Перпендикулярность плоскостей

10 класс

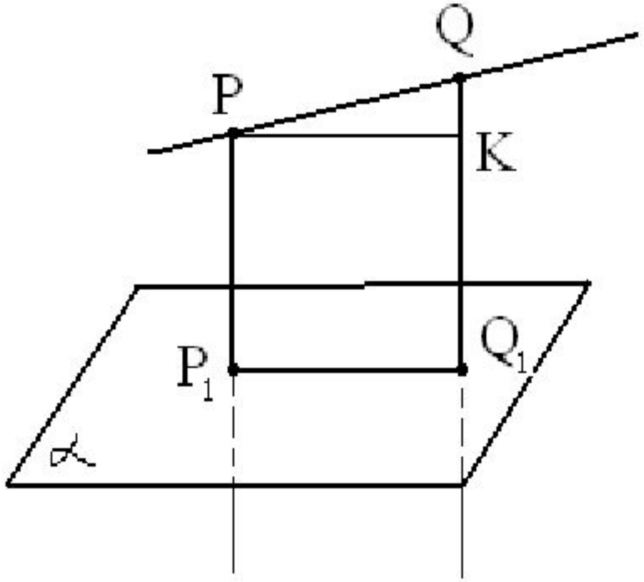

Рис.7

Через точки P и Q прямой PQ проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α и пересекающие её соответственно в точках P_1 и Q_1. Найдите P_1Q_1, если PQ = 15 см; PP_1 = 21,5 см; QQ_1 = 33,5 см.

<u>Решение</u>:

1) $PP_1 \perp \alpha$ и $QQ_1 \perp \alpha$ по условию $\Rightarrow$ $PP_1 \parallel QQ_1$ (обосновать);
2) PP_1 и QQ_1 определяют некоторую плоскость β, $\alpha \cap \beta = P_1Q_1$;
3) PP_1Q_1Q - трапеция с основаниями PP_1 и QQ_1, проведём $PK \parallel P_1Q_1$;
4) QK = 33,5 - 21,5 = 12 (см)

$P_1Q_1 = PK = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81}$ = 9 см.

Ответ: P_1Q_1 = 9 см.

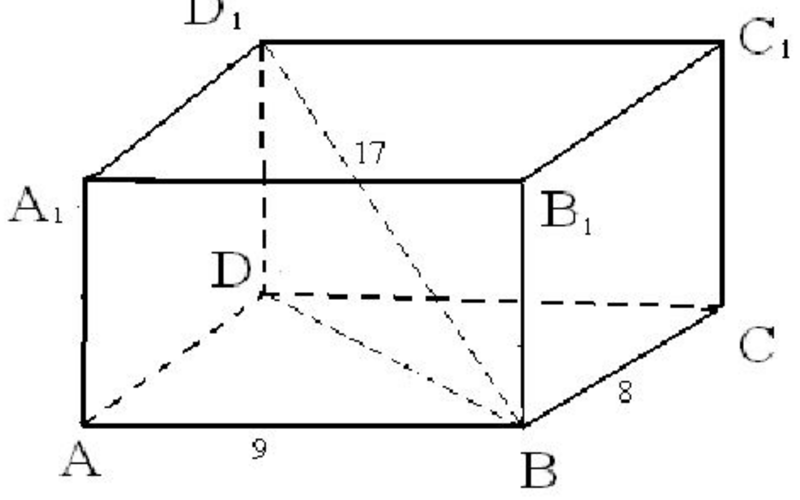

Рис.5

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $AB = 9$ см; $BC = 8$ см; $BD = 17$ см. Найдите площадь BDD_1B_1.

Решение:

1) ΔABD: $\angle BAD = 90°$; $AD = BC = 8$ см;

$BD = \sqrt{8^2 + 9^2} = \sqrt{145}$ см;

2) ΔDD_1B: $\angle D_1DB = 90°$;

$DD_1 = \sqrt{17^2 - (\sqrt{145})^2} = \sqrt{144} = 12$ см;

3) $S_{BB1D1D} = BD \cdot DD_1 = 12\sqrt{145}$ см^2.

Ответ: $12\sqrt{145}$ см^2.

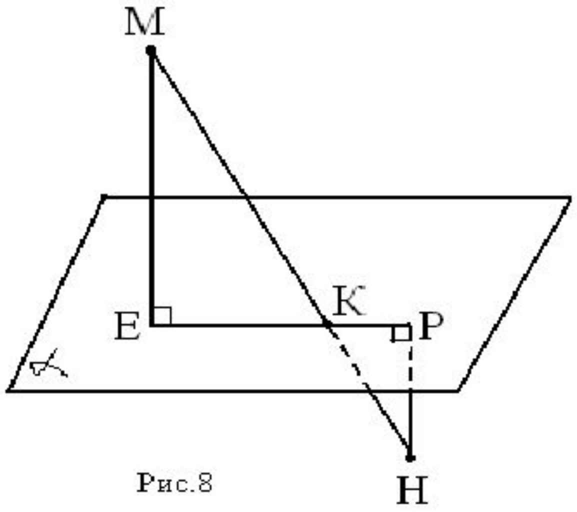

Рис.8

Отрезок MH пересекает плоскость α в точке K. Из концов отрезка проведены прямые ME и HP, перпендикулярные к плоскости α. $HP = 4$ см; $ME = 12$ см; $HK = 5$ см. Найдите отрезок PE.

Решение:

1) Т.к. прямые ME и HP перпендикулярны к плоскости α, то $ME \parallel HP$ (обосновать) и через них проходит некоторая плоскость β. $\alpha \cap \beta = EP$;

2) $ME \perp EP$; $HP \perp EP$ (обосновать), т.е. $\angle MEK = \angle HPK = 90°$;

3) ΔHPK: $KP = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ см;

4) $\angle EMK = \angle PHK$ (накрест лежащие для параллельных прямых ME и HP и секущей MH),

тогда ΔMEK ΔHPK по двум углам и $\frac{ME}{HP} = \frac{EK}{PK}$; т.е. $\frac{12}{4} = \frac{EK}{3} \Rightarrow EK = \frac{12 \cdot 3}{4} = 9$ см,

$PE = PK + KE$, $PE = 3 + 9 = 12$ см.

Ответ : $PE = 12$ см.

№1

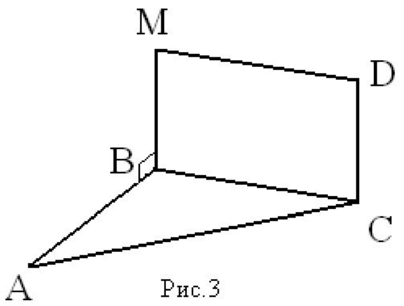

Рис.3

Дано: BMDC - прямоугольник, M ▯ (ABC), MB ▯ AB
доказать: CD ▯ (ABC)

№2

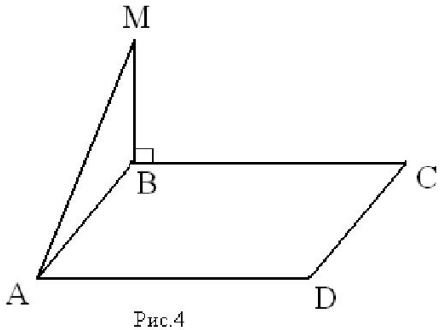

Рис.4

Дано: ABCD – прямоугольник, M ▯ (ABC), MB ▯ BC
Доказать: AD ▯ AM

№ **202** из учебника