Теория линейных электрических цепей

Электрическая цепь – математическая модель любого электротехнического устройства, которая включает в себя:

1. Источники энергии (источник тока или источник ЭДС)

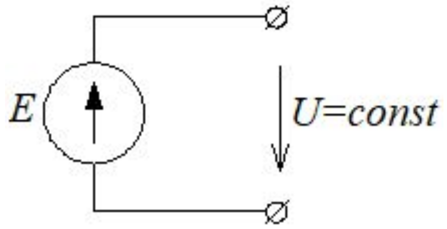
2. Соединительные провода

3. Нагрузка

Необходимо два провода (прямой и обратный) для протекания тока, т.е. цепь должна быть **замкнута**. В электротехнике сопротивлением проводов пренебрегают.

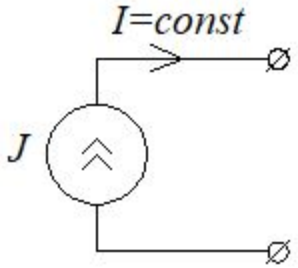
Источники энергии

1. Источник электродвижущей силы (ЭДС)



Напряжение на выходе идеального источника ЭДС постоянно и не зависит от нагрузки

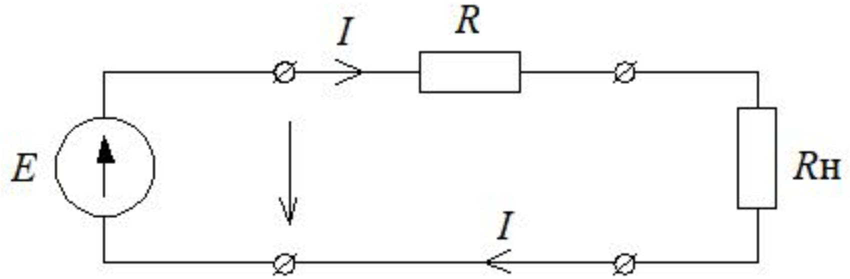
2. Источник тока



Ток источника тока не зависит от напряжения на его зажимах

Источник ЭДС и источник тока взаимообратимы!

В нагрузке электрическая энергия преобразуется в другие виды энергии (тепловую, механическую и т.д.) и безвозвратно теряется для электрической цепи. Нагрузка моделируется **активным** сопротивлением резистора *R*.



$A=UIt$ - **работа** $P = UI = I^2R$ - **мощность**

A [Дж]; U [В]; I [А]; t [с]; Р [Вт]

Практической единицей измерения эл. энергии служит киловатт-час (кВт·ч), т.е. работа, совершаемая при неизменной мощности в 1 кВ в течении 1 часа

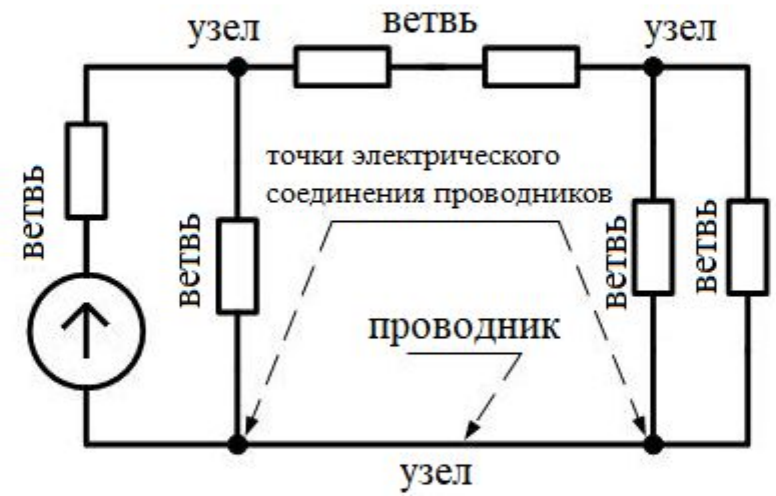
В любой электрической цепи должен соблюдаться энергетический баланс – **баланс мощностей**: алгебраическая сумма мощностей всех источников энергии равна алгебраической сумме мощностей всех приемников энергии.

$$\sum P_{\text{ист}} = \sum P_{\text{пр}}$$

Топология цепи

При работе со сложными (разветвленными) цепями вводят новые определения:

1. Ветвь – участок цепи с одинаковым током
2. Узел – точка присоединения минимум трех ветвей
3. Контур – замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям так, что ни одна ветвь и ни один узел не встречаются более одного раза.

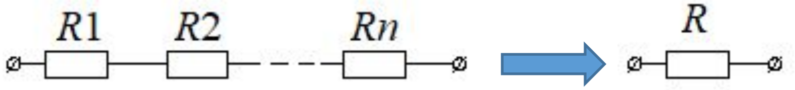


Тема 1. Электрическая цепь постоянного тока

Цепь постоянного тока – чисто резистивная цепь (содержит только резисторы)

Способы соединения резисторов

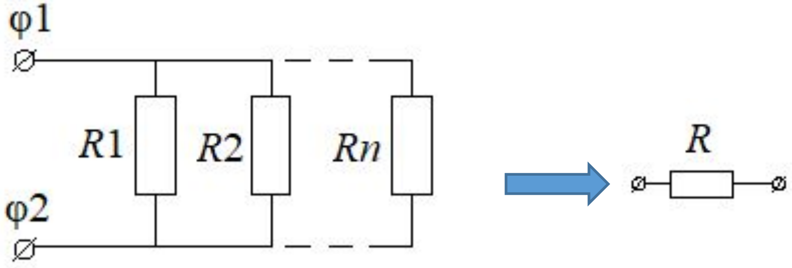
1. Последовательное соединение



$R = R1 + R2 + .. + Rn = \Sigma R$

При последовательном соединении по всем резисторам протекает **одинаковый ток** I

2. Параллельное соединение

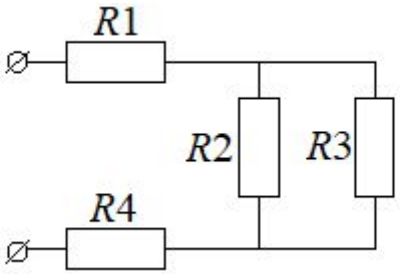


$$G = G1 + G2 + .. + Gn = \frac{1}{R} = \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + .. + \frac{1}{Rn}$$

G [См] - проводимость

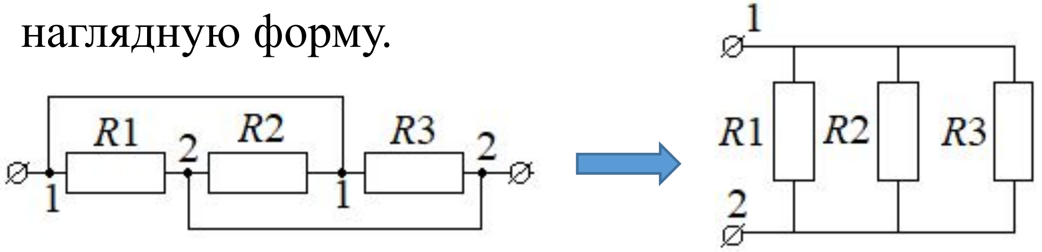
При параллельном соединении все резисторы находятся под **одним напряжением** $U = \varphi 1 - \varphi 2$

3. Смешанное соединение – совокупность последовательного и параллельного соединения



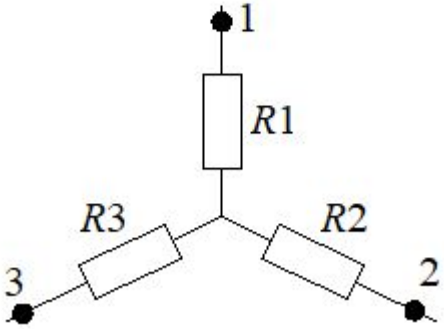
$$R = R1 + R4 + \frac{R2 \cdot R3}{R2 + R3}$$

4. В ряде случаев сложно определить схему соединения, в этом случае необходимо преобразовать схему в более наглядную форму.

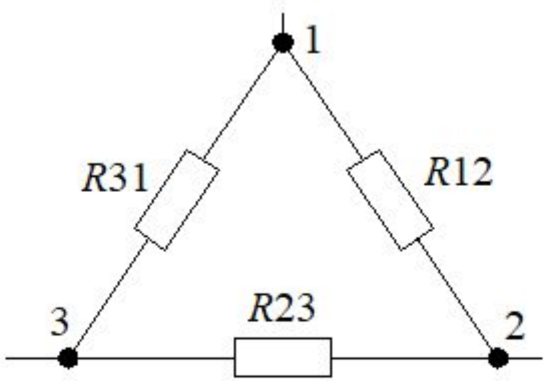


$$R = \frac{R1 \cdot R2 \cdot R3}{R2R3 + R1R3 + R1R2}$$

Соединение по схеме звезда и треугольник



звезда



треугольник

Часто возникает ситуация когда требуется выполнить преобразование из звезды в треугольник и обратно. Для эквивалентного преобразования необходимо равенство проводимостей между соответствующими узлами.

Проводимость между узлами 1 и 2 для треугольника:

$$G12 = \frac{1}{R12} + \frac{1}{R23+R31} = \frac{R12+R23+R31}{R12 \cdot (R23+R31)}$$

$$R12 = \frac{1}{G12} = \frac{R12 \cdot (R23+R31)}{R12+R23+R31}$$

Сопротивление между узлами 1 и 2 для звезды:

$$R12 = R1 + R2$$

Тогда по условию эквивалентности должно выполняться равенство:

$$R1 + R2 = \frac{R12 \cdot R23 + R12 \cdot R31}{R12 + R23 + R31} \quad (1)$$

Структура звезды и треугольника по отношению к узлам симметрична, поэтому уравнения равенства сопротивления между узлами 2 и 3, а также 3 и 1 можно получить простой циклической перестановкой индексов:

$$R2 + R3 = \frac{R23 \cdot R31 + R23 \cdot R12}{R12 + R23 + R31} \quad (2) \qquad R3 + R1 = \frac{R31 \cdot R12 + R31 \cdot R23}{R12 + R23 + R31} \quad (3)$$

Соединение по схеме звезда и треугольник (продолжение)

Чтобы определить R1 звезды, сложим (1) и (3) и вычтем из этой суммы (2), разделив полученное выражение на два, найдем:

$$R1 = \frac{R12 \cdot R31}{R12 + R23 + R31} \quad (4) \qquad R2 = \frac{R23 \cdot R12}{R12 + R23 + R31} \quad (5) \qquad R3 = \frac{R31 \cdot R12 + R31 \cdot R23}{R12 + R23 + R31} \quad (6)$$

Для обратного преобразования перемножим попарно выражения (4-6) и сложим полученные произведения

$$R1R2 + R2R3 + R3R1 = \frac{R12 \cdot R23 \cdot R31}{R12 + R23 + R31} \quad (7)$$

Разделим (7) на (6): $\frac{R1 \cdot R2}{R3} + R2 + R1 = R12$

По аналогии определим остальные эквивалентные сопротивления. От сюда следует:

$$R12 = R1 + R2 + \frac{R1 \cdot R2}{R3} \quad (8) \qquad R23 = R2 + R3 + \frac{R2 \cdot R3}{R1} \quad (9) \qquad R31 = R3 + R1 + \frac{R1 \cdot R3}{R2} \quad (10)$$

Выражения (4-6) – **переход от треугольника к эквивалентной звезде**

Выражения (8-10) – **переход от звезды к эквивалентному треугольнику**