Задание 6. Прототипы.

1. Прямая y=12x+49 является касательной к графику функции $y = 2x^3 - 3x^2 - 24x + 5$.
   Найдите абсциссу точки касания.

В точке касания значения производных касательной и функции и значения самих функций (касательной и функции) совпадают.

Ответ: -2

165. На рисунке изображён график функции $y = g(x)$, определённой на интервале $(-3; 7)$ (см. рис. 41). Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

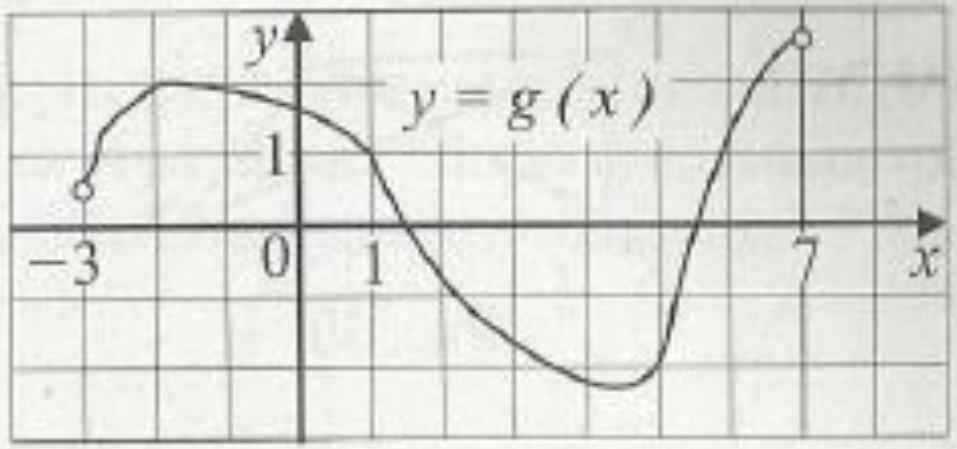
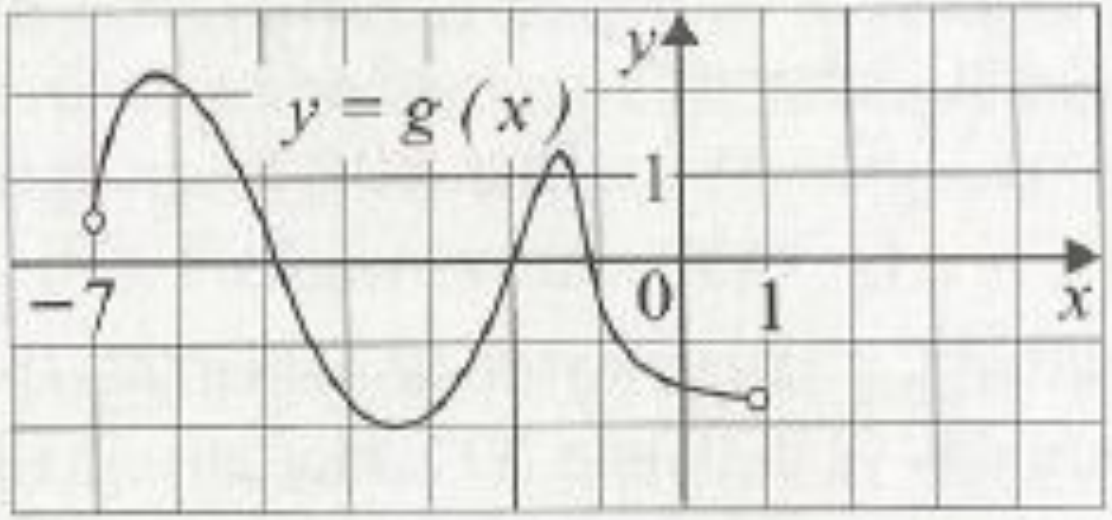


Рис. 41

Если функция убывает, то производная отрицательна. Если функция возрастает, то производная положительна.

Ответ:6

166. На рисунке изображён график функции $y = g(x)$, определённой на интервале $(-7; 1)$ (см. рис. 42). Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -34$ или совпадает с ней.



Прямая y=-34 параллельна оси ox, значит график касательной параллелен оси ox. Откуда следует, что количество точек совпадает с количеством точек максимума и минимума (экстремумами)

Ответ: 3

167. На рисунке 43 изображён график $y = p'(x)$ — производной функции $p(x)$, определённой на интервале $(-3; 7)$. В какой точке отрезка $[3; 6]$ функция $p(x)$ принимает наименьшее значение?

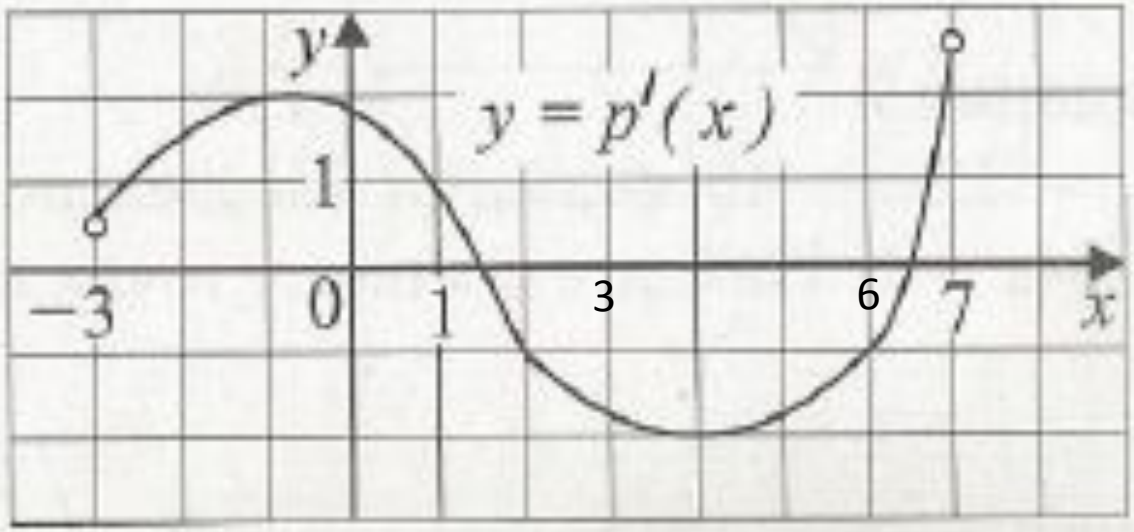


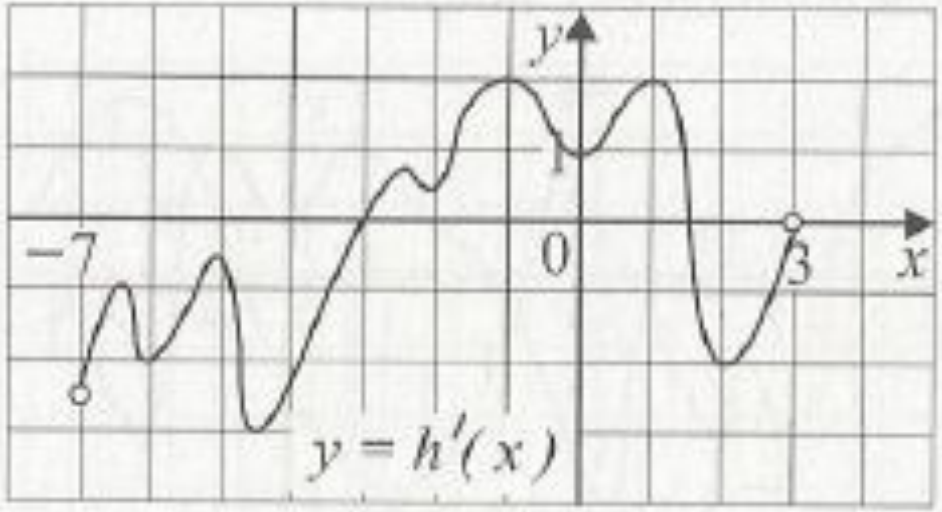
Рис. 43

Если функция убывает, то производная отрицательна. Если функция возрастает, то производная положительна.

Изобразить на прямой: Функция убывает, значит в 6.

Ответ: 6

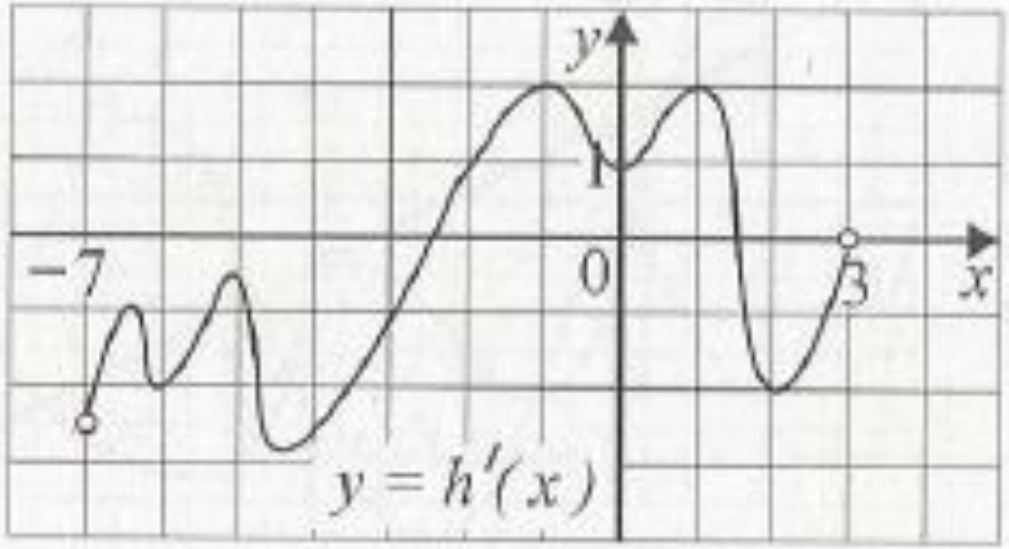
168. На рисунке 44 изображён график $y = h'(x)$ — производной функции $h(x)$, определённой на интервале $(-7; 3)$. Найдите количество точек минимума функции $h(x)$, принадлежащих отрезку $[-4; 2]$.



Точка минимума возникает в том случае, если производная меняет знак с отрицательного на положительный.

Ответ: 1

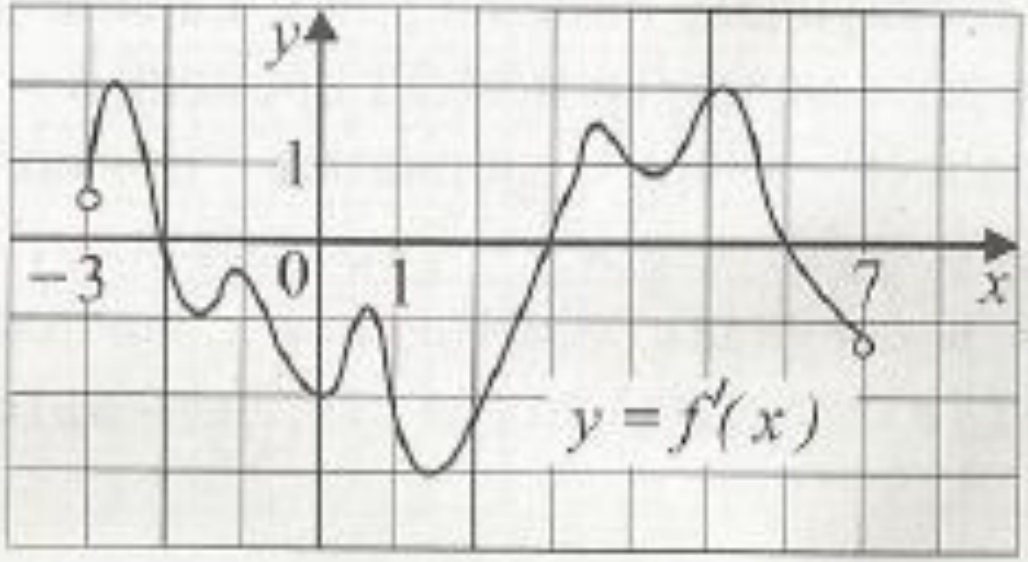
169. На рисунке 45 изображён график $y = h'(x)$ — производной функции $h(x)$, определённой на интервале $(-7; 3)$. Найдите промежутки возрастания функции $h(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Функция возрастает, если ее производная положительна

Ответ: точек 4: -2+(-1)+0+1=-2

170. На рисунке 46 изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 7)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Функция убывает, если ее производная отрицательна

Ответ: длина промежутка: 3-(-2)=5.

171. На рисунке 47 изображён график $y = s'(x)$ — производной функции $s(x)$, определённой на интервале $(-7; 3)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $s(x)$ параллельна прямой $y = -1,5x - 1$ или совпадает с ней.

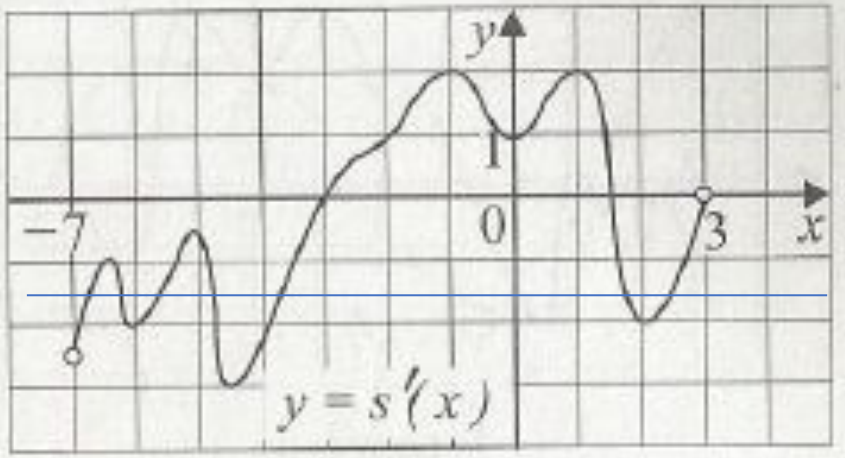


График касательной – прямая. Две прямые параллельны, если у них совпадают угловые коэффициенты. Значит, угловой коэффициент касательной равен -1,5. Значение производной функции и производной касательной совпадают. Значит, нужно найти на графике количество точек, в которых y=-1,5

Ответ: 7

172. На рисунке 48 изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

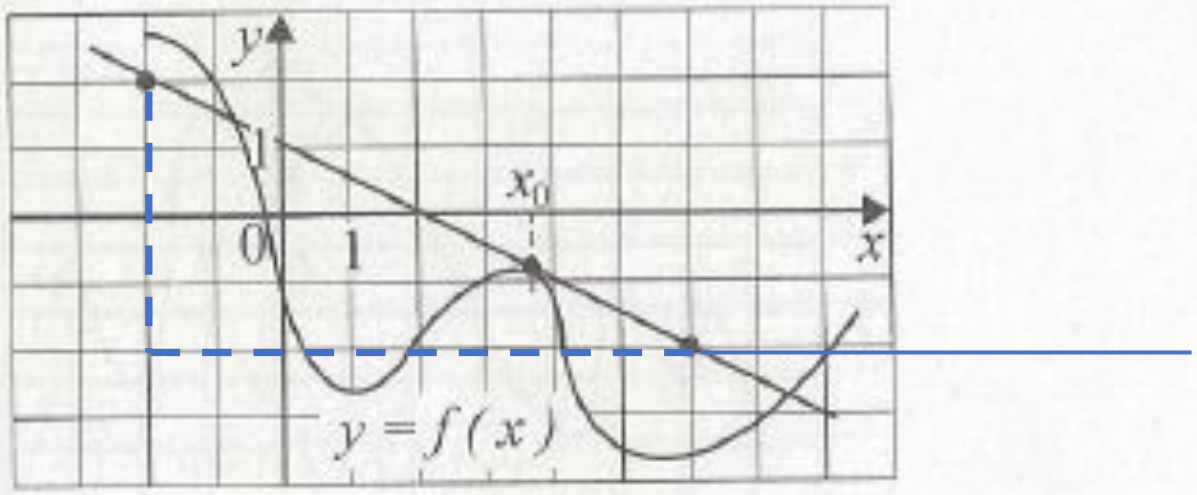


Рис. 48

Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной (или тангенсу угла наклона касательной)

Ответ: -0,5

173. Прямая $y = -5x + 1$ является касательной к графику функции $y = ax^2 + 3x + 9$. Найдите a.

В точке касания значения производных касательной и функции и значения самих функций (касательной и функции) совпадают.

Ответ: 2

174. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 5t^3 - 219t + 10$, где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 4$.

Ответ: 21

175. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 5t^2 - 20t + 11$, где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите момент времени t (в секундах), когда скорость материальной точки стала равной 5 м/с.

Ответ: 2,5

176. На рисунке 49 изображён график функции $y = t(x)$ и шесть точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, \ldots, x_6$. В скольких из этих точек производная функции $t(x)$ отрицательна?

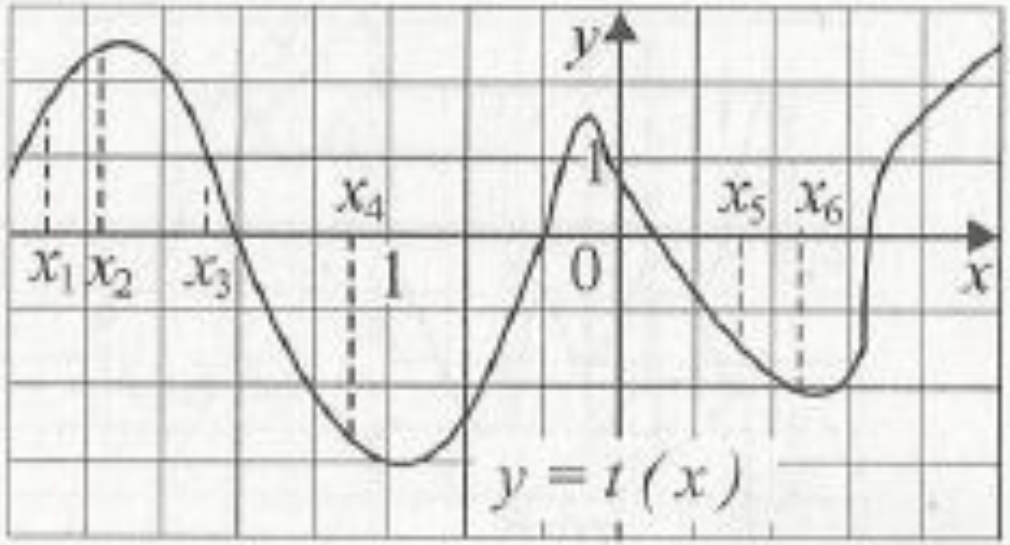


Рис. 49

Ответ: 4

177. На рисунке 50 изображён график $y = g'(x)$ — производной функции $g(x)$ и шесть точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, \ldots, x_6$. В скольких из этих точек функция $g(x)$ возрастает?

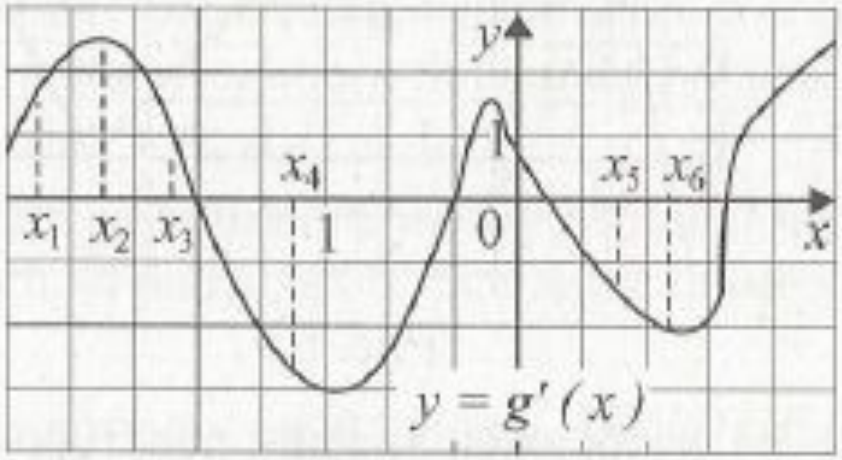


Рис. 50

Ответ: 3

178. На рисунке 51 изображён график функции $y = h(x)$ и отмечены точки $-4, -1, 2, 5$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.

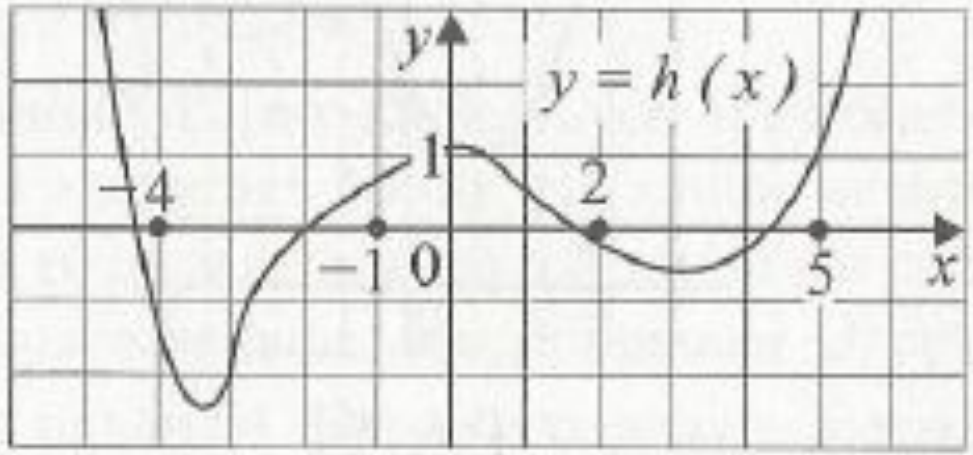


Рис. 51

Ответ: -4

179. На рисунке 52 изображён график функции $y = F(x)$ — одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 7)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-0{,}5; 3]$.

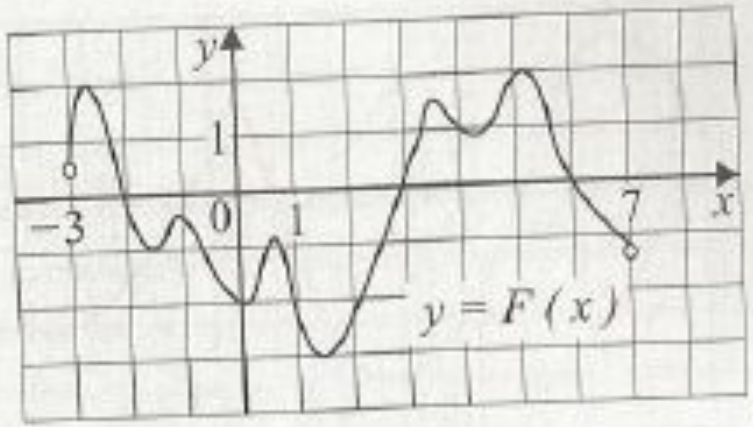


Рис. 52

Ответ: 3

180. На рисунке 53 изображена ломаная линия — график некоторой функции $y = g(x)$. Пользуясь рисунком, вычислите $G(6) - G(-2)$, где $G(x)$ — одна из первообразных функции $g(x)$.

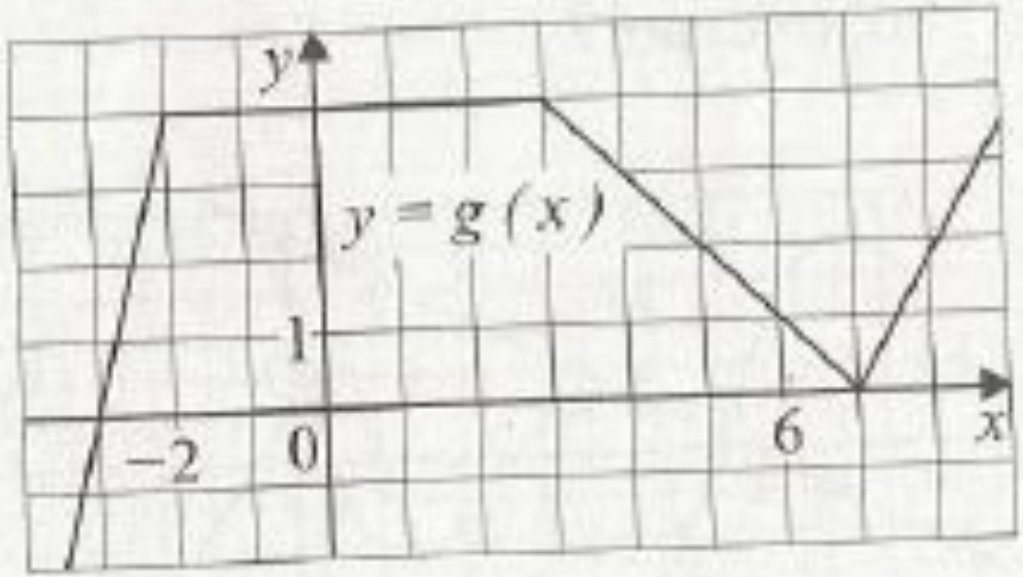


Рис. 53

Ответ: 27,5

181. На рисунке 54 изображён график некоторой функции $y = s(x)$. Найдите площадь заштрихованной фигуры, если одна из первообразных функции $s(x)$ имеет вид $S(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 + 3x - 1$.

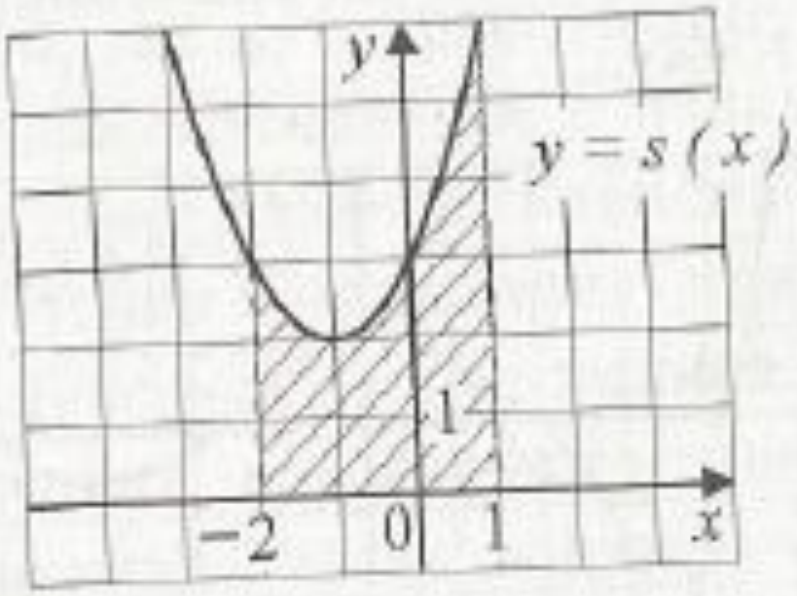


Рис. 54

Ответ: 9