

# Теория линейных электрических цепей

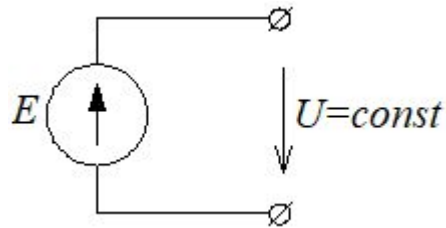
Электрическая цепь – математическая модель любого электротехнического устройства, которая включает в себя:

1. Источники энергии (источник тока или источник ЭДС)
2. Соединительные провода
3. Нагрузка

Необходимо два провода (прямой и обратный) для протекания тока, т.е. цепь должна быть замкнута. В электротехнике сопротивлением проводов пренебрегают.

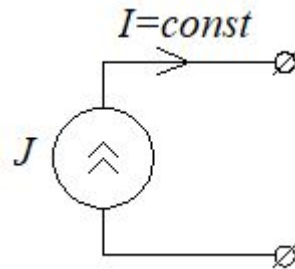
## Источники энергии

1. Источник электродвижущей силы (ЭДС)



Напряжение на выходе идеального источника ЭДС постоянно и не зависит от нагрузки

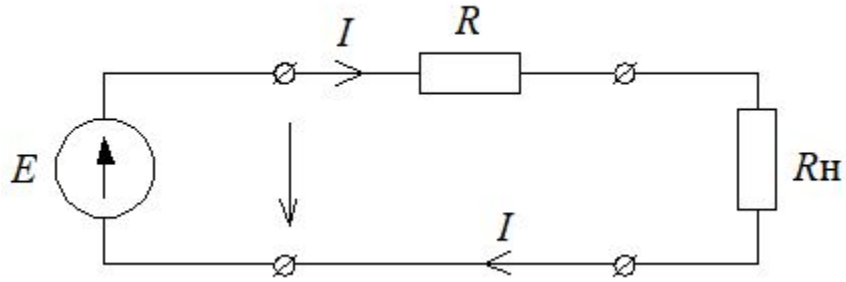
2. Источник тока



Ток источника тока не зависит от напряжения на его зажимах

**Источник ЭДС и источник тока взаимобратимы!**

В нагрузке электрическая энергия преобразуется в другие виды энергии (тепловую, механическую и т.д.) и безвозвратно теряется для электрической цепи. Нагрузка моделируется **активным** сопротивлением резистора  $R$ .



$$A = UI t - \text{ работа} \quad P = UI = I^2 R - \text{ мощность}$$

$$A \text{ [Дж]; } U \text{ [В]; } I \text{ [А]; } t \text{ [с]; } P \text{ [Вт]}$$

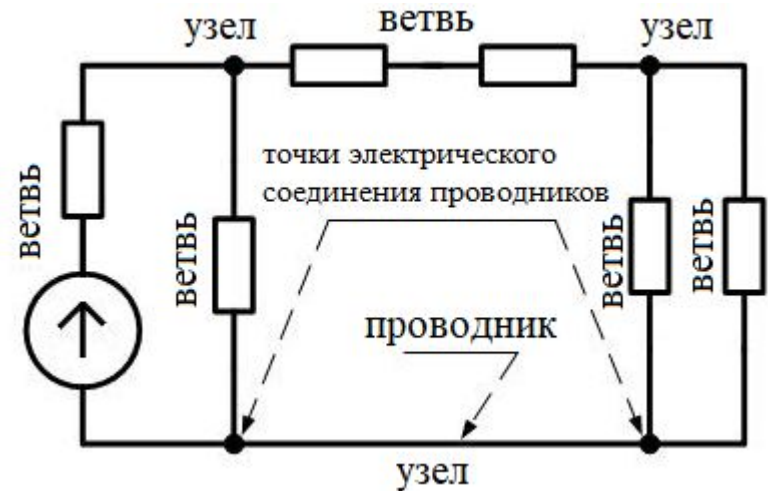
Практической единицей измерения эл. энергии служит киловатт-час (кВт·ч), т.е. работа, совершаемая при неизменной мощности в 1 кВт в течении 1 часа

В любой электрической цепи должен соблюдаться энергетический баланс – **баланс мощностей**: алгебраическая сумма мощностей всех источников энергии равна алгебраической сумме мощностей всех приемников энергии.  $\sum P_{\text{ист}} = \sum P_{\text{пр}}$

### Топология цепи

При работе со сложными (разветвленными) цепями вводят новые определения:

1. Ветвь – участок цепи с одинаковым током
2. Узел – точка присоединения минимум трех ветвей
3. Контур – замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям так, что ни одна ветвь и ни один узел не встречаются более одного раза.

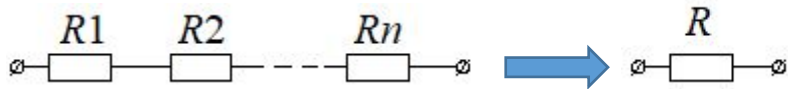


# Тема 1. Электрическая цепь постоянного тока

Цепь постоянного тока – чисто резистивная цепь (содержит только резисторы)

## Способы соединения резисторов

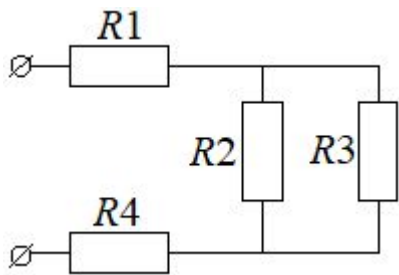
### 1. Последовательное соединение



$$R = R1 + R2 + \dots + Rn = \Sigma R$$

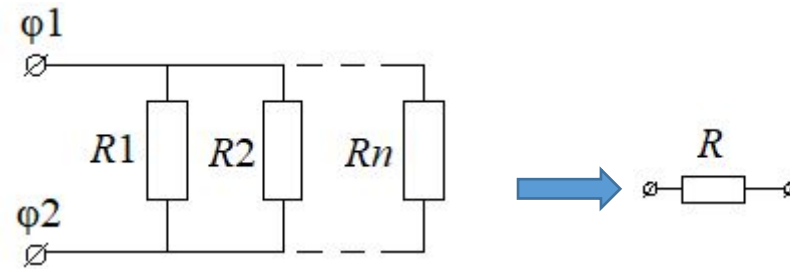
При последовательном соединении по всем резисторам протекает **одинаковый ток I**

### 3. Смешанное соединение – совокупность последовательного и параллельного соединения



$$R = R1 + R4 + \frac{R2 \cdot R3}{R2 + R3}$$

### 2. Параллельное соединение

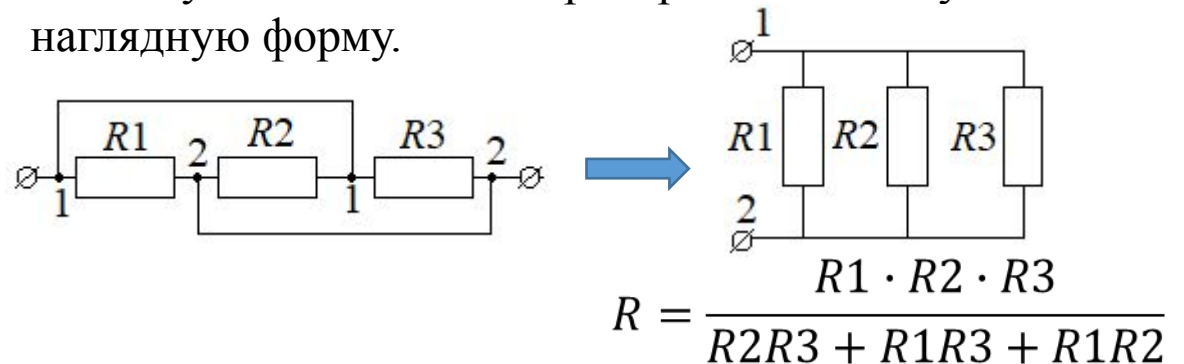


$$G = G1 + G2 + \dots + Gn = \frac{1}{R} = \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \dots + \frac{1}{Rn}$$

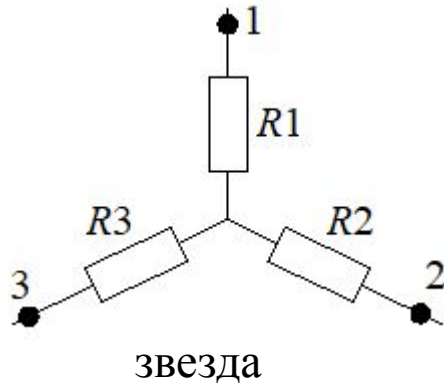
$G$  [См] - проводимость

При параллельном соединении все резисторы находятся под **одним напряжением**  $U = \phi1 - \phi2$

4. В ряде случаев сложно определить схему соединения, в этом случае необходимо преобразовать схему в более наглядную форму.



## Соединение по схеме звезда и треугольник



Часто возникает ситуация когда требуется выполнить преобразование из звезды в треугольник и обратно. Для эквивалентного преобразования необходимо равенство проводимостей между соответствующими узлами.

Проводимость между узлами 1 и 2 для треугольника:

$$G_{12} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{23} + R_{31}} = \frac{R_{12} + R_{23} + R_{31}}{R_{12} \cdot (R_{23} + R_{31})}$$

$$R_{12} = \frac{1}{G_{12}} = \frac{R_{12} \cdot (R_{23} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

Сопротивление между узлами 1 и 2 для звезды:

$$R_{12} = R_1 + R_2$$

Тогда по условию эквивалентности должно выполняться равенство:

$$R_1 + R_2 = \frac{R_{12} \cdot R_{23} + R_{12} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \quad (1)$$

Структура звезды и треугольника по отношению к узлам симметрична, поэтому уравнения равенства сопротивления между узлами 2 и 3, а также 3 и 1 можно получить простой циклической перестановкой индексов:

$$R_2 + R_3 = \frac{R_{23} \cdot R_{31} + R_{23} \cdot R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \quad (2)$$

$$R_3 + R_1 = \frac{R_{31} \cdot R_{12} + R_{31} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \quad (3)$$

## Соединение по схеме звезда и треугольник (продолжение)

Чтобы определить  $R1$  звезды, сложим (1) и (3) и вычтем из этой суммы (2), разделив полученное выражение на два, найдем:

$$R1 = \frac{R12 \cdot R31}{R12 + R23 + R31} \quad (4) \quad R2 = \frac{R23 \cdot R12}{R12 + R23 + R31} \quad (5) \quad R3 = \frac{R31 \cdot R12 + R31 \cdot R23}{R12 + R23 + R31} \quad (6)$$

Для обратного преобразования перемножим попарно выражения (4-6) и сложим полученные произведения

$$R1R2 + R2R3 + R3R1 = \frac{R12 \cdot R23 \cdot R31}{R12 + R23 + R31} \quad (7)$$

Разделим (7) на (6):  $\frac{R1 \cdot R2}{R3} + R2 + R1 = R12$

По аналогии определим остальные эквивалентные сопротивления. Отсюда следует:

$$R12 = R1 + R2 + \frac{R1 \cdot R2}{R3} \quad (8) \quad R23 = R2 + R3 + \frac{R2 \cdot R3}{R1} \quad (9) \quad R31 = R3 + R1 + \frac{R1 \cdot R3}{R2} \quad (10)$$

Выражения (4-6) – переход от треугольника к эквивалентной звезде

Выражения (8-10) – переход от звезды к эквивалентному треугольнику