Перпендикулярность плоскостей

10 класс

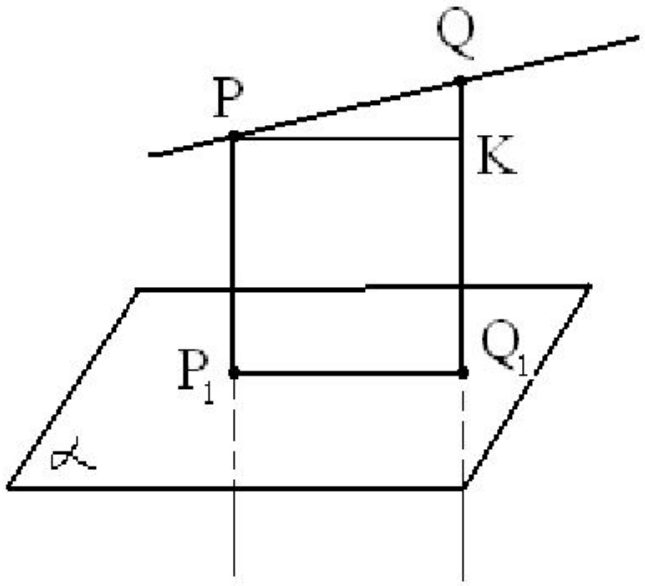

Рис.7

Через точки P и Q прямой PQ проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α и пересекающие её соответственно в точках P_1 и Q_1. Найдите P_1Q_1, если PQ = 15 см; PP_1 = 21,5 см; QQ_1 = 33,5 см.

Решение:

1) $PP_1 \perp \alpha$ и $QQ_1 \perp \alpha$ по условию ⇒ $PP_1 \parallel QQ_1$ (обосновать);
2) PP_1 и QQ_1 определяют некоторую плоскость β, $\alpha \cap \beta = P_1Q_1$;
3) PP_1Q_1Q - трапеция с основаниями PP_1 и QQ_1, проведём $PK \parallel P_1Q_1$;
4) QK = 33,5 - 21,5 = 12 (см)

$P_1Q_1 = PK = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81}$ = 9 см.

Ответ: P_1Q_1 = 9 см.

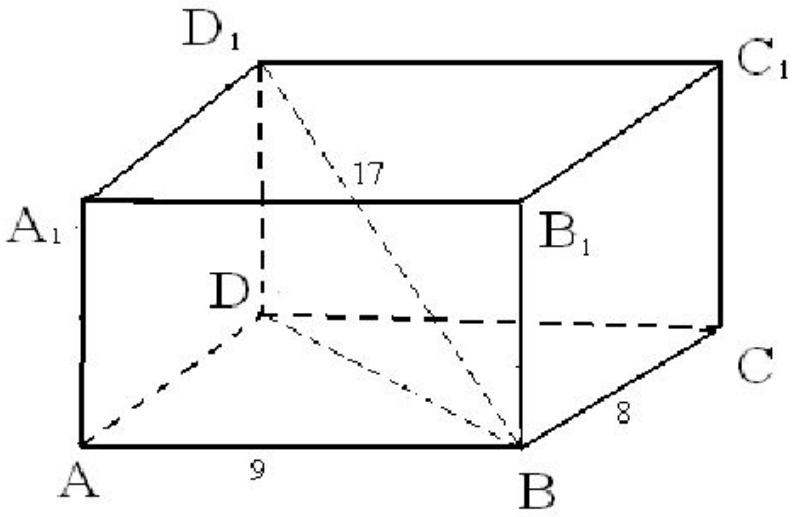

Рис.5

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ AB = 9 см; BC = 8 см; BD = 17 см. Найдите площадь BDD_1B_1.

Решение:

1) ΔABD: $\angle BAD = 90°$; $AD = BC = 8$ см;

$BD = \sqrt{8^2 + 9^2} = \sqrt{145}$ см;

2) ΔDD_1B: $\angle D_1DB = 90°$;

$DD_1 = \sqrt{17^2 - (\sqrt{145})^2} = \sqrt{144} = 12$ см;

3) $S_{BB1D1D} = BD \cdot DD_1 = 12\sqrt{145}$ см^2.

Ответ: $12\sqrt{145}$ см^2.

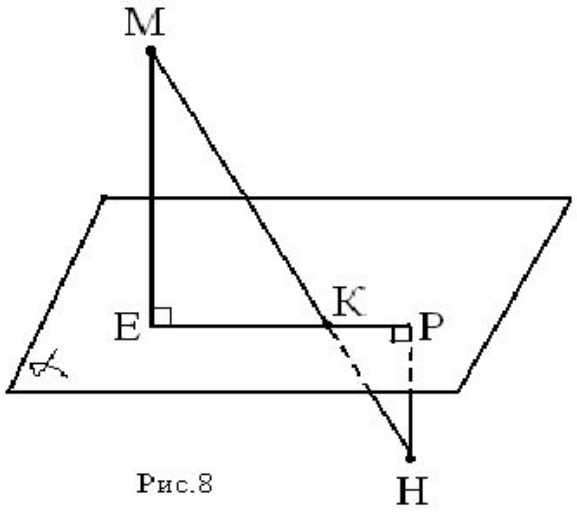

Рис.8

Отрезок *MH* пересекает плоскость α в точке *K*. Из концов отрезка проведены прямые *ME* и *HP*, перпендикулярные к плоскости α. *HP* = 4 см; *ME* = 12 см; *HK* = 5 см. Найдите отрезок *PE*.

Решение:

1) Т.к. прямые *ME* и *HP* перпендикулярны к плоскости α, то *ME* ∥ *HP* (обосновать) и через них проходит некоторая плоскость β. α ∩ β = *EP*;

2)ME ⊥ EP; HP ⊥ EP(обосновать), т.е. ∠*MEK* = ∠*HPK* = 90°;

3) Δ*HPK*: *KP* = $\sqrt{5^2 - 4^2}$ = 3 см;

4) ∠*EMK* = ∠*PHK* (накрест лежащие для параллельных прямых *ME* и *HP* и секущей *MH*),

тогда Δ*MEK* ∼ Δ*HPK* по двум углам и $\frac{ME}{HP} = \frac{EK}{PK}$; т.е. $\frac{12}{4} = \frac{EK}{3}$ ⇒ $EK = \frac{12 \cdot 3}{4}$ = 9 см,

PE = *PK* + *KE*, *PE* = 3 + 9 = 12 см.

Ответ : PE = 12 см.

№1

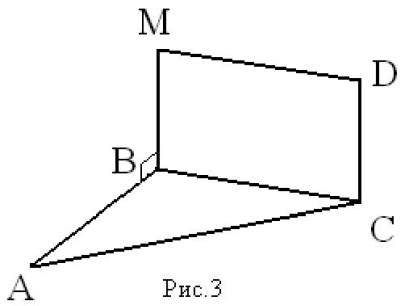

Рис.3

Дано: *BMDC - прямоугольник, M ⊥ (ABC), MB ⊥ AB*
доказать: *CD ⊥ (ABC)*

№2

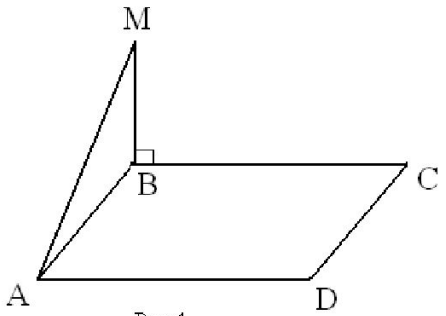

Рис.4

Дано: *ABCD – прямоугольник, M ⊥ (ABC), MB ⊥ BC*
Доказать: *AD ⊥ AM*

№ **202** из учебника