Понятие логарифма

$2^x = 4$

$x = 2$

$2^x = 8$

$x = 3$

$2^x = 6$

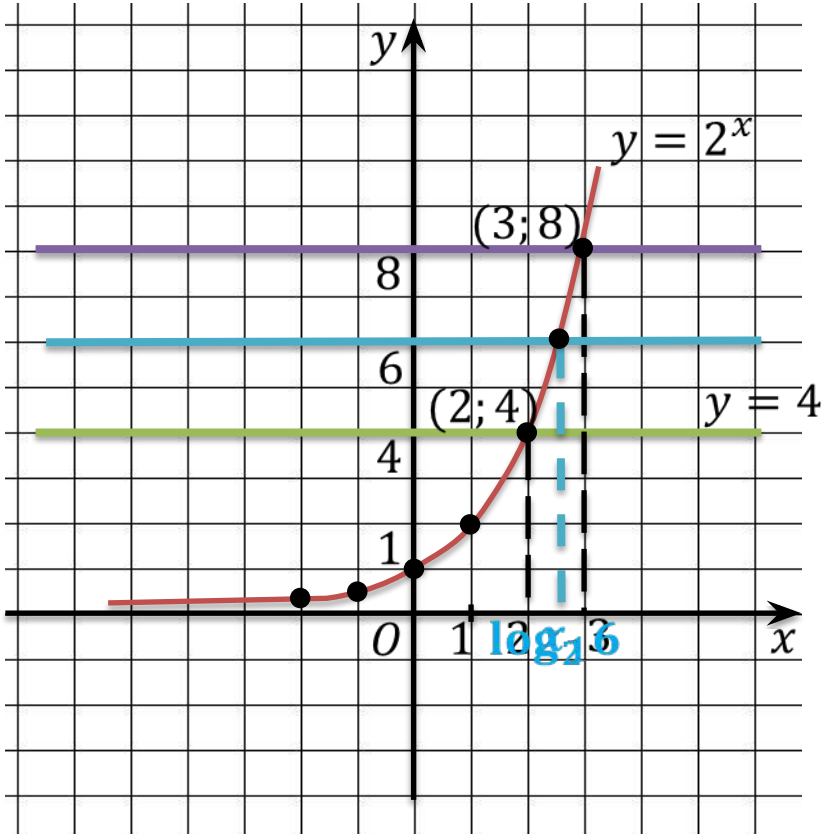
$\log_2$

$x = \log_2 6$

$2^x = b, b > 0$

$x = \log_2 b$

$$a^x = b, b > 0, a > 0, a \neq 1$$
$$x = \log_a b$$



- **Логарифмом $b > 0$ по основанию $a > 0, a \neq 1$** называют показатель степени, в которую нужно возвести число a, чтобы получить число b.

$\log_2 8 = 3$, так как $2^3 =$

$\log_3 \frac{1}{27} = -3$, так как $3^{-3} =$

$\log_{\left(\frac{1}{5}\right)} 25 = -2$, так как $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = 25$

- **Логарифмом $b > 0$ по основанию $a > 0$, $a \neq 1$** называют показатель степени, в которую нужно возвести число a, чтобы получить число b.

$$\boxed{\log_a a = 1} \qquad \boxed{\log_a 1 = 0} \qquad \boxed{\log_a a^c = c}$$

$$\log_2 2 = 1 \qquad \log_5 1 = 0 \qquad \log_5 5^{-\frac{2}{3}} = -\frac{2}{3}$$

$2^x = 6$

$x = \log_2 6$ – иррациональное число

$\log_2 6 = \frac{m}{n} \Leftrightarrow \qquad =$

- **Логарифмом $b > 0$ по основанию $a > 0$, $a \neq 1$** называют показатель степени, в которую нужно возвести число a, чтобы получить число b.

$$a^{\log_a b} = b$$

основное логарифмическое тождество

$2^{\log_2 16} = 16$ $\quad$ $2^{\log_2 8} = 8$ $\quad$ $2^{\log_2 7} = 7$

$\log_2 16 = 4$ $\quad$ $\log_2 8 = 3$

$2^4 = 16$ $\quad$ $2^3 = 8$

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$$

Возведение в степень	Логарифмирование
$6^2 = 36$	$\log_6 36 = 2$
$5^5 = 3125$	$\log_5 3125 = 5$
$4^7 = 16384$	$\log_4 16384 = 7$
$3^8 = 6561$	$\log_3 6561 = 8$

Пример:

Вычислить: $\log_{\frac{1}{3}} 81.$

Решение:

$$\log_{\frac{1}{3}} 81 = x$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = 81$$

$$81 = 3^4 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$$

$$x = -4 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{3}} 81 = -4$$

Ответ: -4

Пример:

Вычислить: $\log_{10}\frac{1}{\sqrt[3]{10}}$.

$\log_{10} a = \lg a$

$\log_a a^c = c$

$\log_e a = \ln a$

Решение:

$$\lg\frac{1}{\sqrt[3]{10}}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{10}} = \frac{1}{10^{\frac{1}{3}}} = 10^{-\frac{1}{3}}$$

$$\lg\frac{1}{\sqrt[3]{10}} = \lg 10^{-\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3}$$

Ответ: $-\frac{1}{3}$.

Пример:

$$a^{\log_a b} = b$$

Вычислить: $5^{2\log_5 3}$.

Решение:

$$5^{2\log_5 3} = (5^2)^{\log_5 3} = \left(5^{\log_5 3}\right)^2 = 3^2 = 9$$

Ответ: 9.