ТЕМА УРОКА:

МЕХАНИЧЕСКИЙ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ.

ВЕЛИКИЕ УЧЁНЫЕ

Ньютон Исаак

(1643 – 1727) –

английский физик и математик

Лейбниц Готфрид Фридрих

(1646 – 1716) – великий немецкий учёный. Философ, математик, физик, юрист, языковед.

Механический (физический) смысл производной

- Пусть материальная точка движется прямолинейно по закону S=f(t).
- Скорость прямолинейного движения материальной точки в любой момент времени t есть производная от пути S по времени t:

$$\upsilon(t) = s'(t)$$

- Ускорение прямолинейного движения материальной точки в любой момент времени t есть производная от скорости υ по времени t:

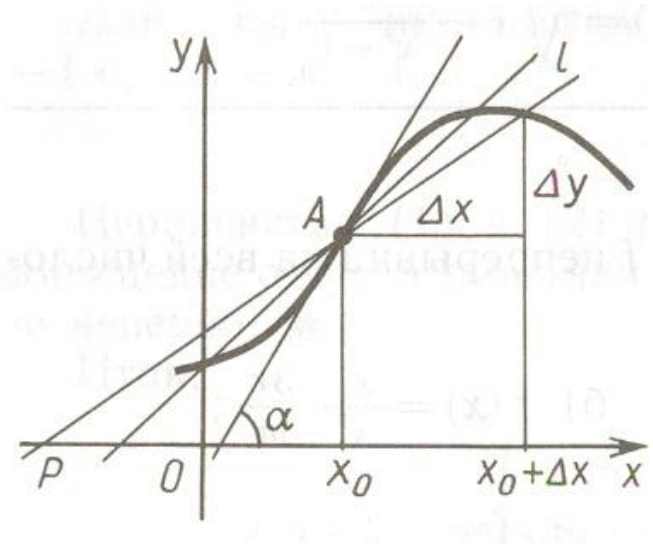
$$a(t) = \upsilon'(t) = S''(t)$$

ВАЖНО !!! **Физический смысл производной** заключается в том, что производная выражает скорость протекания процесса, описываемого зависимостью y = f(x).

Это может означать, например, следующее:
Если нас интересует движение автомобиля, то, принимая в качестве функции зависимость пройденного расстояния от времени, с помощью производной мы получим зависимость скорости от времени.
Если же мы рассматриваем в качестве функции мгновенную скорость автомобиля, то производная задает изменение его ускорения.
Если мы рассматриваем функцию, задающую зависимость объема произведенной продукции от времени, то производная позволит узнать, как изменялась со временем производительность труда на этом предприятии.
Если мы рассматриваем электромагнитные волны, то нам могут потребоваться функции, характеризующие изменение со временем электрического и магнитного полей, а также их производные - скорости изменения этих полей, ведь величина магнитного поля пропорциональна скорости изменения электрического поля.
И т.п.
Решая конкретные текстовые задачи на скорость процесса с применением производной, следует не забывать о размерностях величин. Если переменная y, заданная функцией $f(x)$ измеряется в некоторых единицах [y], а её аргумент в единицах [x], то производная (скорость) измеряется в единицах [y/x].

Геометрический смысл производной.

- Угловой коэффициент касательной к графику функции равен производной этой функции, вычисленной в точке касания.



$$f'(x) = k = tg\alpha$$

ВАЖНО !!!

А что такое касательная к графику функции? Часто на этот вопрос школьники и даже студенты пытаются ответить: "Прямая, имеющая одну общую точку с графиком функции." Это не так. Одну общую точку касательная и график функции, как правило, имеют только в локальной окрестности этой точки, за пределами такой окрестности могут быть разные варианты "взаимодействия" прямой и графика. И даже из этого правила существуют исключения. Например, задумайтесь о том, что такое касательные к графику линейной функции? Сколько общих точек с графиком функции $y = \sin x$ имеет прямая $y = 1$?

Касательная - это предельное положение секущей.

РЕШАЕМ ЗАДАЧИ!

Поезд выходит со станции и через t часов находится на расстоянии
$S=t^3+2t^2+3t$ км от станции отправления.
Найти:
а) выражение для скорости через t часов после начала движения;
б) скорость через 2 часа после начала движения?

РЕШАЕМ ЗАДАЧУ С ВЫБОРОМ ОТВЕТА

Определите угол, который образует касательная, проведённая
к графику функции $Y=4/x$, с осью Ox в точке с абсциссой
$x_o = -2$.

1) 45° ; 2) 30° ; 3) 60° ; 4) 135°

Задачи

Дорогие ученики, Вам предлагаются для решения пять небольших задач, три из них в № 1, две – в № 2.

Три задачи: №1 (а,б,в)

Точка движется по закону $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 5t.$

а) выведите формулу для вычисления скорости движения точки в любой момент времени t (t > 0);

б) найдите скорость в в момент t = 2с;

в) через сколько секунд после начала движения точка остановится?

И ещё две задачи: № 2.

Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^3 - 4t^2$.Перемещение измеряется в метрах.

Найдите:

- скорость в момент t = 5с;
- ускорение в момент t = 5с.

Решение задач

Самооценка: 5 заданий – «5», 4 задания – «4», 3 задания – «3», 2 задания – «2», одно – «1»

№1 (а, б, в)

а) $V(t) = -t^2 + 4t + 5$.

б) $V(2) = -2^2 + 4 \cdot 2 + 5 = -4 + 8 + 5 =$ **9(м/с).**

в) $V(t) = 0$, $-t^2 + 4t + 5 = 0$, $t_1 = -1$, $t_2 = 5$,

$-1 < 0$, *не удовлетворяет условию задачи.*

Точка остановится ***через 5 секунд*** *после начала движения.*

- ----------

№2

Решение.

$V(t) = x'(t) = 3t^2 - 8t$; $V(5) = 3 \cdot 5^2 - 8 \cdot 5 =$ **35 (м/с).**

$a(t) = x''(t) = 6t - 8$; $a(5) = 6 \cdot 5 - 8 =$ **22 (м/с ^{2}).**

Задание

- 15.1(б), 15.2