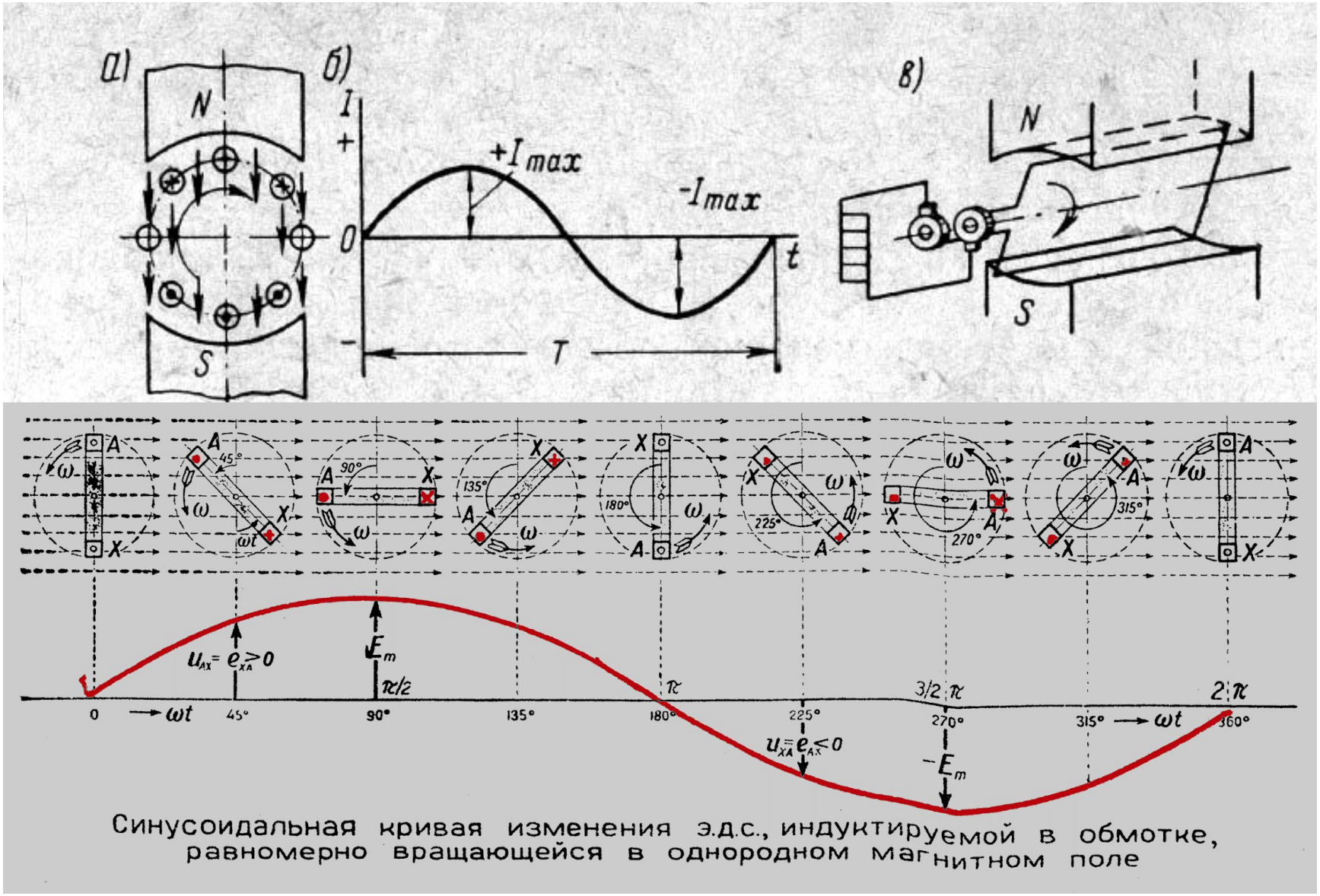
Электрические цепи переменного тока

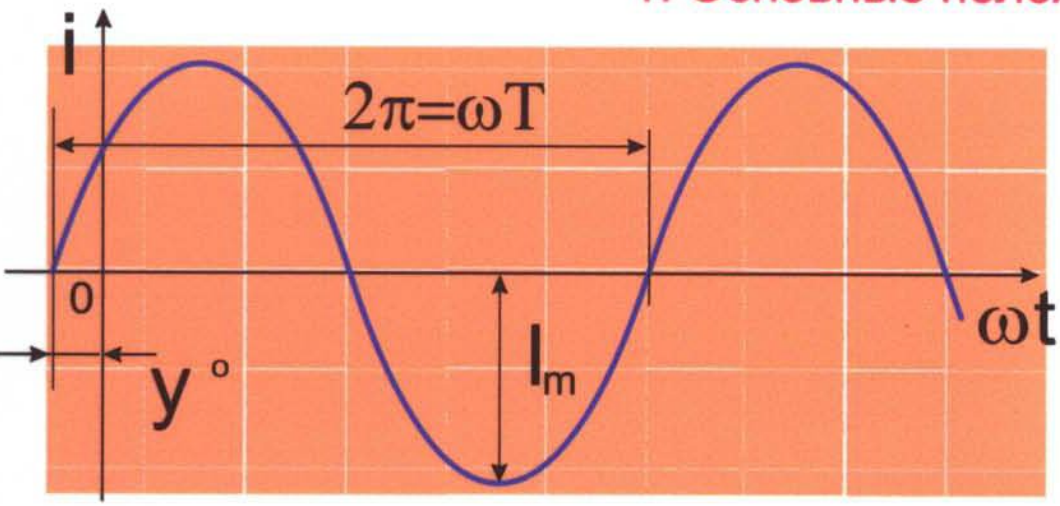
Получение переменного тока



Синусоидальная кривая изменения э.д.с., индуктируемой в обмотке, равномерно вращающейся в однородном магнитном поле

Синусоидальный ток

1. Основные положения

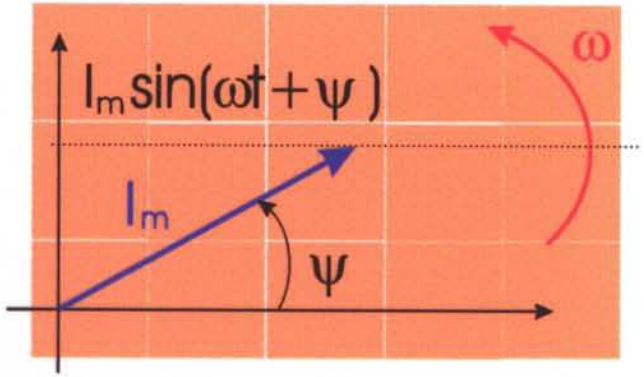


$$U = I_m \sin(\omega t + \psi)$$

I_m - амплитудное значение тока
T,c - период синусоиды
1/T = f, Гц - циклическая частота
$\omega = 2\pi f$, 1/c - круговая частота
ψ, Град(рад) - начальная фаза

Действующее значение тока - это величина постоянного тока, эквивалентного данному переменному по механическому и тепловому воздействию.

2. Представление синусоиды вращающимся вектором

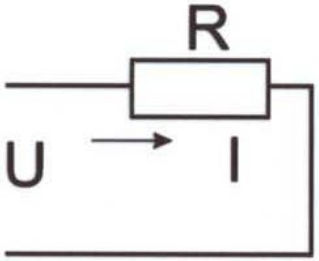


Проекция вращающегося вектора на неподвижную ось изменяется во времени по синусоидальному закону. Каждой синусоиде можно поставить в соответствие вращающийся вектор. Обычно векторные диаграммы строятся для действующих значений.

Положительное направление вращения векторов принято против часовой стрелки !

Однофазные цепи синусоидального тока

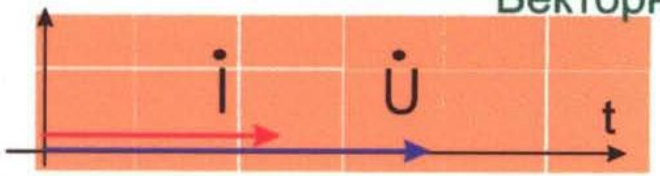
6. Активное сопротивление в цепи синусоидального тока



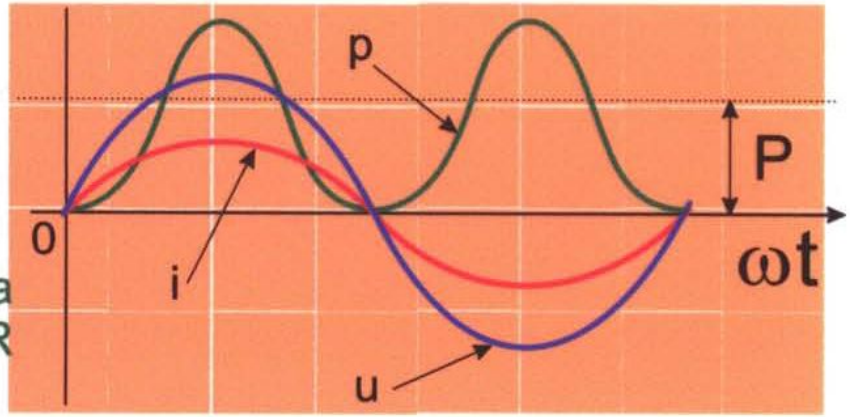
Закон Ома

$$u = U_m \sin \omega t \qquad i = I_m \sin \omega t$$

$$\frac{u}{i} = \frac{U}{I} = R$$



Векторная диаграмма участка с R



Волновая диаграмма участка с R

На участке с активным сопротивлением ток и напряжение совпадают по фазе !

7. Мощность участка с активным сопротивлением

$P = U I$ - Формула расчета мощности

Мгновенное значение мощности:

$$p = ui = U_m I_m \sin^2 \omega t = UI\,(1 - \cos 2\omega t)$$

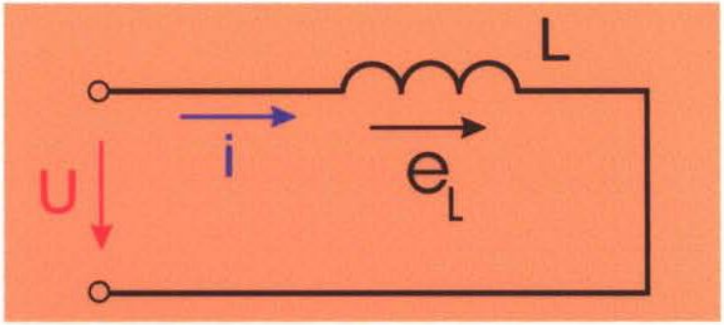
Среднее значение мощности:

$$P = \frac{1}{2p} \int_0^{2p} p \, d\omega t = \frac{UI}{2p} \int_0^{2p} (1 - \cos 2\omega t) \, d\omega t = UI$$

В электрических схемах активным сопротивлением моделируют необратимое преобразование в электротехнических устройствах электрической энергии источника в механическую, тепловую, энергию излучения и химических реакций.

Однофазные цепи синусоидального тока

8. Индуктивность в цепи синусоидального тока



Индуктивное реактивное сопротивление

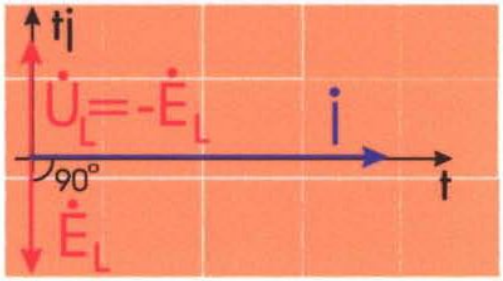
$$X_L = \omega L = 2\pi f \cdot L$$

Закон Ома

$$U_L = I_L \cdot X_L$$

$$i = I_m \sin(\omega t); \quad u = U_m \sin(\omega t + 90°)$$

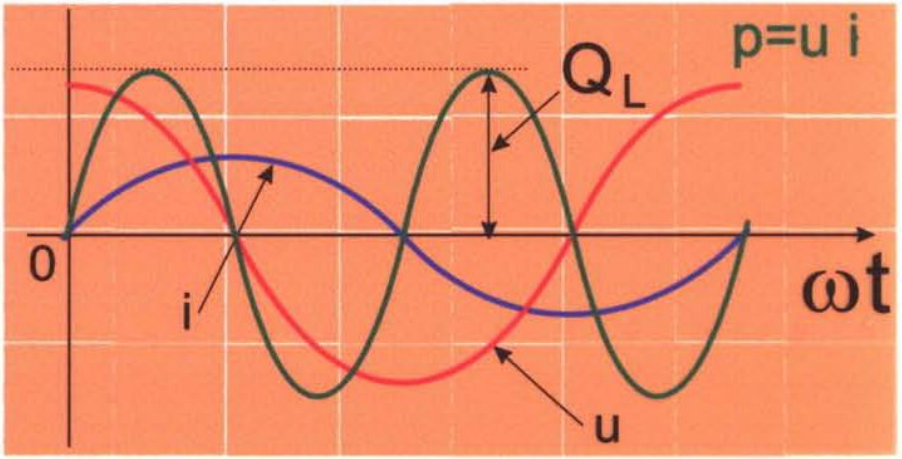
Векторная диаграмма



ЭДС самоиндукции

$$e_L = -L\frac{di}{dt}$$

Волновые диаграммы



На участке с индуктивностью ток отстает по фазе от напряжения на 90.°

Индуктивная реактивная мощность

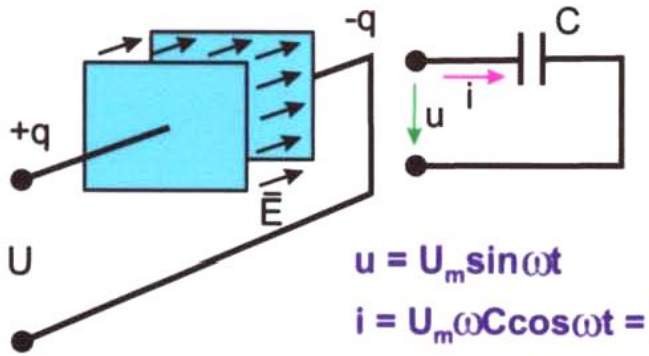
$$Q_L = U_L \cdot I_L$$

Q_L характеризует периодический обмен энергией между источником и магнитным полем катушки.

$$P = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} p \, d\omega t = 0$$

Однофазные цепи синусоидального тока

Емкость в цепи синусоидального тока



Ток конденсатора - ток периодического перезаряда его обкладок

$$i_c = \frac{dq}{dt} = C\frac{dU_c}{dt}$$

$u = U_m \sin\omega t$

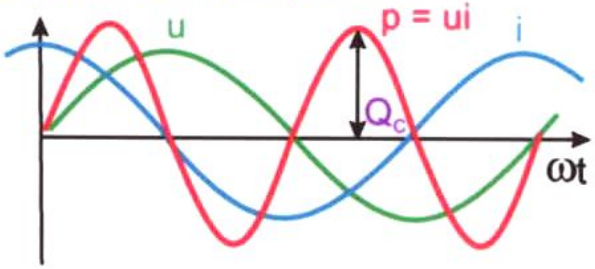
$i = U_m \omega C \cos\omega t = I_m \sin(\omega t + 90^o)$

$U_c = I_c X_c$ — напряжение на конденсаторе

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$ — емкостное реактивное сопротивление

На участке с емкостью ток опережает напряжение по фазе на 90^o

Волновые диаграммы



$U_c I_c = Q_c$ — емкостная реактивная мощность

Q_c характеризует периодический обмен энергией между электрическим полем конденсатора и источником

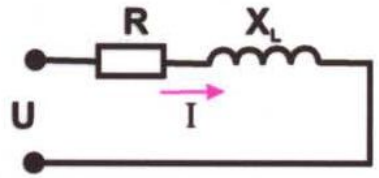
Векторная диаграмма

$$P = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} p\,d\omega t = 0$$

Однофазные цепи синусоидального тока

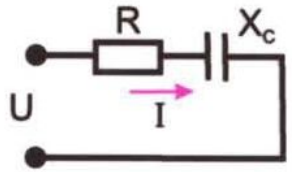
Расчет простых цепей при последовательном соединении элементов

Схема и уравнения



$i = I_m \sin \omega t$

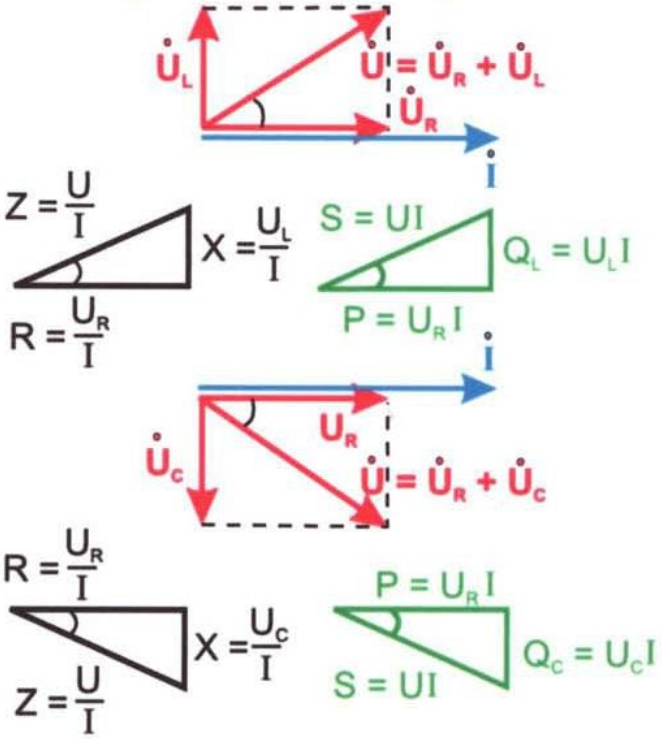
$u = I_m Z \sin(\omega t + \phi)$



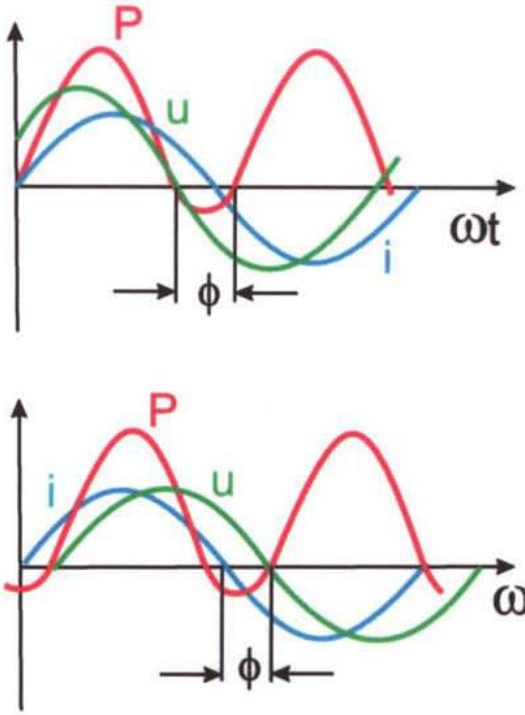
$i = I_m \sin \omega t$

$u = I_m Z \sin(\omega t - \phi)$

Треугольники напряжений, сопротивлений, мощностей



Волновые диаграммы



$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ Ом, полное сопротивление цепи

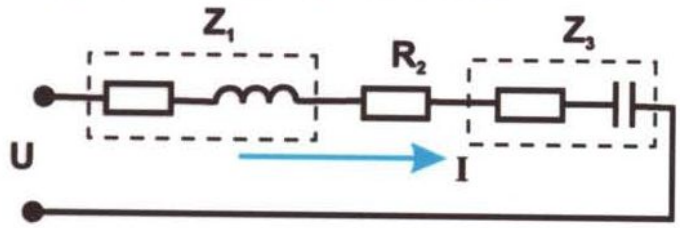
$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ В·А, полная мощность цепи

Треугольники сопротивлений и мощностей подобны треугольнику напряжений цепи

$S = UI$ $P = UI\cos\phi$ $Q = UI\sin\phi$

Однофазные цепи синусоидального тока

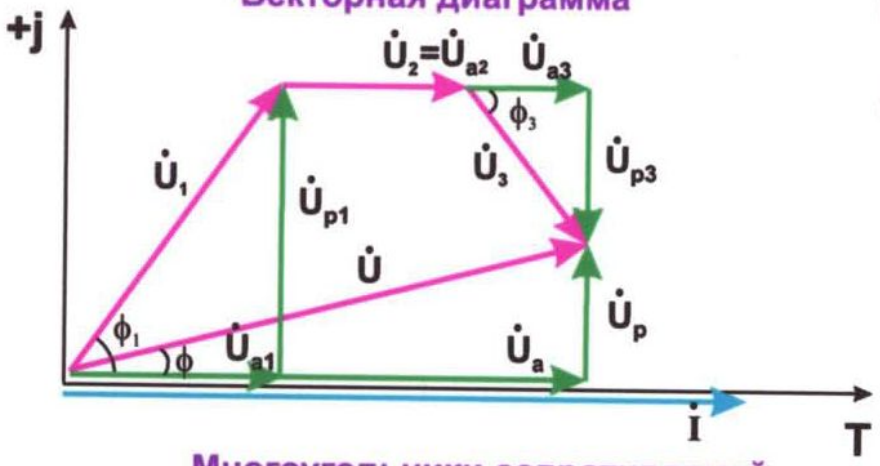
Расчет общего случая последовательного соединения элементов



$$U = \sqrt{(\sum U_a)^2 + (\sum U_{pL} - \sum U_{pC})^2} = IZ$$

$$Z = \sqrt{(R_1 + R_2 + R_3)^2 + (X_{L1} - X_{L2})^2} = \sqrt{R^2 + X^2}$$

Векторная диаграмма



U_a - падения напряжения на активных сопротивлениях (активные составляющие)

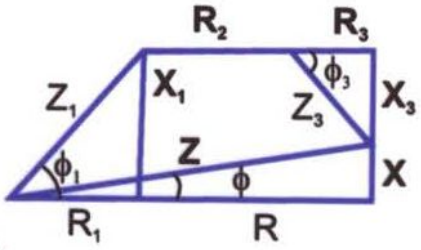
U_p - падения напряжения на реактивных сопротивлениях (реактивные составляющие)

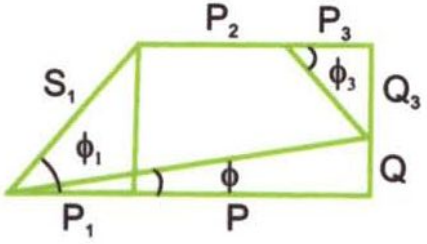
$$tg\phi = (\sum U_L - \sum U_C)/(\sum U_a) = X/R = Q/P$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = UI\cos\phi$$

$$Q = Q_{1L} - Q_{3C} = UI\sin\phi$$

Многоугольники сопротивлений и мощностей





Закон Ома в комплексной форме

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_3 = \dot{I}\dot{Z}$$

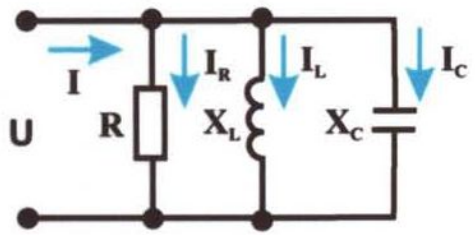
$$\dot{Z} = R_1 + R_2 + R_3 + j(X_{1L} - X_{3C}) = Ze^{j\phi}$$

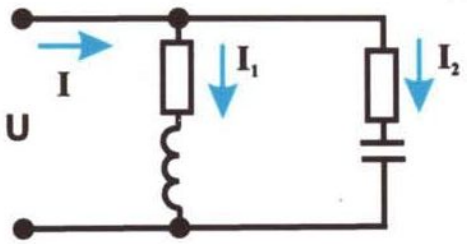
$\dot{Z}$ - комплексное сопротивление

Однофазные цепи синусоидального тока

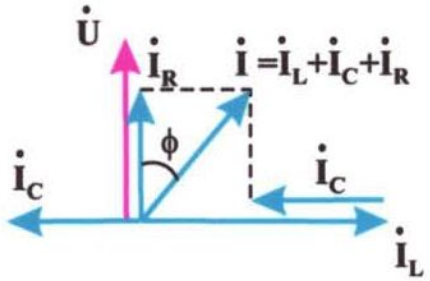
Расчет цепей при параллельном соединении ветвей

Ветви с идеальными элементами

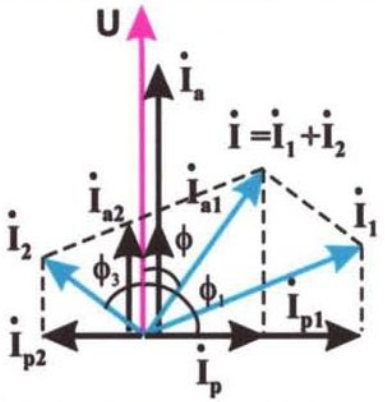




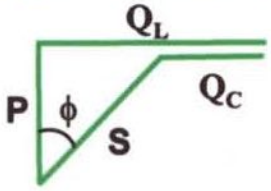
Векторная диаграмма



Векторная диаграмма



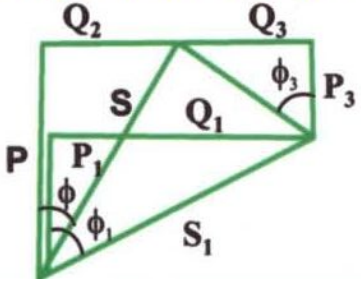
Многоугольник мощностей



$$S = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}$$

$$tg\phi = (I_L - I_C)/I_R = (Q_L - Q_C)/P$$

Многоугольник мощностей



$$I_a = I\cos\phi - P/U$$

активная составляющая тока, характеризует активную мощность ветви

$$I_p = I\sin\phi = Q/U$$

реактивная составляющая тока, характеризует реактивную мощность в ветви

$$I = \sqrt{(\sum I_a)^2 + (\sum I_{pL} - \sum I_{pC})^2}$$

многоугольник мощностей цепи подобен многоугольнику ее токов

$$P = P_1 + P_2 = UI\cos\phi$$

$$Q = Q_{1L} - Q_{2C} = UI\sin\phi$$

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$$