

Теоретические основы информатики

Количество информации – число, адекватно характеризующее величину разнообразия (набор состояний, альтернатив и т.д.) в оцениваемой системе.

Мера информации – формула, критерий оценки количества информации.

Мера информации обычно задана некоторой неотрицательной функцией, определенной на множестве событий и являющейся аддитивной, то есть мера конечного объединения событий (множеств) равна сумме мер каждого события.

Ральф Винтон Лайон Хартли

1888 - 1970



«Когда кто-то получает информацию, каждый полученный символ позволяет получателю «устранять возможности», исключая другие возможные символы и их связанные значения.»

Измерение количества информации

Формула Хартли (1928):

$$H = \log_2 N$$

H – количество информации

**N – количество возможных
равновероятных альтернатив**

$$N = 2 \quad \rightarrow \quad H=1$$

1 бит - количество информации, которое соответствует сообщению о выборе одной из 2-х равновероятных альтернатив:

ИСТИНА ЛОЖЬ

Примеры:

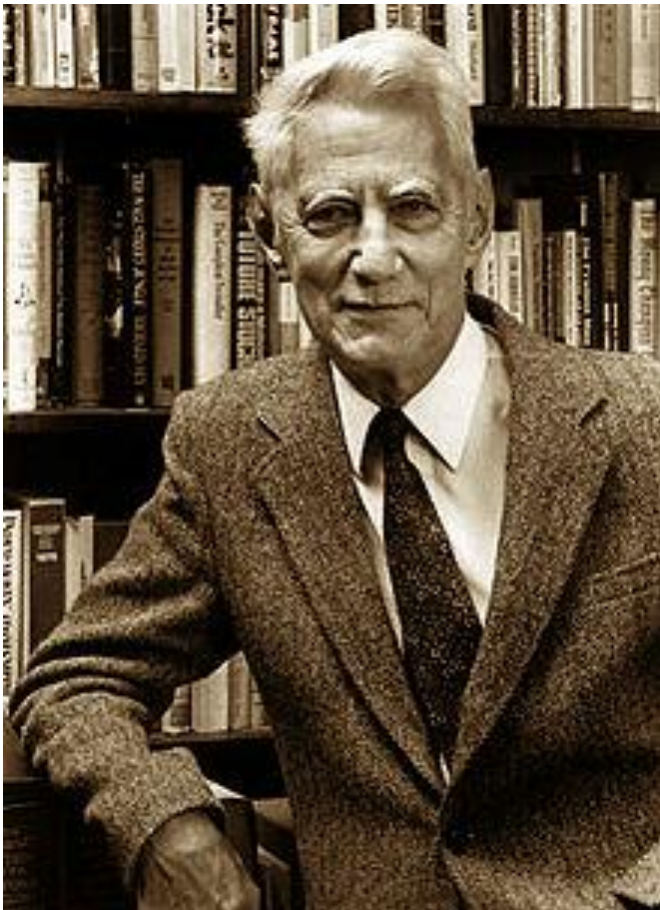
да

нет

1

0

Клод Элвуд Шеннон 1916-2001



Из статьи "Математическая теория связи»:
Одна из задач теории информации - поиск наиболее экономных методов кодирования, позволяющих передать необходимую информацию с помощью минимального количества символов.

Формула Шеннона (1948):

$$H = - \sum_n (p_i \log_2 p_i)$$

H – среднее количество информации
при многократном выборе

n – количество альтернатив

p_i – вероятности альтернатив

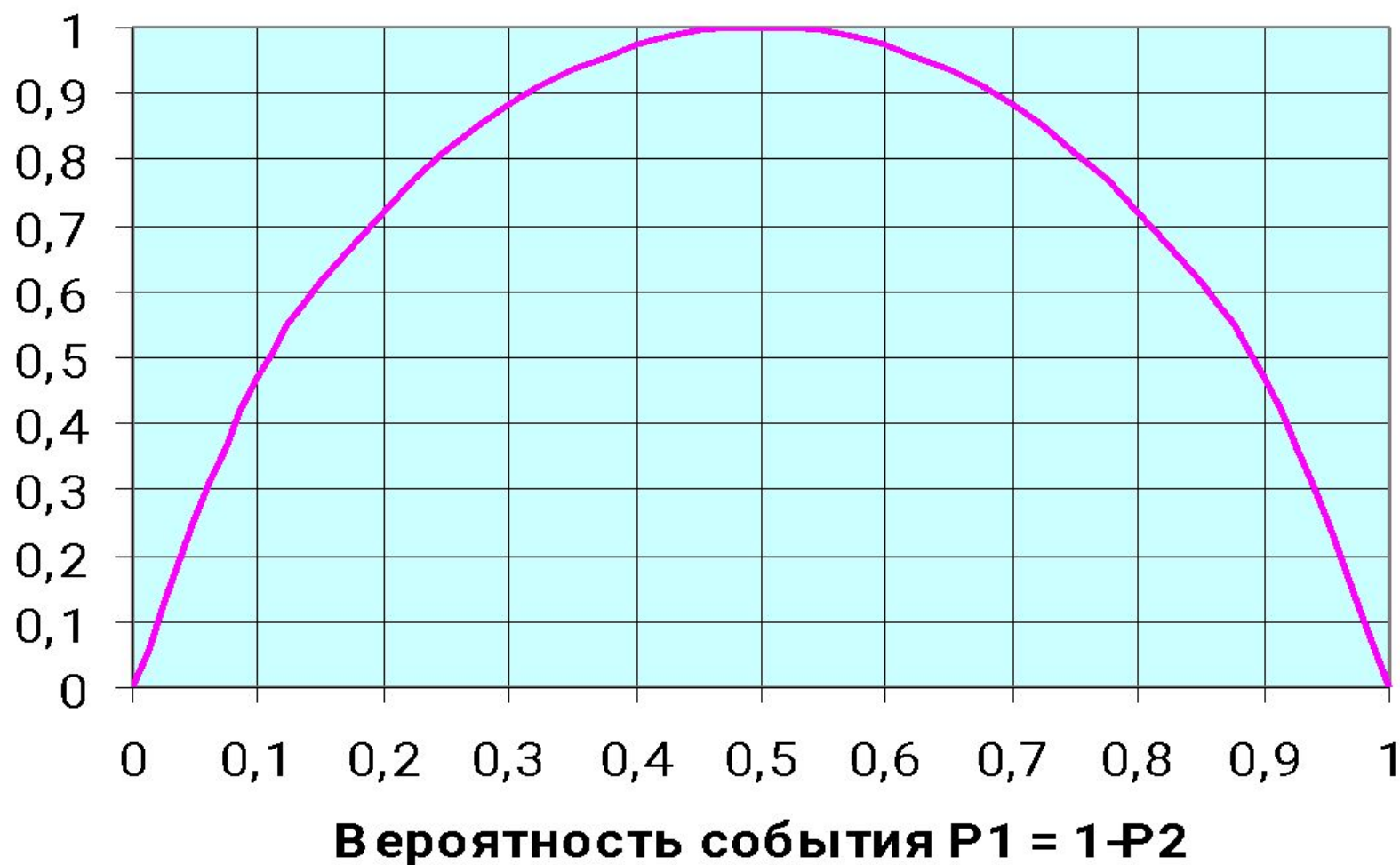
$i = 1 \dots n$


$$H = - \log_2 p$$

H – количество информации
при однократном выборе

p – вероятность выбранной
альтернативы

Количество информации H (бит)



В двоичном коде каждый двоичный символ несет 1 бит информации. Кодовое слово длиной в **N** двоичных символов несет **N** бит информации (при условии равной вероятности появления двоичных символов).

Общее количество кодовых слов длиной **N** бит равно:

$$N = 2^N$$

$$N=8 \quad \rightarrow \quad N = 2^8 = 256$$


$$1 \text{ байт} = 8 \text{ бит}$$

1 байт - количество информации, которое соответствует сообщению о выборе одной из 256 равновероятных альтернатив

Пример

Кодовая таблица ASCII :

| |
|------------|
| |
| А 01000001 |
| В |
| В |
| В |
| |
| Р 01010010 |
| Р |
| Р |
| |
| 25 |
| |



Кодовая таблица **Unicode**
- используется 2 байта (16 бит)
на каждый символ

Количество возможных
символов равно 2^{16} ,
примерно 64000 символов

**Информационная емкость устройств
памяти ПК (объем памяти)
оцениваются следующими
единицами:**

- **1 кбайт = 1024 байт (2¹⁰ байт)**
- **1 Мбайт = 1024 кбайт (2²⁰ байт)**
- **1 Гбайт = 1024 Мбайт (2³⁰ байт)**
- **1 Тбайт = 1024 Гбайт (2⁴⁰ байт)**

**Пропускная
способность — метрическая
характеристика,
показывающая соотношение
предельного количества единиц
информации, проходящих через
канал, систему, узел в единицу
времени.**

Кбит/сек, Мбит/сек, МБ/сек

Арифметические основы ЭЦВМ

Для представления чисел в ЭЦВМ
используется двоичная система счисления —
позиционная система счисления
с основанием 2

Преобразование двоичного числа в десятичное

Разряды числа

$$10011011101_2 =$$

$$\begin{aligned} &1*2^{10} + 0*2^9 + 0*2^8 + 1*2^7 + 1*2^6 + 0*2^5 + \\ &1024 \quad 512 \quad 256 \quad 128 \quad 64 \quad 32 \\ &+ 1*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = \\ &16 \quad 8 \quad 4 \quad 2 \quad 1 \end{aligned}$$

←
Весы
разрядов

$$= 1245_{10}$$

Преобразование десятичного числа в двоичное (последовательными делениями на 2)

$$\begin{array}{r} 245_{10} \\ 2 * 122 = 244 \quad 1 \\ 2 * 61 = 122 \quad 0 \\ 2 * 30 = 60 \quad 0 \\ 2 * 15 = 30 \quad 1 \\ 2 * 7 = 14 \quad 0 \\ 2 * 3 = 6 \quad 1 \\ 2 * 1 = 2 \quad 1 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{Остатки} \\ \text{от деления} \end{array}$$

$= 1110101_2$

Восьмеричная система счисления

{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

триады

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|--|
| 110 | 010 | 111 | 001 | 101 | |
| 6 | 2 | 7 | 1 | 5 | |

Шестнадцатиричная система счисления

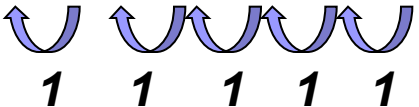
{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F}

тетрады

| | | | | |
|------|------|------|------|--|
| 1111 | 0101 | 1100 | 1101 | |
| F | 5 | C | D | |

Суммирование двоичных чисел

$$\begin{array}{r} + 10100101 \\ 00101111 \\ \hline 11010100 \end{array}$$


1 1 1 1 1

переносы в следующий разряд

Представление отрицательных чисел в двоичном дополнительном коде

Пример: $14 - 6 = 8$

$1110 - 0110 = ?$

- Инверсный код вычитаемого: **1001**
- Дополнительный код вычитаемого:
 $1001 + 1 = 1010$
- Вычитание заменяется сложением с дополнительным кодом вычитаемого

$$\begin{array}{r} 1110 \\ + 1010 \\ \hline 1000 \end{array}$$

Логические основы ЭЦВМ

Алгебра высказываний
(Алгебра логики)

Высказывания представляются
логическими переменными,
которые могут иметь всего два
значения:

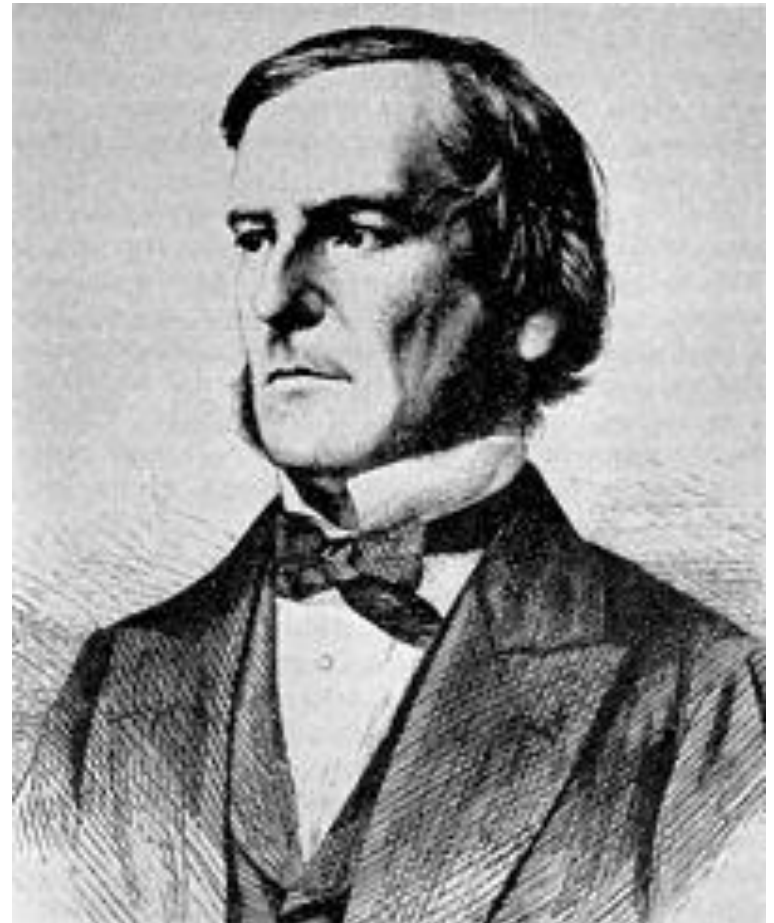
истина true (1)

ложь false (0)

Джордж Буль

1815 - 1864

«Имеется глубокая аналогия между символическим методом алгебры и символическим методом представления логических форм ... В такой символике высказывания могут быть сведены к форме уравнений»



Базовые операции алгебры логики (задаются таблицами истинности)

Логическое ИЛИ

(дизъюнкция \vee , |, OR)

| a | b | a+b |
|---|---|-----|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Логическое И

(конъюнкция \wedge , &, AND)

| a | b | a*b |
|---|---|-----|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

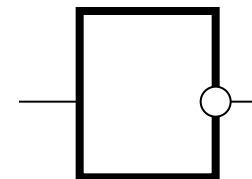
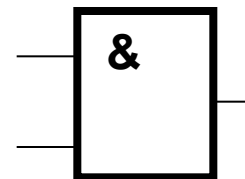
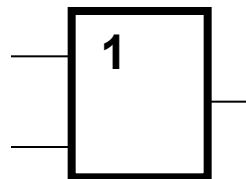
Логическое НЕ

(инверсия \neg , NOT)

| a | \bar{a} |
|---|-----------|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

убывание
приоритета

Логические элементы:



ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ


- Операции с константами: $a + 0 = a$ $a + 1 = 1$ $a * 0 = 0$ $a * 1 = a$
- Закон исключенного третьего: $a + \underline{a} = 1$
- Закон непротиворечия: $a * \underline{a} = 0$
- Законы идемпотенции: $a + a = a$ $a * a = a$
- Закон двойного отрицания: $\underline{\underline{a}} = a$
- Законы де Моргана: $a + b = \underline{\underline{a}} * \underline{\underline{b}}$ $a * b = \underline{\underline{a}} + \underline{\underline{b}}$
- Закон поглощения: $a + a * b = a$
- Закон склеивания: $a * b + a * \underline{\underline{b}} = a$

Логическая операция

«Импликация»: $a \rightarrow b = \bar{a} + b$

Порядок выполнения операций можно изменять с помощью скобок:

$$a + bc \quad (a + b)c \quad \overline{a + b} = \overline{(a + b)}$$



**Любая сколь угодно сложная
логическая функция,
заданная своей таблицей
истинности,
может быть представлена
логическим выражением в
совершенной дизъюнктивной
нормальной форме (СДНФ)**

Пример: таблица истинности одноразрядного сумматора

Входы

Выходы


| a | b | p | S | P |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Построение СДНФ:

для всех строк с единичными значениями выходной функции выписывается логическая сумма (дизъюнкция) из логических произведений (конъюнкций) всех входных переменных, при этом входная переменная пишется с инверсией, если ее значение в соответствующей строке равно нулю

$$S = \bar{a}\bar{b}p + \bar{a}b\bar{p} + a\bar{b}\bar{p} + abp$$

$$P = \bar{a}bp + a\bar{b}p + ab\bar{p} + abp = ab + ap + bp$$




Тестовые задания по теме лекции



Формула Хартли связывает


|1. количество информации с
количеством ВОЗМОЖНЫХ
равновероятных
альтернативных сообщений

|2. количество информации с
вероятностями ВОЗМОЖНЫХ
альтернативных сообщений



Формула Шеннона связывает

- |1. количество информации с количеством возможных равновероятных альтернативных сообщений
- |2. количество информации с вероятностями возможных альтернативных сообщений



Количество информации, которое содержится в сообщении о выборе одной из 2-х равновероятных альтернатив, равно

- |1. Один бит
- |2. Два бита
- |3. Восемь бит



1 бит – это

|1. Количество информации, которое содержится в сообщении о выборе одной из 2-х альтернатив

|2. Количество информации, которое содержится в сообщении о выборе одной из 8-ми альтернатив

|3. Количество информации, которое содержится в сообщении о выборе одной из 2-х равновероятных альтернатив



1 байт равен

|1. 2 бита

|2. 8 бит

|3. 256 бит




1 байт – это

|1. Количество информации, которое содержится в сообщении о выборе одной из 8 альтернатив

|2. Количество информации, которое содержится в сообщении о выборе одной из 256 альтернатив

|3. Количество информации, которое содержится в сообщении о выборе одной из 256 равновероятных альтернатив

|4. Количество информации, которое содержится в сообщении о выборе одной из 2 равновероятных альтернатив




Сообщение о выборе одной из
32 равновероятных
альтернатив в соответствии с
формулой Хартли дает
количество информации в

|1. 5 бит

|2. 6 бит

|3. 7 бит



В соответствии с формулой Шеннона максимальное количество информации при многократном выборе одной из двух возможных альтернатив получается, если

- |1. Вероятность одной альтернативы больше, чем вероятность другой
- |2. Вероятность одной из альтернатив равна 1
- |3. Вероятности двух альтернатив равны




Общее количество кодовых слов длиной в 1 байт равно

|1. 8

|2. 32

|3. 256

|4. 1024




Для кодирования одного
печатного символа в коде
ASCII используется кодовое
слово длиной

|1. 8 бит

|2. 1 байт

|3. 2 байта

|4. 8 байт




Для кодирования цвета 1
пиксела в режиме High Color
(всего 65 536 цветовых
оттенков) потребуется кодовое
слово длиной

|1. 1 байт

|2. 2 байта

|3. 4 байта



Количество адресов ячеек
памяти, которые можно
закодировать с помощью
кодированного слова длиной 10 бит,
равно

|1. 256

|2. 512

|3. 1024

|4. 2048

Числу в двоичном коде 1101
соответствует десятичное

число

|1. 12

|2. 13

|3. 14

|4. 15



Десятичному числу 9
соответствует двоичное число

|1. 1100

|2. 1011

|3. 1001

|4. 0111

В числовом ряду весов двоичных разрядов

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 126, 256, 512, 1024

допущена ошибка в разряде


номер

| 1. 1

| 2. 4

| 3. 8

| 4. 10




Двоичному коду 00111101
соответствует восьмеричное
число

|1. 75

|2. 101

|3. 331




Двоичному коду 11111010
соответствует
шестнадцатиричное число

|1. AC

|2. 8D

|3. FA



Сумма двух двоичных чисел
1001 и 0011 равна двоичному
числу


|1. 1010

|2. 1100

|3. 1011

Результат логической операции
ДИЗЪЮНКЦИЯ (логическое ИЛИ) от двух
переменных равен ИСТИНА, если

- |1. Значение хотя бы одной из переменных
равно ИСТИНА
- |2. Значение обоих переменных равно
ИСТИНА
- |3. Значение только одной из переменных
равно ЛОЖЬ
- |4. Значение обоих переменных равно
ЛОЖЬ



Результат логической операции
КОНЪЮНКЦИЯ (логическое И) от двух
переменных равен ИСТИНА, если

|1. Значение хотя бы одной из
переменных равно ИСТИНА

|2. Значение обоих переменных равно
ИСТИНА

|3. Значение только одной из переменных
равно ЛОЖЬ

|4. Значение обоих переменных равно
ЛОЖЬ

Результат логической операции
ДИЗЪЮНКЦИЯ с ИНВЕРСИЕЙ
(логическое ИЛИ-НЕ) от двух переменных
равен ИСТИНА, если

|1. Значение хотя бы одной из
переменных равно ИСТИНА


|2. Значение обоих переменных равно
ИСТИНА

|3. Значение только одной из переменных
равно ЛОЖЬ

|4. Значение обоих переменных равно
ЛОЖЬ

Результат логической операции
КОНЪЮНКЦИЯ с ИНВЕРСИЕЙ
(логическое И-НЕ) от двух переменных
равен ИСТИНА, если

- |1. Значение только одной из переменных
равно ИСТИНА
- |2. Значение обоих переменных равно
ИСТИНА
- |3. Значение хотя бы одной из переменных
равно ЛОЖЬ
- |4. Значение обоих переменных равно
ЛОЖЬ




В результате поиска в базе
данных пациентов по условию
ВОЗРАСТ больше 30 лет И
ВОЗРАСТ меньше 20 лет
будут отображены

|1. Одна запись

|2. Ни одной записи

|3. Все записи



В результате поиска в базе данных пациентов по условию ВОЗРАСТ больше 30 лет ИЛИ ВОЗРАСТ меньше 40 лет будут отобраны

|1. Одна запись

|2. Ни одной записи

|3. Все записи

В приведенных ниже
логических равенствах

(знак дизъюнкции +, знак конъюнкции *)

НЕВЕРНЫМ ЯВЛЯЕТСЯ

| 1. $a + 1 = 1$

| 2. $a + a = a$

| 3. $a * 1 = 1$

| 4. $a + a * b = a$



**Тестовые задания
с единого портала
интернет-тестирования
в сфере образования**

Имеется сообщение объемом 2^{23} бит. В мегабайтах объем этого сообщения равен ...

- 1
- 64
- 1024
- 8


$$2^{23} \text{ бит} = 2^{20} \cdot 2^3 \text{ бит} = 2^{20} \cdot 8 \text{ бит} = 2^{20} \cdot 1 \text{ байт} = 1 \text{ Мбайт}$$

Количество цветов, воспроизводимых на экране сотового телефона, равно 1024, разрешение экрана 128*64. Минимальный объем видеопамати равен ____ Кбайт.

- 8
- 8192
- 10
- 1


$$10 \text{ бит} * 2^7 * 2^6 = 10 * 2^{13} \text{ бит} = 10 * 2^{10} * 2^3 \text{ бит} = 10 * 2^{10} \text{ байт} = 10 \text{ Кбайт}$$

Скорость передачи данных через ADSL-соединение равна 256000 бит/сек.
Передача файла через это соединение по времени заняла 2 мин. Определите
размер файла в килобайтах.

- 
- 3750
 - 62,5
 - 30000
 - 3840

$$120 \text{ сек} * 256000 \text{ бит/сек} = 120 \text{ сек} * 32000 \text{ байт/сек} \sim$$
$$120 \text{ сек} * 32000 / 1024 \text{ кбайт/сек} = 3750 \text{ кбайт}$$

При кодировании (Unicode) информационный объем фразы *Ученые – свет, а неученые – тьма.* составляет ...

- 
- 528 бит
 - 33 байт
 - 66 бит
 - 54 байт

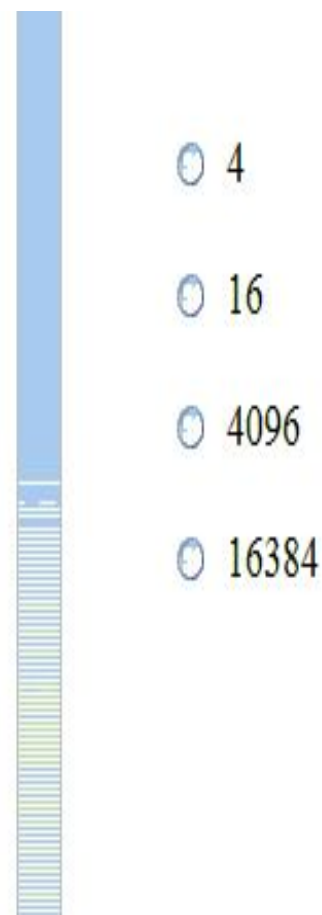
33 символа * 16 бит = 528 бит

В книге 500 страниц. На каждой странице книги 20 строк по 64 символа. В кодировке ASCII объем книги равен _____ килобайт.

- 1,25
- 1250
- 625
- 640

$500 * 20 * 64 \text{ символов} * 1 \text{ байт} = 640000 / 1024 \text{ кбайт} = 625 \text{ кбайт}$

Сообщение содержит 4096 символов. Объем сообщения при использовании равномерного кода составил 1/512 Мбайт. Мощность алфавита, с помощью которого записано данное сообщение, равна...



$1/512 \text{ Мбайт} = 2^{20} / 2^9 \text{ байт} = 2^{11} \text{ байт} = 2048 \text{ байт}$
 $2048/4096 \text{ байт/символ} = 0,5 \text{ байт/символ} = 4 \text{ бит/символ}$
Алфавит содержит $2^4 = 16$ разных символов

Заданное в восьмеричной системе число 1053_8 равно десятичному

$$1 * 8^3 + 0 * 8^2 + 5 * 8 + 3 = 1 * 2^9 + 40 + 3 = 555_{10}$$

Заданное в шестнадцатеричной системе число $F1A_{16}$ равно десятичному

$$15 * 16^2 + 1 * 16 + 10 = 15 * 2^8 + 26 = 15 * 256 + 26 = 3866_{10}$$

Если 8-разрядный дополнительный код равен 10110011_2 , то десятичное значение данного числа равно ...

Инверсный код равен 10110010
Прямой код равен -01001101
 $= -(2^6 + 2^3 + 2^2 + 1) = -77$

179

-77

-179

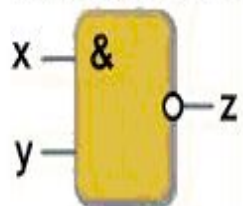
77

Отрицательное число -2009 в 16-разрядном компьютерном представлении будет равно ...

- 1111100000100111
- 0000000000100111
- 0000011111011001
- 1111100000100110

Отрицательное нечетное число в дополнительном коде начинается на единицу и кончается на единицу, поэтому первый вариант

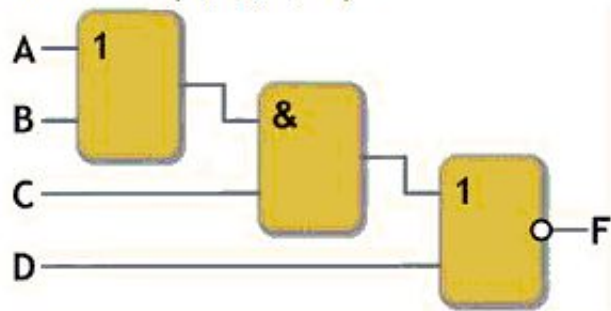
На рисунке представлено условное графическое изображение логической схемы. Связь между выходом z и входами x и y для данной логической схемы записывается в виде ...



- $Z = X \& Y$
- $Z = X \vee Y$
- $Z = \overline{X \& Y}$
- $Z = \overline{X \vee Y}$

Правильный ответ 3

На входе логической схемы при $F=1$ возможна следующая комбинация сигналов $(A, B, C, D) \dots$



(1 1 0 0)

(1 1 1 0)

(0 1 1 0)

(1 0 1 0)

Правильный ответ 1

Логическому выражению $\overline{(\bar{A} \& B)} \vee \bar{C}$ равносильно выражение ...

$\bar{A} \vee B \vee \bar{C}$

$\bar{A} \vee \bar{B} \vee \bar{C}$

$A \vee B \vee \bar{C}$

$A \vee \bar{B} \vee \bar{C}$

**По формуле де Моргана для выражения в скобках
правильный ответ 4**

Логическая функция $F = \bar{A} \& B \vee \overline{(A \& B)}$ принимает значение *Ложь* (0) при

...

$A = 0, B = 0$

$A = 1, B = 0$

$A = 1, B = 1$

$A = 0, B = 1$

Правильный ответ 3

Для того чтобы логическое выражение

$$(X \& \neg X) ? (Y \& \neg Y)$$

было тождественно истинным, вместо знака ? в нем ...

- можно поставить как знак дизъюнкции ($\dot{\cup}$), так и знак конъюнкции ($\&$)
- можно поставить знак дизъюнкции ($\dot{\cup}$), но не знак конъюнкции ($\&$)
- нельзя поставить ни знак дизъюнкции ($\dot{\cup}$), ни знак конъюнкции ($\&$)
- нельзя поставить знак дизъюнкции ($\dot{\cup}$), но можно поставить знак конъюнкции ($\&$)

Правильный ответ 3