Лекция № 1

Введение. Основные законы теории вероятности.

Дисциплина: “Статистическая теория радиотехнических систем”

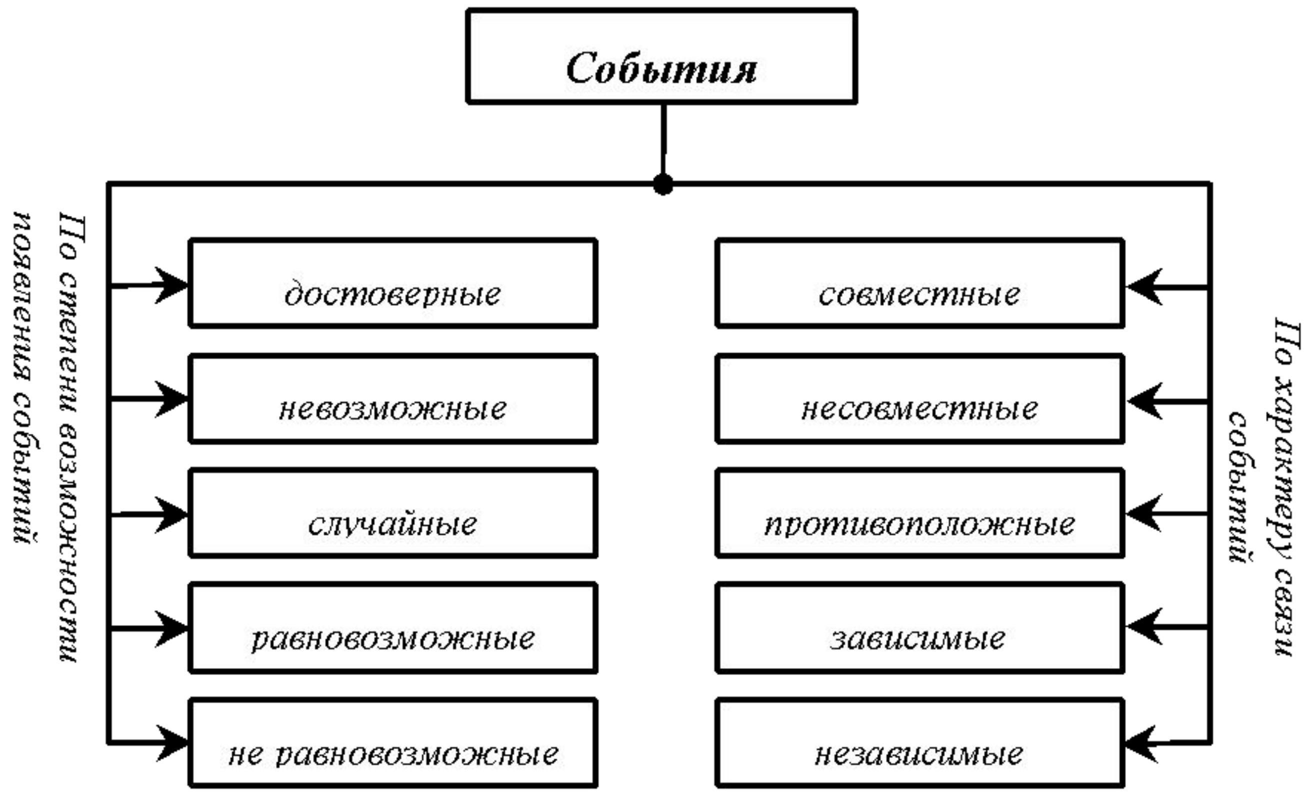

Рис .1.1 Классификация событий

Основные законы алгебры множеств

№ п/п	Наименование закона	Операции объединения и пересечения множеств	
1	Законы коммутативности	$A\cup B= B\cup A$	$A\cap B= B\cap A$
2	Законы ассоциативности	$(A\cup B)\cup C= A\cup(B\cup C)$	$(A\cap B)\cap C= A\cap(B\cap C)$
3	Законы дистрибутивности	$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$	$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$
4	Законы тождества	$A\cup\varnothing= A$ $A\cup\Omega= \Omega$	$A\cap\varnothing= \varnothing$ $A\cap\Omega= A$
5	Законы дополнения	$A+\overline{A}=\Omega$ $\overline{\overline{A}}=A$	$A\cap\overline{A}=\varnothing$ $\overline{\Omega}=\varnothing$ и $\overline{\varnothing}=\Omega$
6		$A\cup A= A$	$A\cap A= A$
7	Свойства $\overline{A}$	$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$	$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$
8	Свойства $\subset$, $\supset$	$A\subset(A\cup B)$ Если $A\subset B$, то $A\cup B= B$	$(A\cap B)\subset A$ Если $A\subset B$, то $A\cap B=A$

Относительная частота:

$$P^*(A) = n_c / N_c, \quad 0 \le P^*(A) \le 1. \tag{1.1}$$

Статистическая вероятность:

$$P(A) = \lim_{Nc \to \infty} P^*(A) = \lim_{Nc \to \infty} (n_c / N_c). \tag{1.2}$$

Интервал нахождения случайного события:

$$\left.\begin{aligned} 0 \le P^*(A) \le 1 \\ 0 \le P(A) \le 1 \end{aligned}\right\} \tag{1.3}$$

Вероятность события:

$$P(A) = n/N \tag{1.4}$$

Число размещений:

$$A_n^m = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot (n-m+1) = n!/(n-m)! \tag{1.5}$$

Число перестановок :

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n = n! = A_n^n. \tag{1.6}$$

Число комбинаций:

$$C_n^m = \binom{m}{n} = \frac{A_n^m}{P_m} = \frac{n!}{m!\,(n-m)!}; \qquad C_n^m = C_n^{n-m}. \tag{1.7}$$

Теорема умножения:

$$P(AB)= P(A)P(B/A)= P(B)P(A/B). \tag{1.8}$$

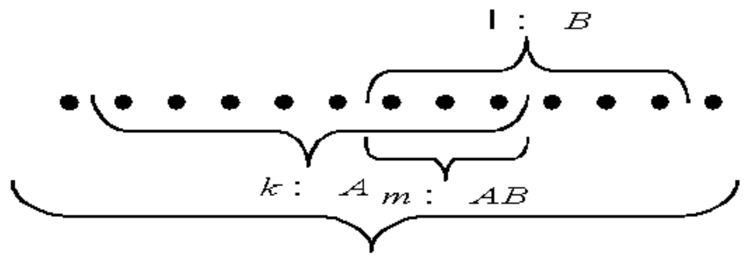

Рис. 1.2 - Иллюстрация к доказательству теорем умножения и сложения

$$P(A) = k/N,\ P(B) = l/N,\ P(AB) = m/N \tag{1.9}$$

$$P(B/A)= m/k= (m/N)/(k/N)= P(AB)/P(A) \tag{1.10}$$

$$P(AB)= P(A)P(B/A) \tag{1.11}$$

$$P(A/B)= m/l= (m/N)/(l/N)= P(AB)/P(B) \tag{1.12}$$

$$P(AB)= P(B)P(A/B) \tag{1.13}$$

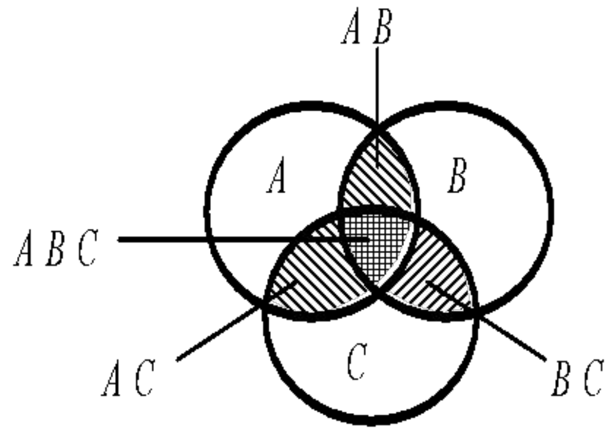

Рис. 1.3 - Иллюстрация к выводу теоремы сложения.

Теорема сложения:

$$P(A+B)= P(A) + P(B) – P(AB) \tag{1.4}$$

$$P^*(A+B)= (k_c+l_c-m_c)/N_c=(k_c/N_c)+(l_c/N_c)-(m_c/N_c)= = P^*(A)+P^*(B)-P^*(AB) \tag{1.5}$$