Презентация
на тему: «Теория вероятности»

RADCHENKO CHRISTINA CO-11

Теория вероятностей —

математическая наука, изучающая закономерности массовых случайных явлений (событий).

$P^*(A)=M/N$ - относительная частота

n –испытания

m-раз.

События и испытания

- Предметом исследования в теории вероятностей являются события, появляющиеся при определенных условиях , которые можно воспроизводить неограниченное количество раз.
- Каждое осуществление этих условий называют испытанием(опыт) .

Примеры событий:

– попадание в цель при выстреле из орудия

(опыт — произведение выстрела; событие — попадание в цель);

– выпадение двух гербов при трёхкратном бросании монеты (опыт — трёхкратное бросание монеты; событие — выпадение двух гербов);

– появление ошибки измерения в заданных пределах при измерении дальности до цели

(опыт — измерение дальности; событие — ошибка измерения).

События

Невозможные

Достоверные

- ✓ Происходят при каждом проведении опыта

Случайные

- ✓ *Происходят в определенных условиях ;но при каждом проведении опыта :одни происходят чаще , другие реже*

Вероятность случайного события

Случайные события – это события, которые при одних и тех же условиях могут произойти, а могут и не произойти.

Например: случайным событием является выпадение пятерки при бросании игрального кубика.

Опыт показывает, что при многократном повторении испытаний частота P*(A) случайного события обладает устойчивостью. Поясним это

Пусть при бросании монеты *4040* раз герб выпал *2048* раз. Частота появления герба в данной серии опытов равна *P*(A)=m/n=2048/4040=0,5069*. При бросании той же монеты *12000* раз герб выпал *6019* раз. Следовательно, в этом случае частота *P*(A)=6019/12000=0,5016*.

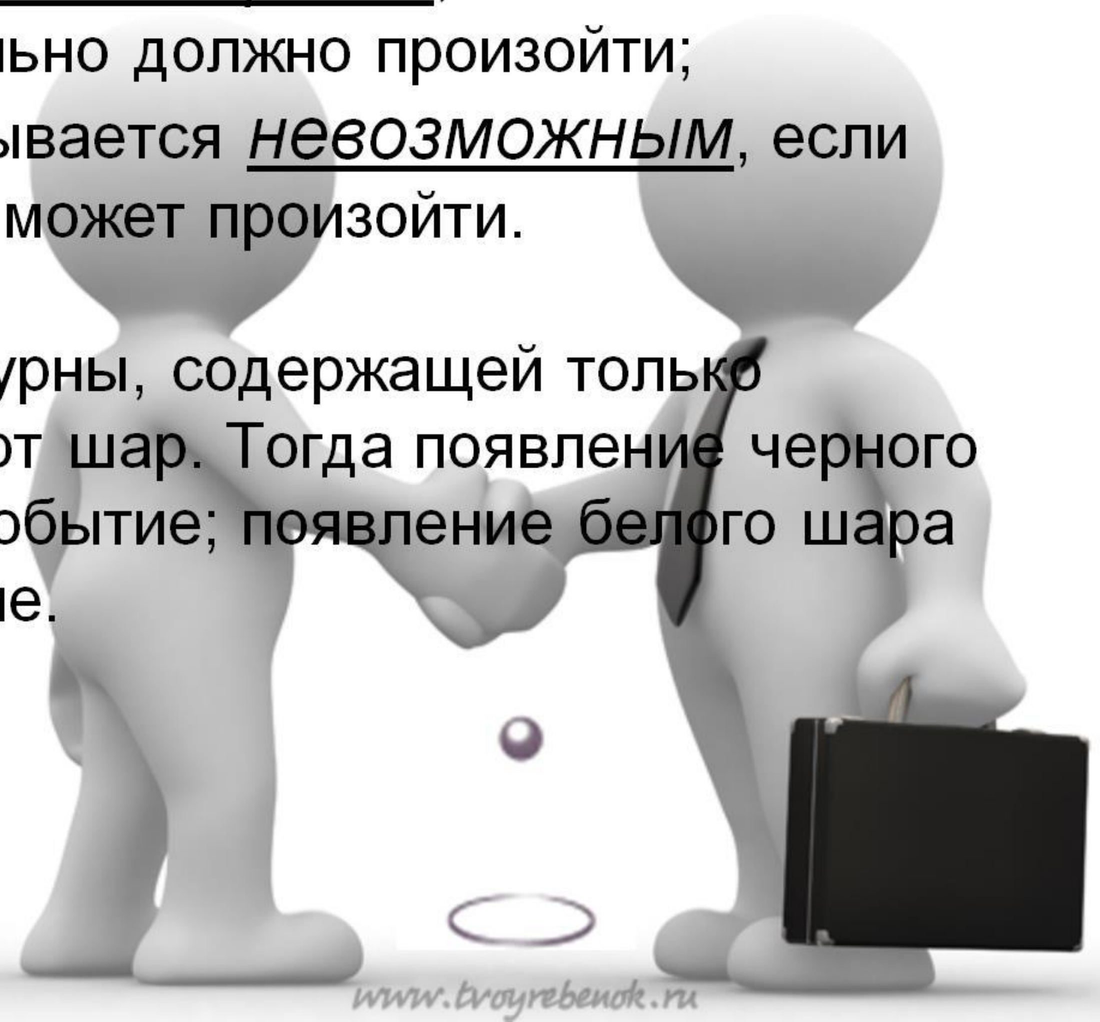
Наконец, при *24000* бросаний герб появился *12012* раз с частотой *P*(A)=0,5005*. Таким образом, мы видим, что при большом числе бросаний монеты частота появления герба обладает устойчивостью, т. е. мало отличается от числа *0,5*. Как показывает опыт, это отклонение частоты от числа *0,5* уменьшается с увеличением числа испытаний. Наблюдаемое в этом примере свойство устойчивости частоты является общим свойством массовых случайных событий, а именно, всегда существует такое число, к которому приближается частота появления данного события, мало отличаясь от него при большом числе испытаний. Это число называется *вероятностью* события. Оно выражает объективную возможность появления события. Чем больше вероятность события, тем более возможным оказывается его появление. Вероятность события *A* будем обозначать через *P(A)*. В рассмотренном выше примере вероятность появления герба, очевидно, равна *0,5*.

Экспериментатор	Число бросаний	Число выпадений герба	Частота
Ж. Бюффон	4040	2048	0,5080
К. Пирсон	12000	6014	0,5016
К. Пирсон	24000	12012	0,5006

События

Событие называется *достоверным*, если оно в данном опыте обязательно должно произойти; наоборот, событие называется *невозможным*, если оно в данном опыте не может произойти.

Пусть, например, из урны, содержащей только черные шары, вынимают шар. Тогда появление черного шара — достоверное событие; появление белого шара — невозможное событие.



Тест №1

Это событие является случайным?

- *А) Слово начинается с буквы «ь»;*
- *В) Ученику 8-го класса 14 месяцев ;*
- *С) Бросили две игральные кости : сумма выпавших на них очков равно 8;*

Ответ: В.

Тест № 2

Найди достоверное событие :

- *А) На уроке математики ученики делали физические упражнения;*
- *В)Сборная России по футболу не станет чемпионом мира 2006г;*
- *С)Подкинули монету и она упала на «Орла»;*

Ответ : В.

Задача №1

По статистике, на каждые 1000 лапмочек приходиться 3 бракованные .Какова вероятность купить исправную лампочку?

Решение:

P*(A)=3/1000=0.0
03
Вероятность купить исправную лампочку равно 1-0.003=0.997

Ответ: **0.997**

Задача № 2

Ребенок имеет на руках 5 кубиков с буквами: А, К, К, Л, У. Какова вероятность того, что ребенок соберет из кубиков слово "кукла"?

Решение: Используем формулу классической вероятности: $P=m/n$, где n - число всех равновозможных элементарных исходов, m - число элементарных исходов, благоприятствующих осуществлению события.

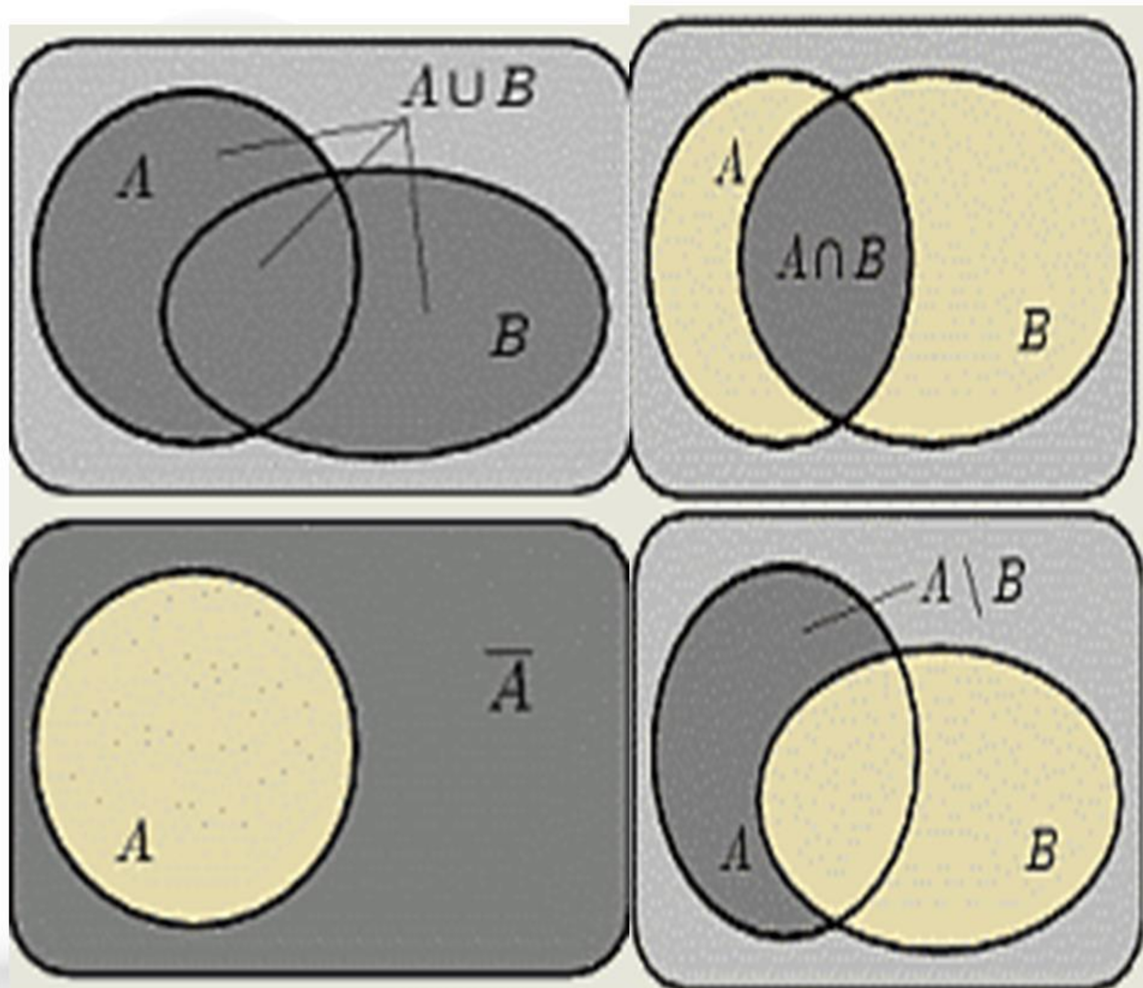
Число различных перестановок из букв А, К, К, Л, У равно $n=5!1!2!1!1!=1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 51\cdot 2=60$, из них только одна соответствует слову "кукла" ($m=1$), поэтому по классическому определению вероятности вероятность того, что ребенок соберет из кубиков слово "кукла" равна $P=1/60$.

Ответ: 1/60

.

Операции над событиями

- 1. ***Объединением*** событий и называется событие , состоящее в том, что произошло либо , либо , либо оба события одновременно. На языке теории множеств есть множество, содержащее как элементарные исходы из множества , так и элементарные исходы из множества .
- 2. ***Пересечением*** событий и называется событие, состоящее в том, что произошли оба события и одновременно. На языке теории множеств есть множество, содержащее элементарные исходы, входящие в пересечение множеств и .
- 3. ***Противоположным*** (или дополнительным) к событию называется событие , состоящее в том, что событие в результате эксперимента не произошло. Т.е. множество состоит из элементарных исходов, не входящих в .
- 4. ***Дополнением*** события до называется событие, состоящее в том, что произошло событие , но не произошло . Т.е. множество содержит элементарные исходы, входящие в множество , но не входящие в .



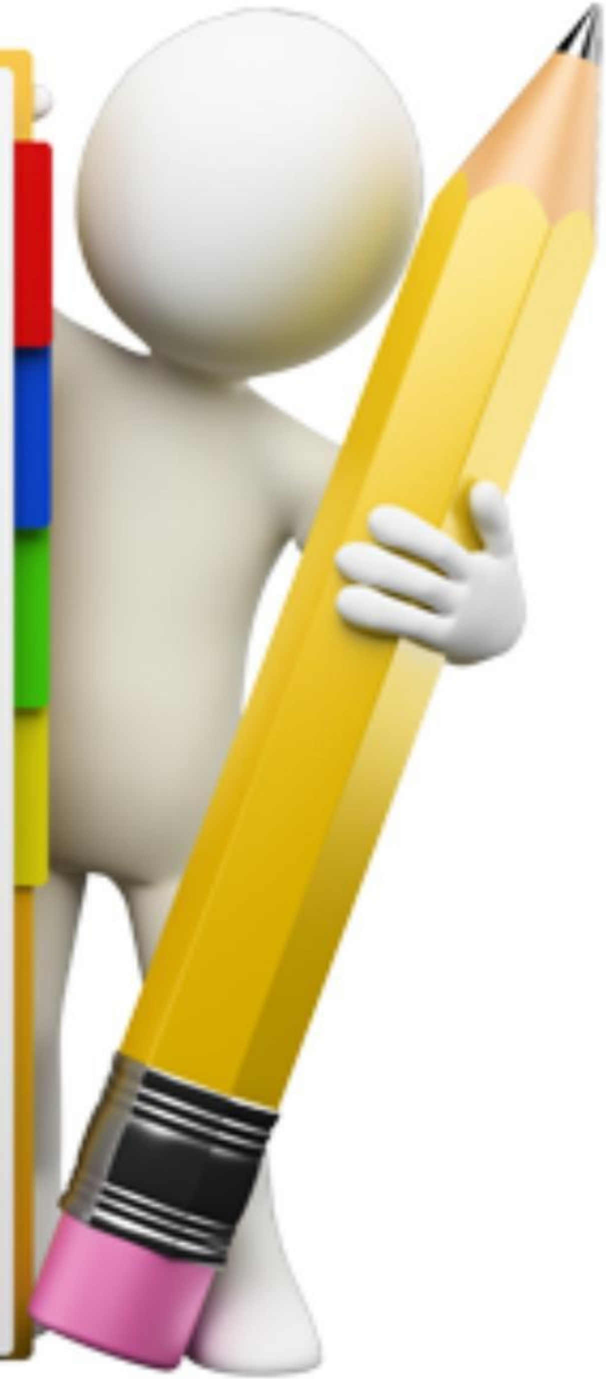
Вероятность суммы событий

- Теорема сложения вероятностей несовместных событий:

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

- Теорема сложения вероятностей совместных событий:

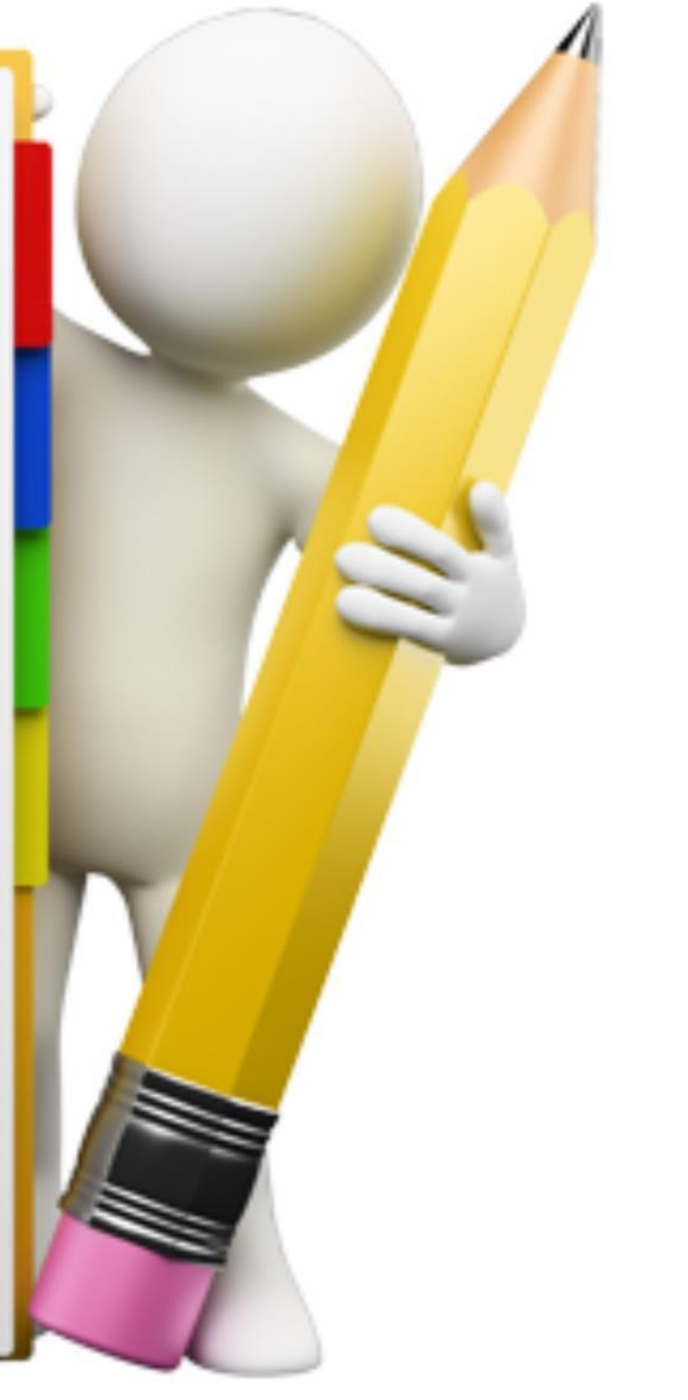
$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$



Теорема умножения вероятностей для независимых событий

$$P(AB) = P(A)P(B)$$

$$P(A_1A_2\ldots A_n) = P(A_1)P(A_2)\ldots P(A_n)$$

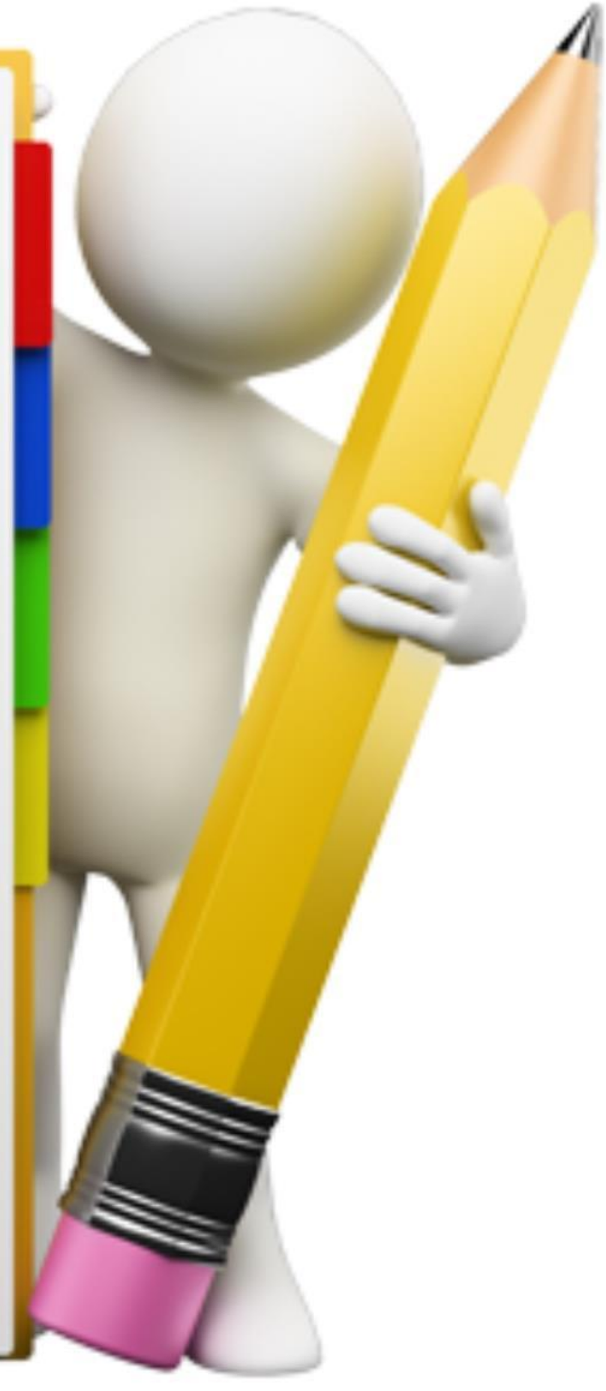


Теорема умножения вероятностей для зависимых событий

$$P(AB) = P(A)P(B / A)$$

Где - условная вероятность появления события В, при условии что появилось событие А.

$$P(A_1A_2...A_n) = P(A_1)P(A_2 / A_1)P(A_3 / A_1A_2)...P(A_n / A_1A_2...A_{n-1})$$



Формула Пуассона

$$M(X) = D(X) = \lambda$$

$$P_{m,n} \approx \frac{\lambda^{m} e^{-\lambda}}{m!} = P_m(\lambda)$$

где

p - вероятность наступления события A

При условии $p \to 0$ $n \to \infty$

$\lambda = np$ $(\lambda \le 10)$

Формула Бернулли

$$P_{m,n} = C_n^m \, p^m \, q^{n-m}$$

где

p - вероятность наступления события А

m - число наступлений события А

n - число испытаний

$q = 1 - p$

Задача №3

Из n аккумуляторов за год хранения k выходит из строя. Наудачу выбирают m аккумуляторов. Определить вероятность того, что среди них l исправных.

n=100,k=7,m=5,l=3.

Решение: Имеем схему Бернулли с параметрами p=7/100=0,07 (вероятность того, что аккумулятор выйдет из строя), n=5 (число испытаний), k=5−3=2(число «успехов», неисправных аккумуляторов).
Будем использовать формулу Бернулли (вероятность того, что в n испытаниях событие произойдет k раз).
Pn(k)=Ckn·pk·(1−p)n−k.
Получаем

P5(2)=C25·0,072·(1−0,07)5−2=5!3!2!·0,072·0,933=0,0394.

Ответ: 0,0394

.

Локальная формула Лапласа

$$P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi\left(\frac{k-np}{\sqrt{npq}}\right)$$

-вероятность появления события ровно раз при независимых испытаниях, p - вероятность появления события при одном испытании, .$q=1-p$

Задача №4

Вычислительное устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо друг от друга. Вероятность отказа каждого элемента за смену равна p. Найти вероятность, что за смену откажут m элементов. p=0,024,m=6.

Решение: Используем локальную теорему Лапласа: Pn(k)=1npq−−−√φ(k−npnpq−−−√).

Здесь n=1000,k=6,p=0,024,q=1−p=0,976, значения функции φ берутся из таблицы.

Подставляем:

$$P_{1000}(6)=\frac{1}{\sqrt{1000\cdot 0,024\cdot 0,976}}\varphi\left(\frac{6-1000\cdot 0,024}{\sqrt{1000\cdot 0,024\cdot 0,976}}\right)=$$

$$=0,21\cdot\varphi(-3,72)=0,21\cdot\varphi(3,72)=0,21\cdot 0,004=0,000084.$$

Ответ: 0,000084