

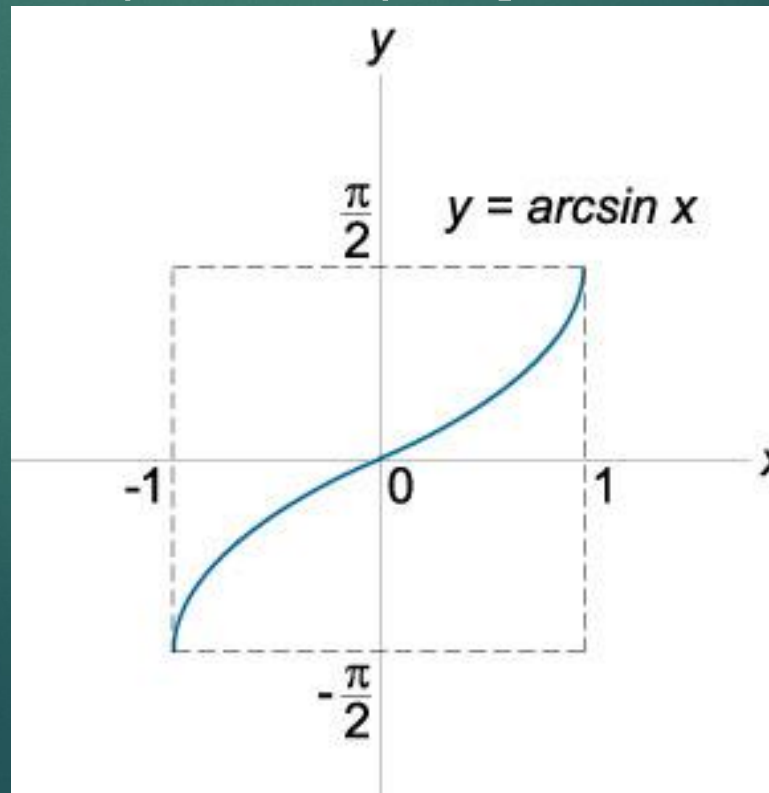


Обратные тригонометрические функции

Арксинусом числа a (обозначается $\arcsin a$)

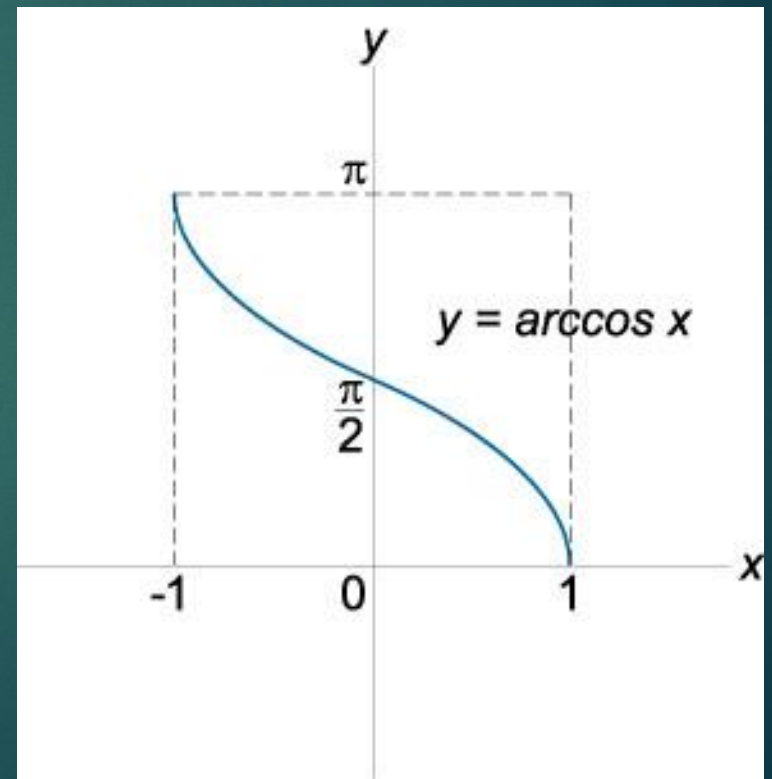
называется значение угла x в интервале $[-\pi/2, \pi/2]$,
при котором $\sin x = a$.

Обратная функция $y = \arcsin x$ определена при $x \in [-1, 1]$,
область ее значений равна $y \in [-\pi/2, \pi/2]$.



Арккосинусом числа a (обозначается $\arccos a$) называется значение угла x в интервале $[0, \pi]$, при котором $\cos x = a$.

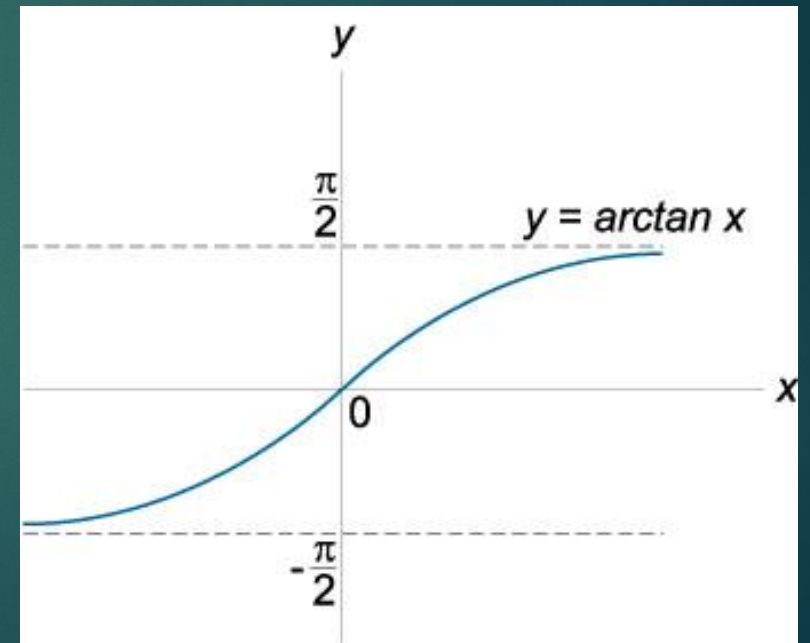
Обратная функция $y = \arccos x$ определена при $x \in [-1, 1]$, область ее значений принадлежит отрезку $y \in [0, \pi]$.



Арктангенсом числа a (обозначается $\arctg a$)

называется значение угла x в открытом интервале $(-\pi/2, \pi/2)$,
при котором $\operatorname{tg} x = a$.

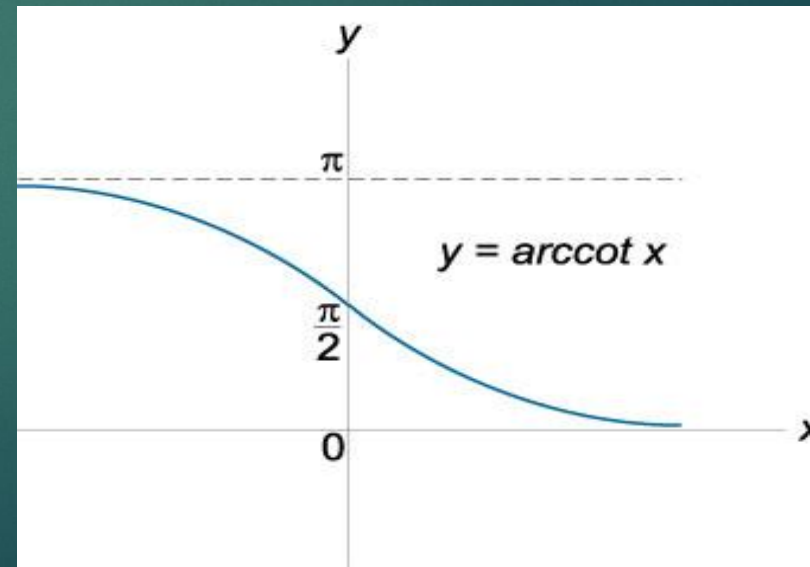
Обратная функция $y = \arctg x$ определена при всех $x \in \mathbb{R}$,
область значений арктангенса равна $y \in (-\pi/2, \pi/2)$.



Арккотангенсом числа a (обозначается $\operatorname{arccotg} a$)

называется значение угла x в открытом интервале $[0, \pi)$,
при котором $\operatorname{ctg} x = a$.

Обратная функция $y = \operatorname{arccotg} x$ определена при всех $x \in \mathbb{R}$,
область ее значений находится в интервале $y \in [0, \pi)$.



Что означает выражение $\arcsin 0,4$?

Это угол, синус которого равен 0,4 !

и еще

$$\arcsin(\sin a) = a$$

$$\arccos(\cos a) = a$$

$$\arctg(\operatorname{tg} a) = a$$

$$\operatorname{arcctg}(\operatorname{ctg} a) = a$$

Для нахождения значений обратных тригонометрических функций используем таблицу.

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
α°	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	-

Примеры нахождения значений обратных тригонометрических функций

$$\arcsin 0,5 = 30^\circ \text{ или } \arcsin 1/2 = \pi/6$$

$$\operatorname{arctg} 1 = \pi/4$$

$$\arccos 1/2 = \pi/3$$

$$\operatorname{arcctg} \sqrt{3} = \pi/6$$

$$\operatorname{arctg} \sqrt{3} = \pi/3$$

$$\operatorname{Arccos} (\sqrt{3}/2) = \pi/6$$

Найдите значения:

1. $\sin(\arcsin 0,5) =$

2. $\sin(\arcsin 0,4) =$

3. $\cos(\arcsin 0,6) =$

4. $\operatorname{tg}(\arcsin 12/13) =$

5. $\arcsin(\sin \pi/6) =$

6. $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \pi/5) =$

7. $\arccos(\cos 4\pi/3) =$

8. $\arccos(\cos 9\pi/8) =$

Свойства обратных тригонометрических функций

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a, \quad |a| \leq 1$$

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a, \quad |a| \leq 1$$

$$\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a, \quad a \in \mathbb{R}$$

$$\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a, \quad a \in \mathbb{R}$$

$$\arcsin a + \arccos a = \frac{\pi}{2}, \quad |a| \leq 1$$

$$\operatorname{arctg} a + \operatorname{arcctg} a = \frac{\pi}{2}, \quad a \in \mathbb{R}$$

Решить примеры:

- ▶ $\arccos(-1) + \operatorname{arcctg} 0 + 3 \arcsin 0,5$
- ▶ $\operatorname{arcctg}(-1) - 2 \arccos + \operatorname{arctg} 1$
- ▶ $2 \arcsin(-1) + 2 \operatorname{arcctg} 1 - \arcsin 0$
- ▶ $5 \arcsin 0 + 2 \operatorname{arctg} 1 + \arccos 0,5$
- ▶ $0,5 \arccos(-1) - \operatorname{arctg} 0 - \operatorname{arcctg} 1$

Решение тригономических уравнений

