t* Enpalo pemenne y'(t) he npogamaello. Pacenospun zagary Konn (y'(t) = f'(t,y')2 y (+*) = y * 2* Зассногрши преноуплик Р* P={(t,y) e2: 1+-t*1 = a*, 11y-y*11=6*}CS По теорене существования и единственcycles Take 8 >0, 8 × min{a, b, 1} 150 ra [t*-8*, t*+8*] cyusecrobyers eguncrobennoe pemerme y*(t), npuren na [t*-8, t*] bunameenses youbue $\overline{y}^*(t) = \overline{y}(t)$

Cuspennocusu pemenus zagaru Komu (1)-(2*). Cuspennocusu pemenus zagaru Komu (1)-(2*). Cuegobarsenono, y *(t) eesist progarmenne permenus y'(t) Enpato c [to, t*] na [to, t*+8*], ye 8*>0. Cugobarraciono, y'(t) npogamaeno Enpato, ro nposuloperum pegnacomepuso. Tlangrenne проянворение и доказывает утвертиgenue, 250 re cynseensbyens Torku (t, y X) Taxon 250 Enpato za t* penierne y'(t) Jagarn Komm D-2 he mogammers. H Сюденьвие Из Теорено существование и единоповенность решения задати Коши 1-2 гибанной скрует, го при nograge k rpanuse oбucción Se pe-Menne zagaru Roma D-D moment become cede 1) () une une impeger he uneens npegera unees acuuntory