

## Задание 6. Прототипы.

1. Прямая  $y=12x+49$  является касательной к графику функции  $y = 2x^3 - 3x^2 - 24x + 5$ .  
Найдите абсциссу точки касания.

В точке касания значения производных касательной и функции и значения самих функций (касательной и функции) совпадают.

Ответ: -2

165. На рисунке изображён график функции  $y = g(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 7)$  (см. рис. 41). Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

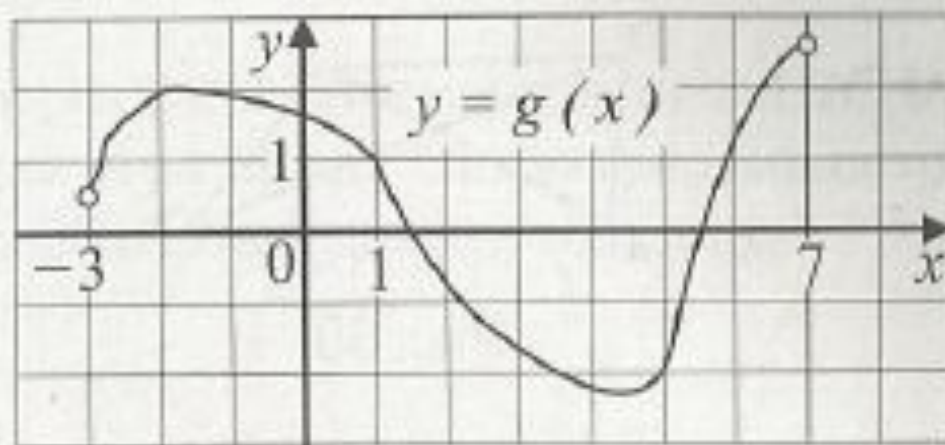
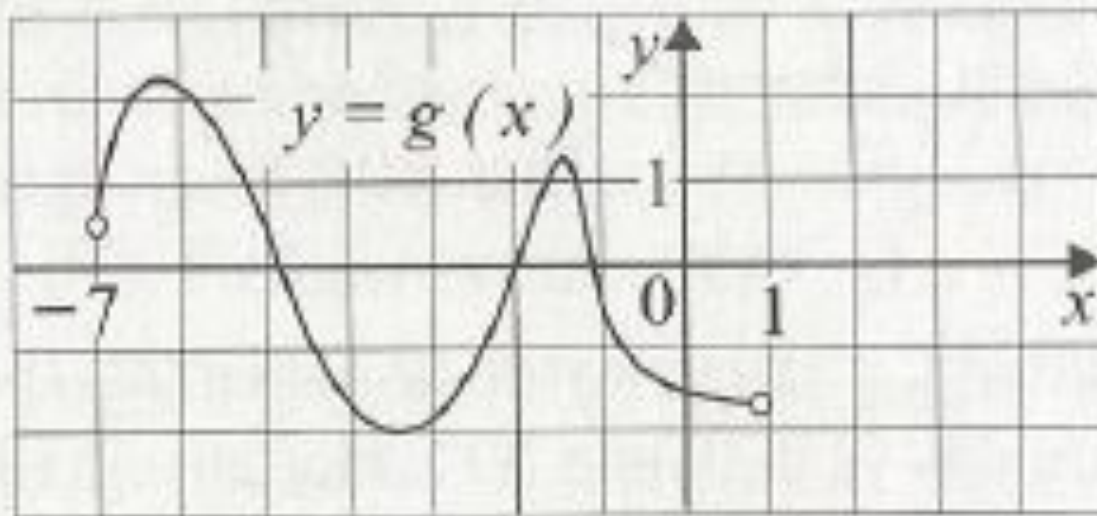


Рис. 41

Если функция убывает, то производная отрицательна. Если функция возрастает, то производная положительна.

Ответ:6

166. На рисунке изображён график функции  $y = g(x)$ , определённой на интервале  $(-7; 1)$  (см. рис. 42). Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = -34$  или совпадает с ней.



Прямая  $y = -34$  параллельна оси  $ox$ , значит график касательной параллелен оси  $ox$ . Откуда следует, что количество точек совпадает с количеством точек максимума и минимума (экстремумами)

Ответ: 3

167. На рисунке 43 изображён график  $y = p'(x)$  — производной функции  $p(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 7)$ . В какой точке отрезка  $[3; 6)$  функция  $p(x)$  принимает наименьшее значение?

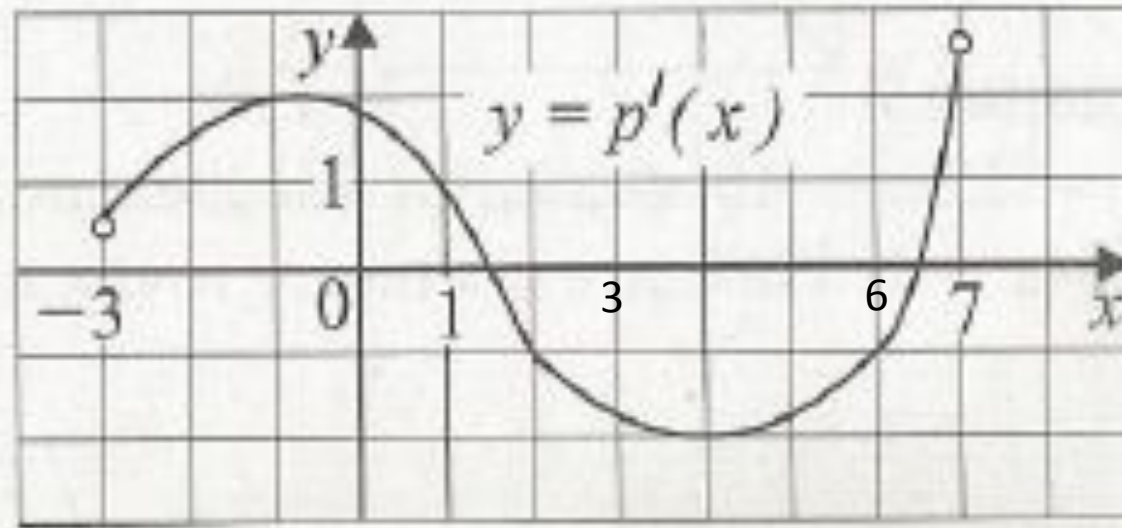


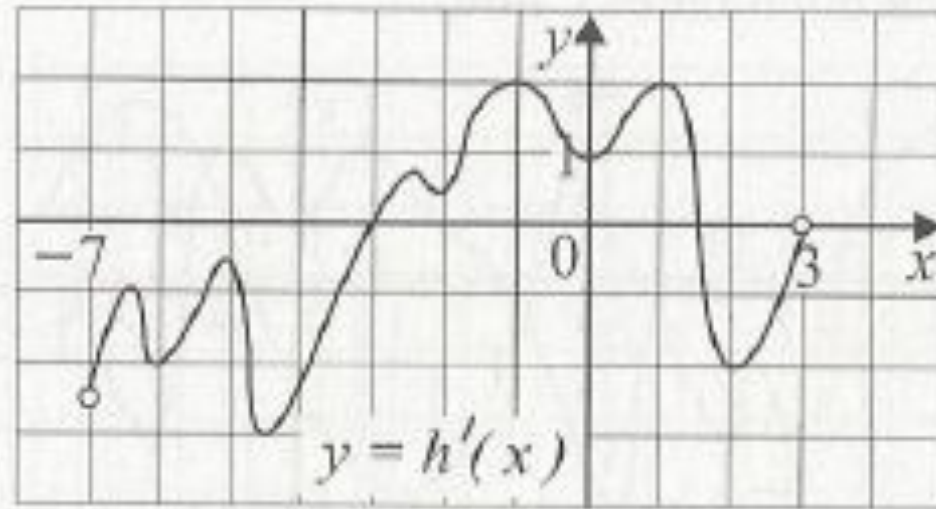
Рис. 43

Если функция убывает, то производная отрицательна. Если функция возрастает, то производная положительна.

Изобразить на прямой: Функция убывает, значит в 6.

Ответ: 6

168. На рисунке 44 изображён график  $y = h'(x)$  — производной функции  $h(x)$ , определённой на интервале  $(-7; 3)$ . Найдите количество точек минимума функции  $h(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-4; 2]$ .

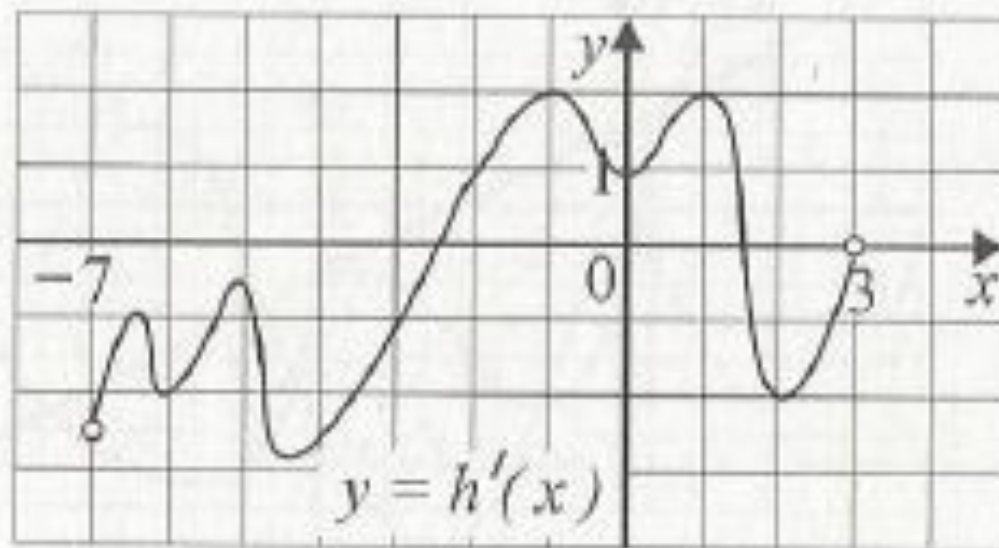


Точка минимума возникает в том случае, если производная меняет знак с отрицательного на положительный.



Ответ: 1

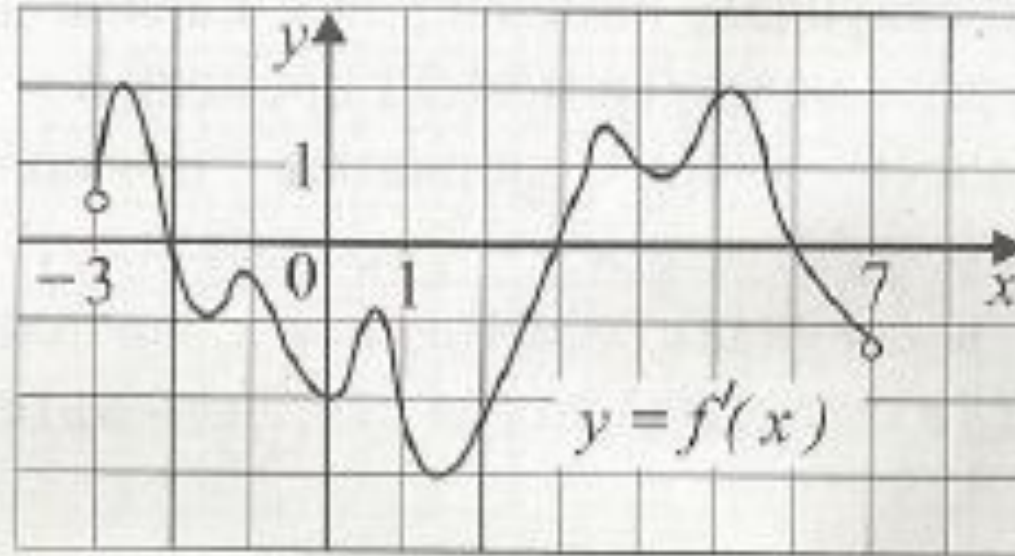
169. На рисунке 45 изображён график  $y = h'(x)$  — производной функции  $h(x)$ , определённой на интервале  $(-7; 3)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $h(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Функция возрастает, если ее производная положительна

Ответ: точек 4:  $-2+(-1)+0+1=-2$

170. На рисунке 46 изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 7)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



Функция убывает, если ее производная отрицательна

Ответ: длина промежутка:  $3 - (-2) = 5$ .

171. На рисунке 47 изображён график  $y = s'(x)$  — производной функции  $s(x)$ , определённой на интервале  $(-7; 3)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $s(x)$  параллельна прямой  $y = -1,5x - 1$  или совпадает с ней.

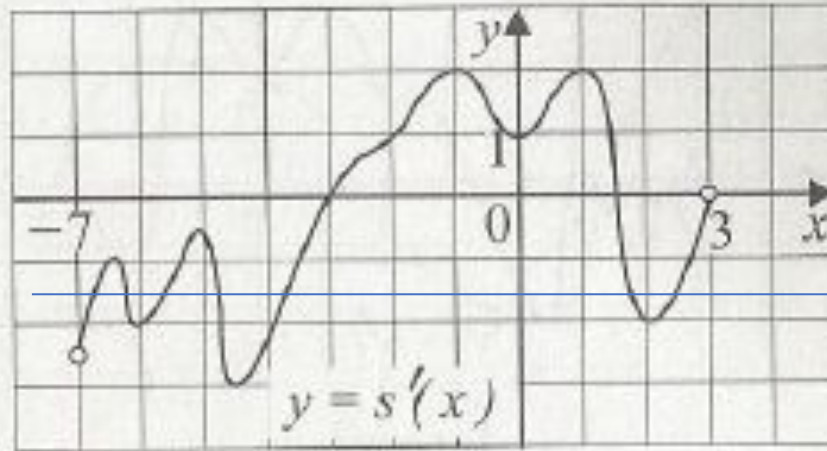


График касательной – прямая. Две прямые параллельны, если у них совпадают угловые коэффициенты. Значит, угловой коэффициент касательной равен -1,5. Значение производной функции и производной касательной совпадают. Значит, нужно найти на графике количество точек, в которых  $y = -1,5$

Ответ: 7



172. На рисунке 48 изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

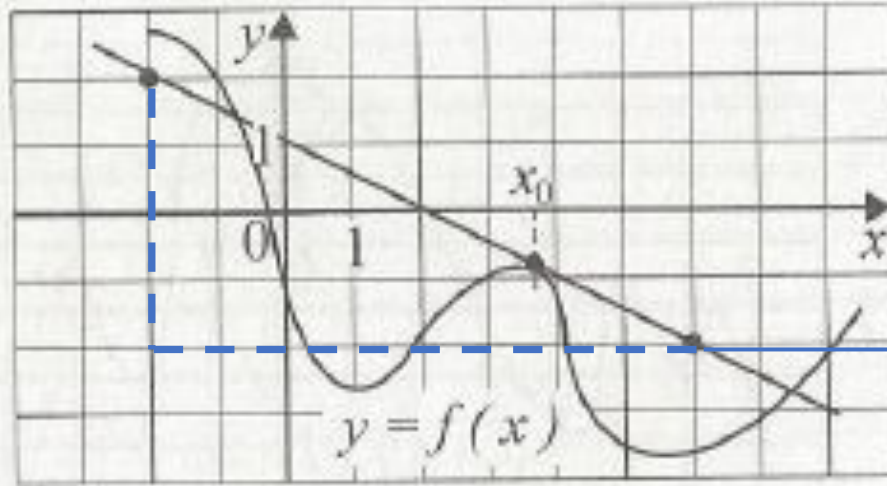


Рис. 48

Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной (или тангенсу угла наклона касательной)

Ответ:  $-0,5$

173. Прямая  $y = -5x + 1$  является касательной к графику функции  $y = ax^2 + 3x + 9$ . Найдите  $a$ .

В точке касания значения производных касательной и функции и значения самих функций (касательной и функции) совпадают.

Ответ: 2

174. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = 5t^3 - 219t + 10$ , где  $x$  — расстояние от точки отсчёта в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени  $t = 4$ .

Ответ: 21

175. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = 5t^2 - 20t + 11$ , где  $x$  — расстояние от точки отсчёта в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите момент времени  $t$  (в секундах), когда скорость материальной точки стала равной 5 м/с.

Ответ: 2,5

176. На рисунке 49 изображён график функции  $y = t(x)$  и шесть точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, \dots, x_6$ . В скольких из этих точек производная функции  $t(x)$  отрицательна?

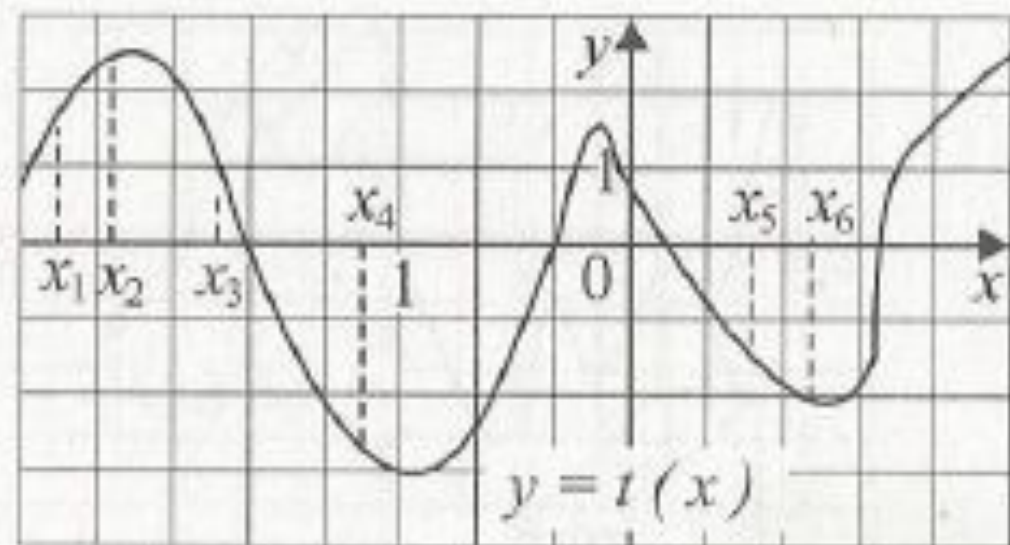


Рис. 49

Ответ: 4

177. На рисунке 50 изображён график  $y = g'(x)$  — производной функции  $g(x)$  и шесть точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, \dots, x_6$ . В скольких из этих точек функция  $g(x)$  возрастает?

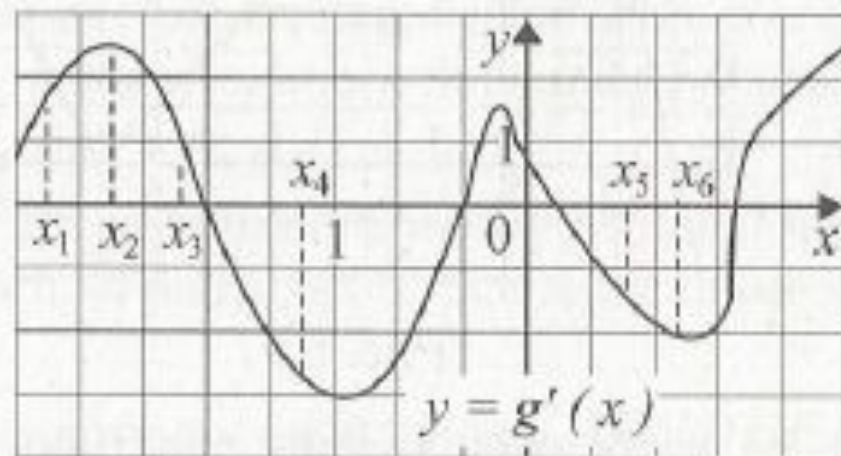


Рис. 50

Ответ: 3

178. На рисунке 51 изображён график функции  $y = h(x)$  и отмечены точки  $-4, -1, 2, 5$ . В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.

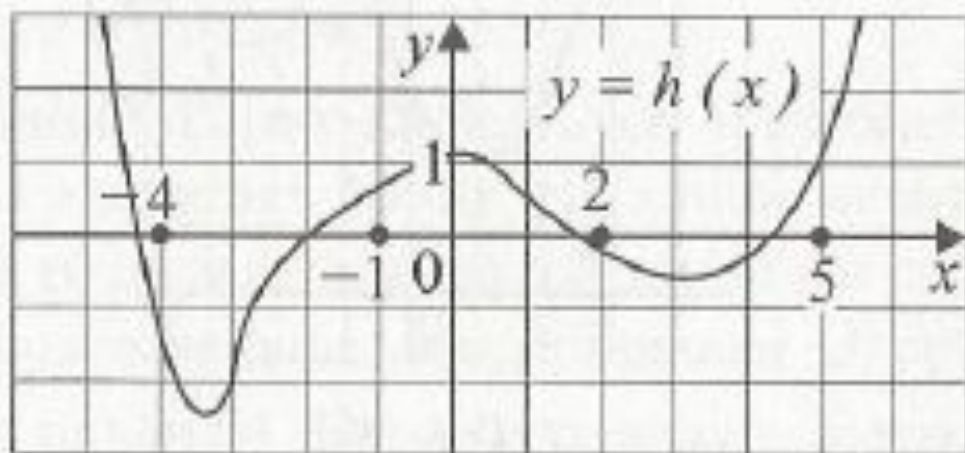


Рис. 51

Ответ: -4

179. На рисунке 52 изображён график функции  $y = F(x)$  — одной из первообразных некоторой функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 7)$ . Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения  $f(x) = 0$  на отрезке  $[-0,5; 3]$ .

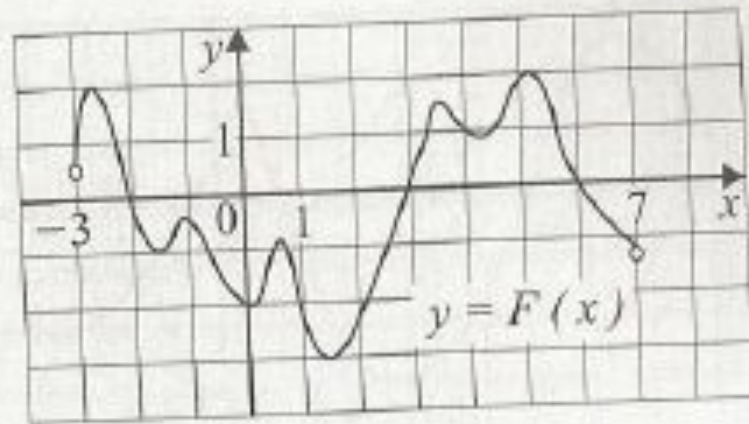


Рис. 52

Ответ: 3



180. На рисунке 53 изображена ломаная линия — график некоторой функции  $y = g(x)$ . Пользуясь рисунком, вычислите  $G(6) - G(-2)$ , где  $G(x)$  — одна из первообразных функции  $g(x)$ .

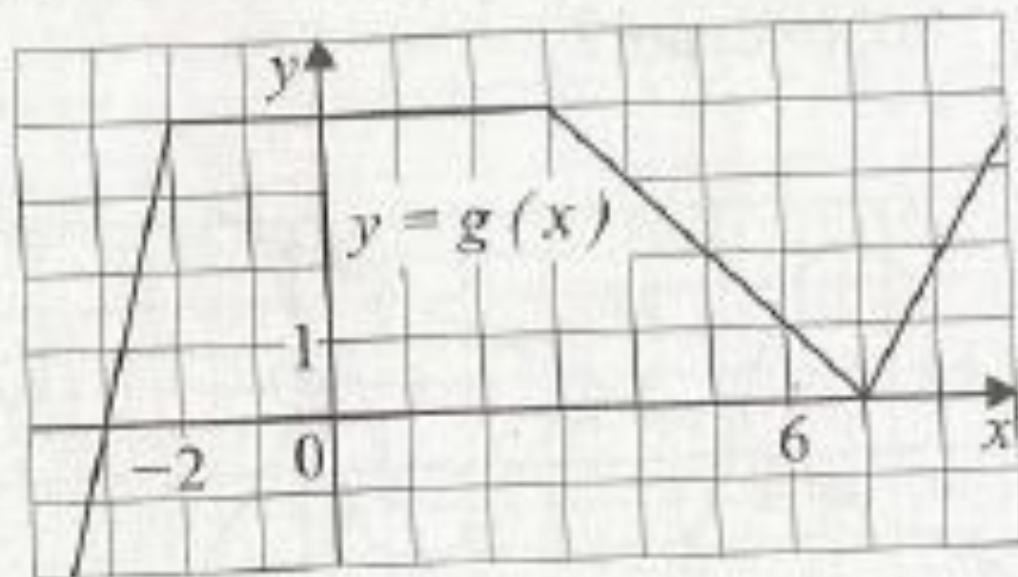


Рис. 53

Ответ: 27,5

181. На рисунке 54 изображён график некоторой функции  $y = s(x)$ . Найдите площадь заштрихованной фигуры, если одна из первообразных функции  $s(x)$  имеет вид  $S(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 + 3x - 1$ .

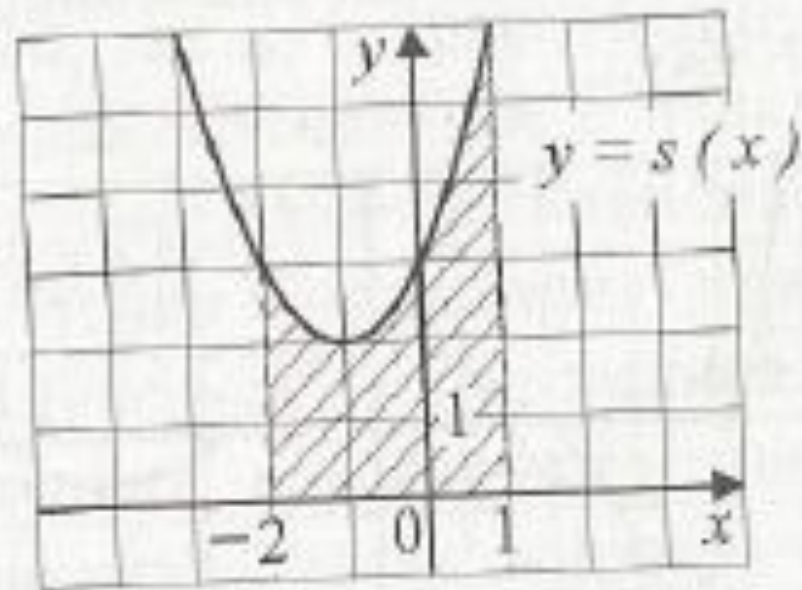


Рис. 54

Ответ: 9