

# Теорема

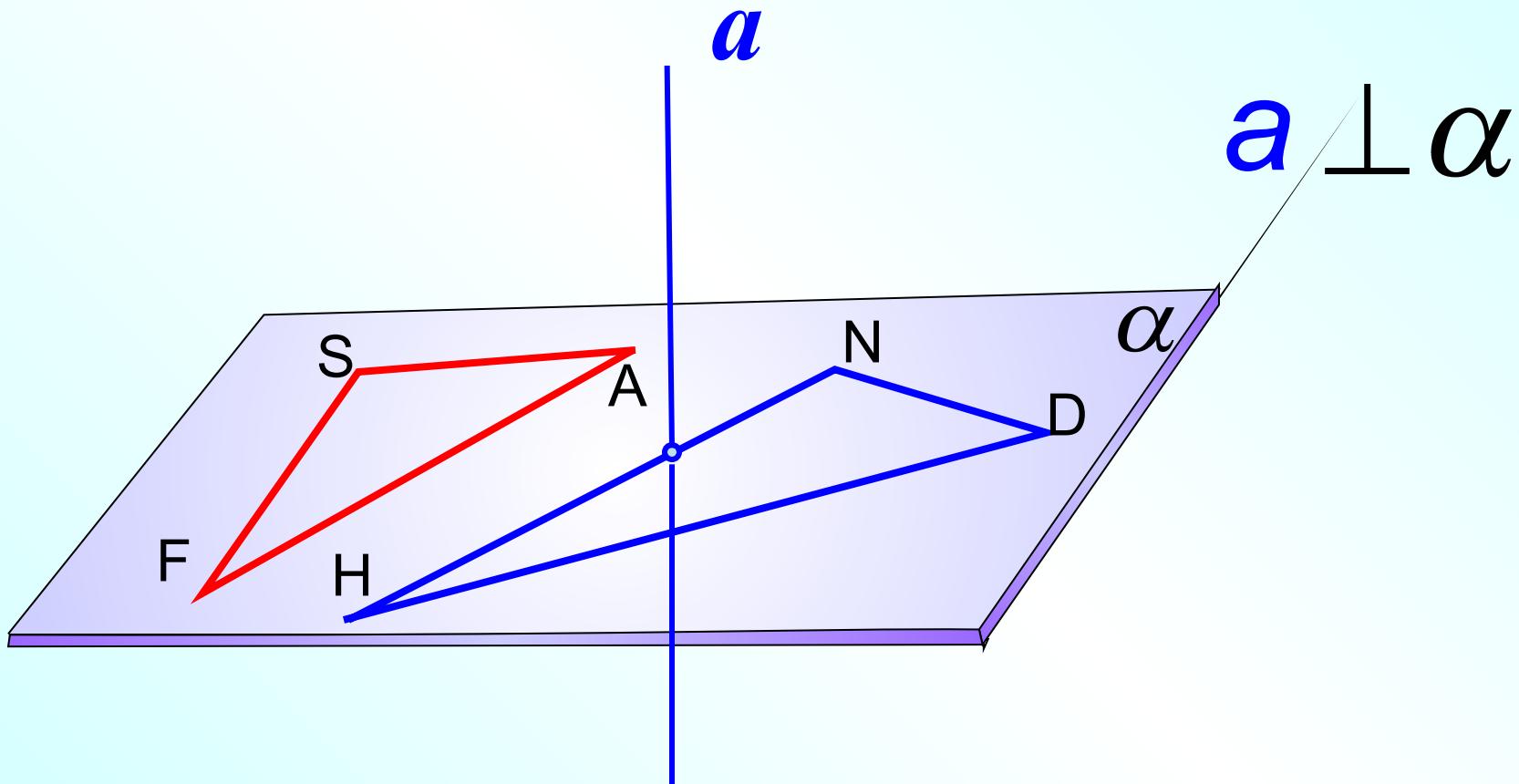
## Геометрия 10

# о трех перпендикулярах

Методическая разработка Савченко Е.М.  
МОУ гимназия №1, г. Полярные Зори, Мурманской обл.

## Повторение

**Определение.** Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.

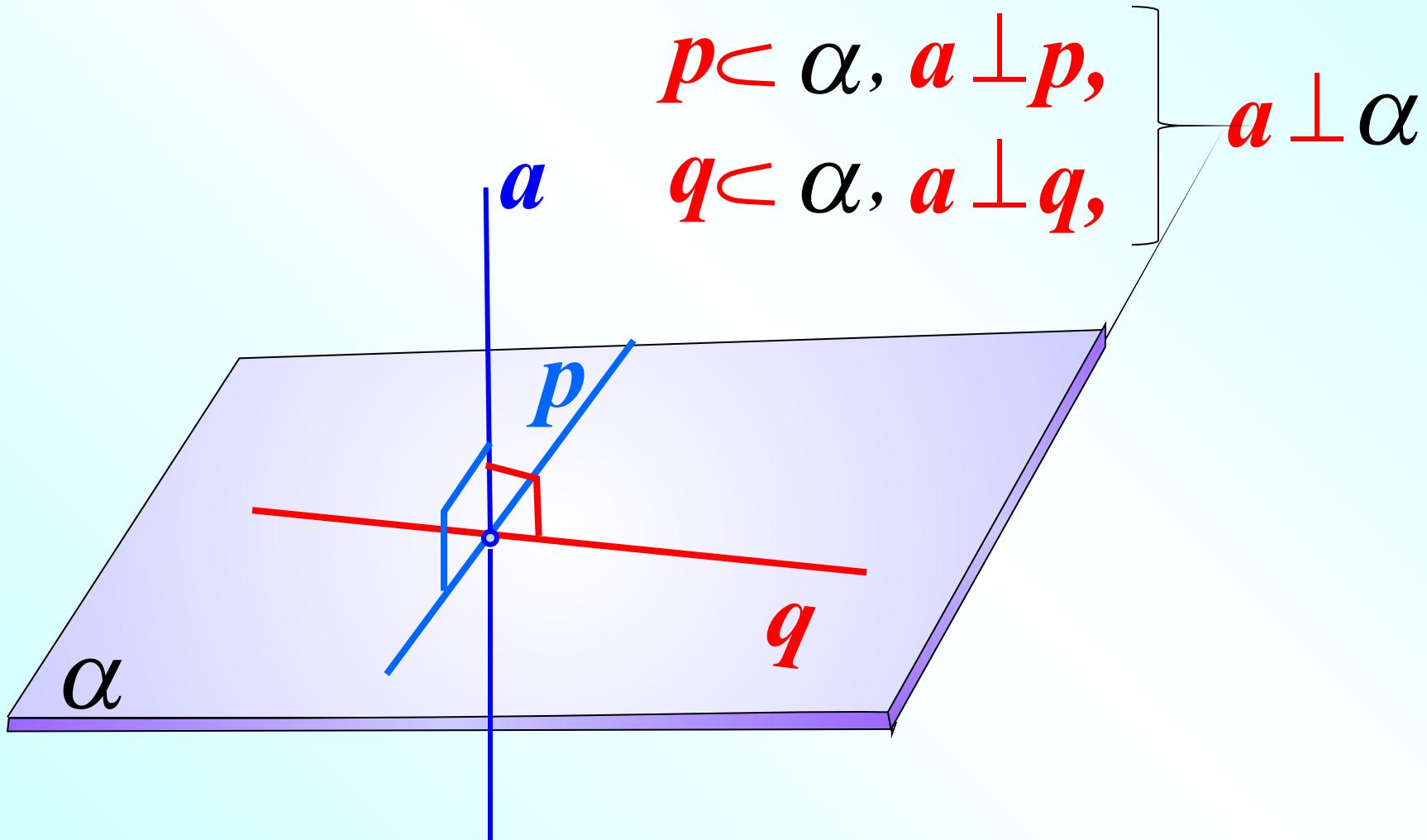


$$a \perp AS, \quad a \perp AF, \quad a \perp FS, \quad a \perp ND, \quad a \perp DH, \quad a \perp HN$$

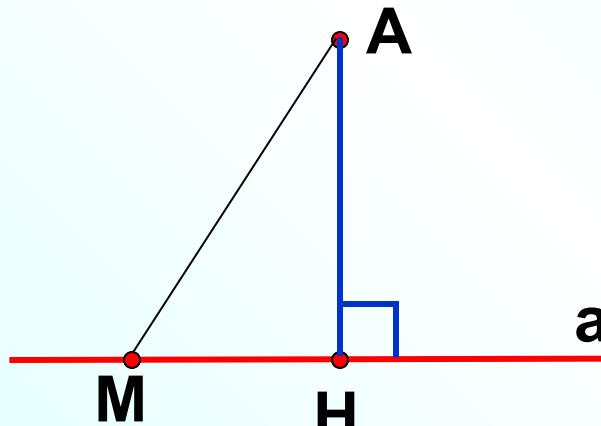
Повторение

**Признак перпендикулярности прямой и плоскости.**

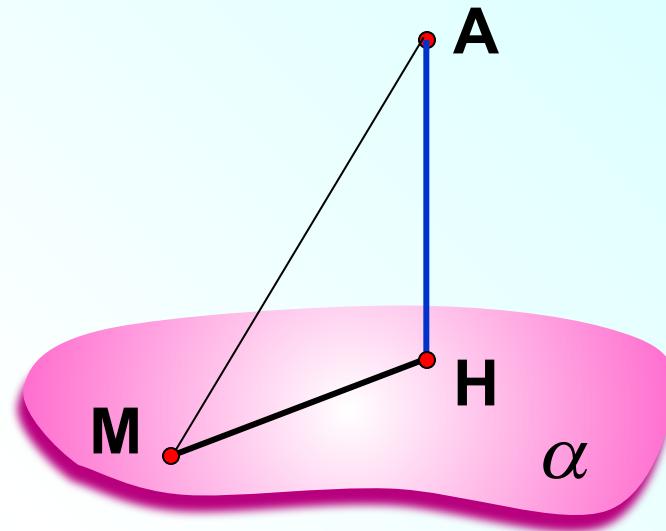
**Если прямая перпендикулярна к двум  
пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то  
она перпендикулярна к этой плоскости.**



## Планиметрия



## Стереометрия



Отрезок АН – перпендикуляр

Точка Н – основание перпендикуляра

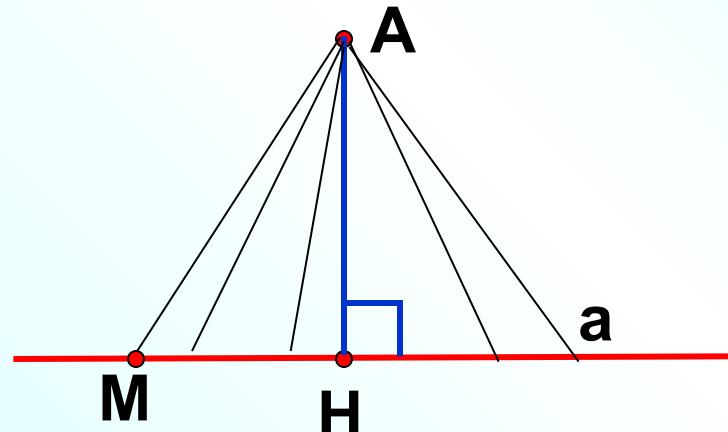
Отрезок АМ – наклонная

Точка М – основание наклонной

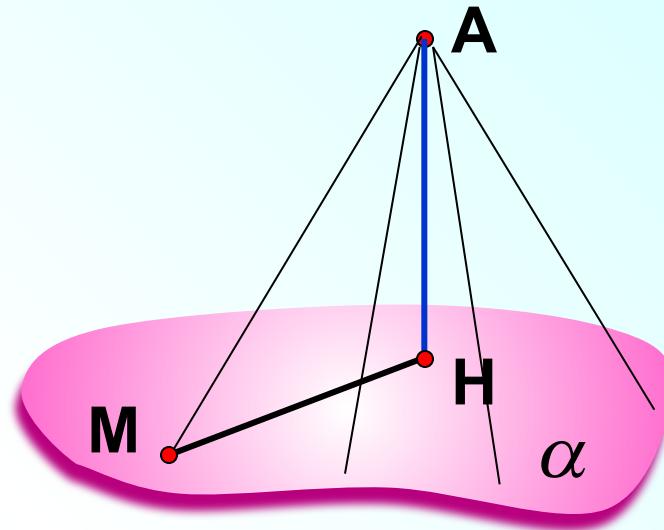
Отрезок МН – проекция  
наклонной на прямую а

Отрезок МН – проекция  
наклонной на плоскость  $\alpha$

## Планиметрия



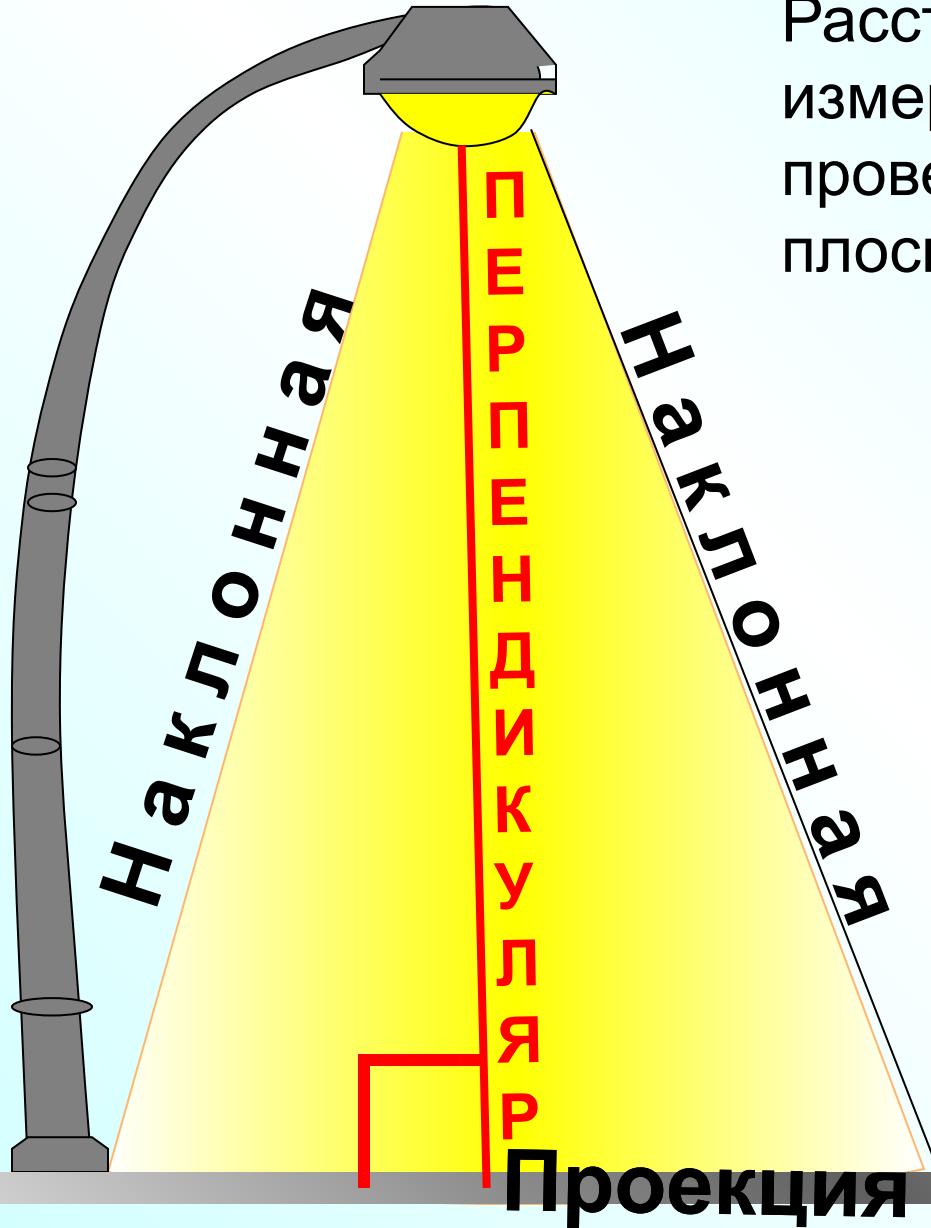
## Стереометрия



Из всех расстояний от точки А  
до различных точек плоскости  $\alpha$   
наименьшим является длина  
перпендикуляра.

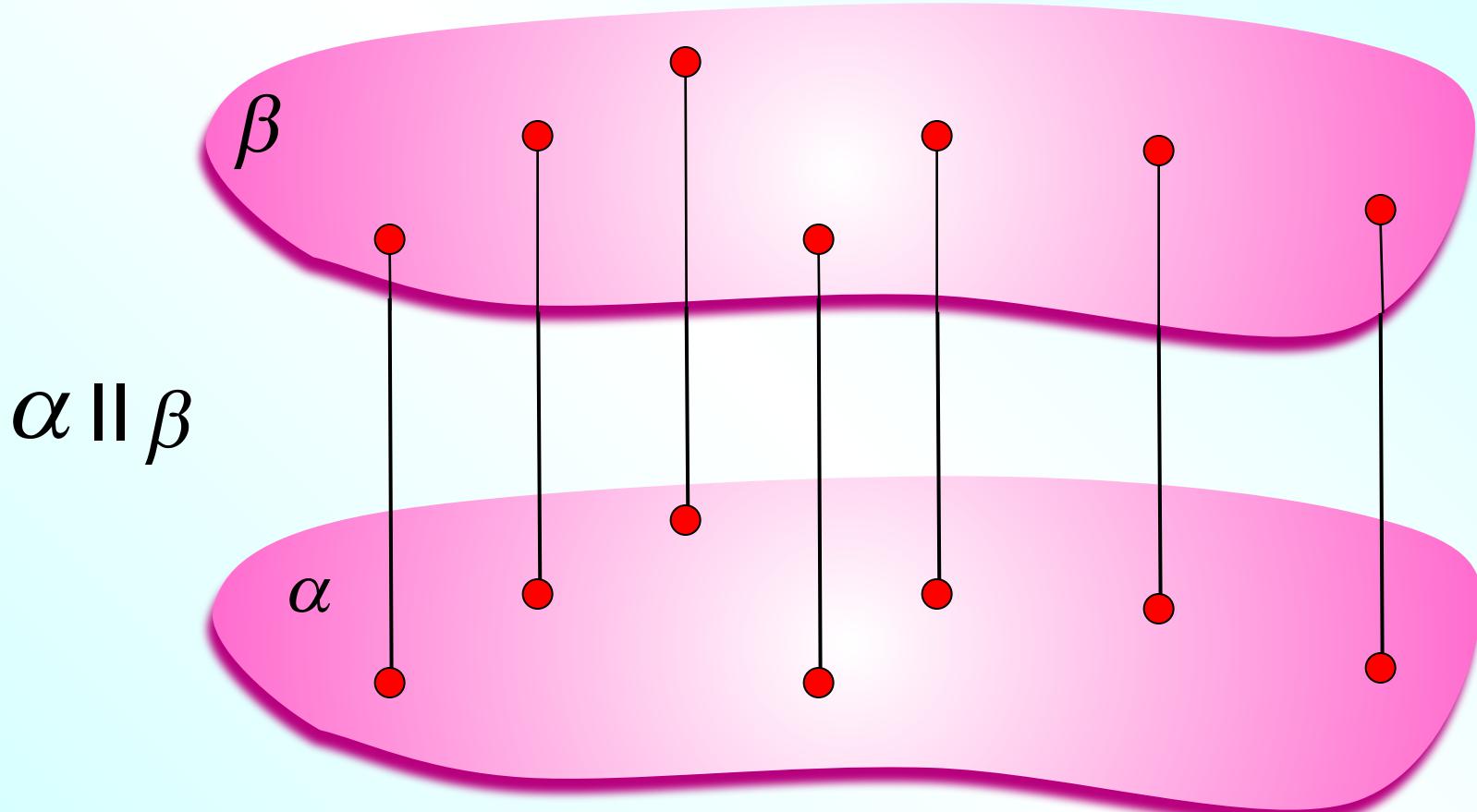
Расстояние от точки до  
прямой – длина  
перпендикуляра

Расстояние от точки до  
плоскости – длина  
перпендикуляра



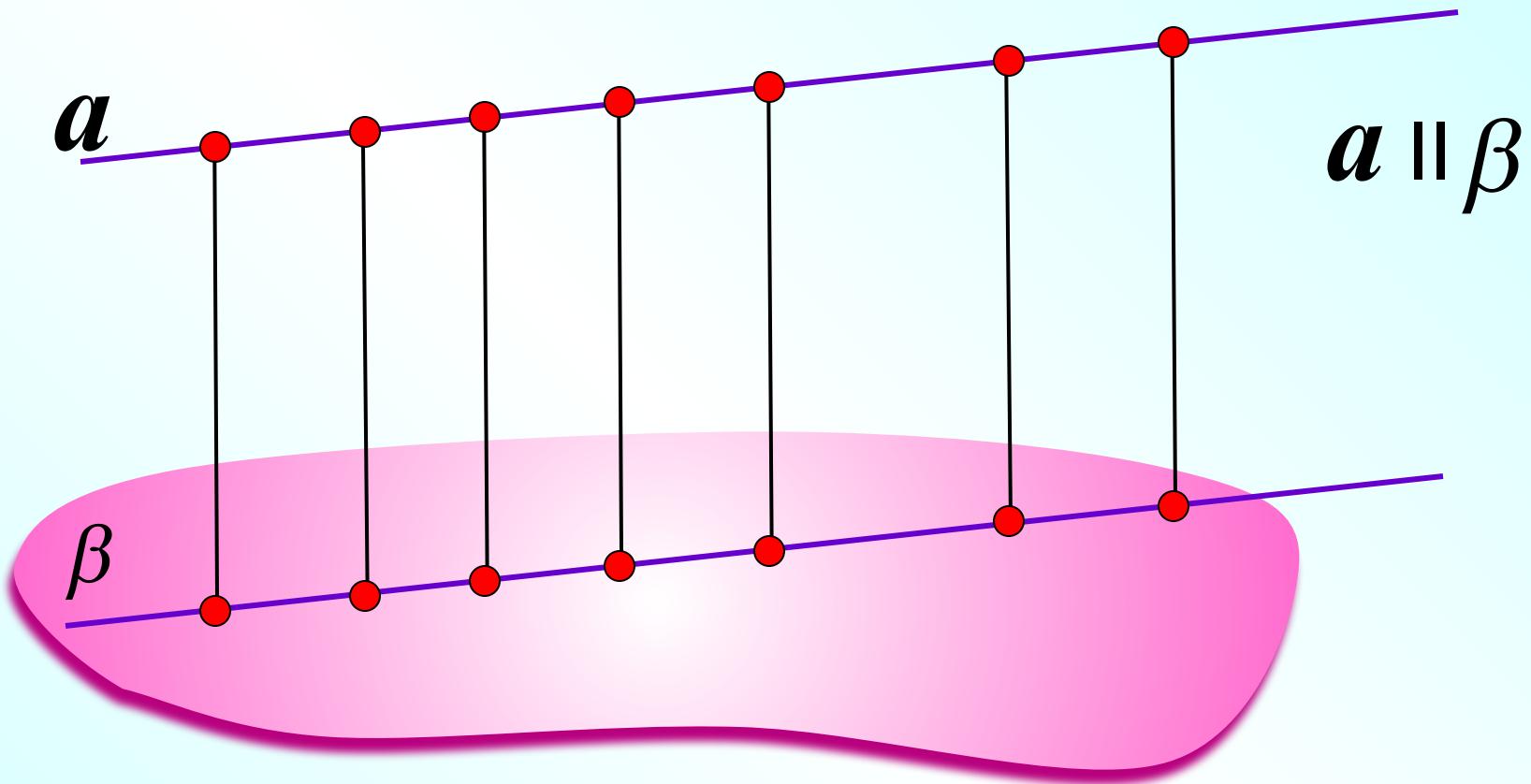
Расстояние от лампочки до земли  
измеряется по перпендикуляру,  
проведенному от лампочки к  
плоскости земли

Если две плоскости параллельны, то все точки одной плоскости равноудалены от другой плоскости.



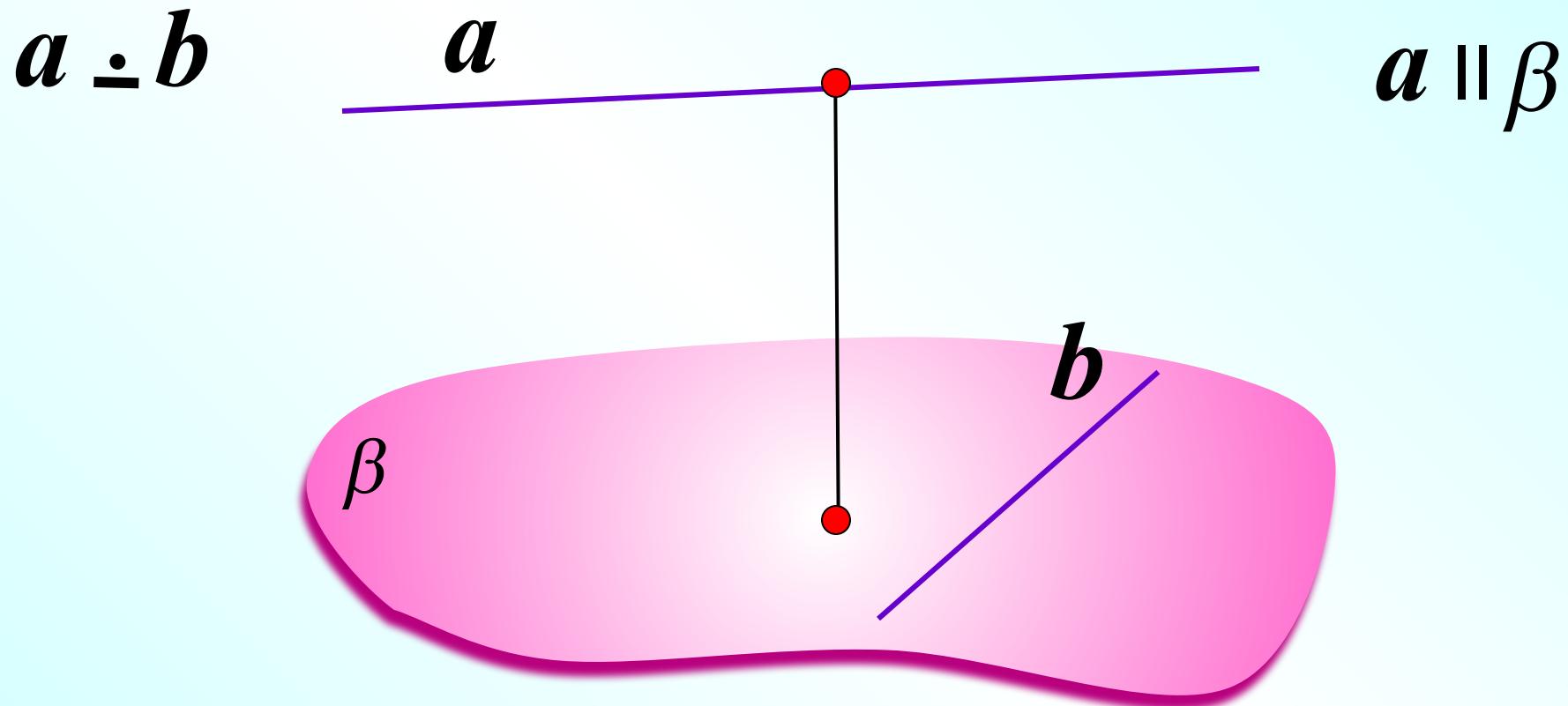
Расстояние от произвольной точки одной из параллельных плоскостей до другой плоскости называется **расстоянием между параллельными плоскостями**.

Если прямая параллельна плоскости, то все точки прямой равноудалены от этой плоскости.



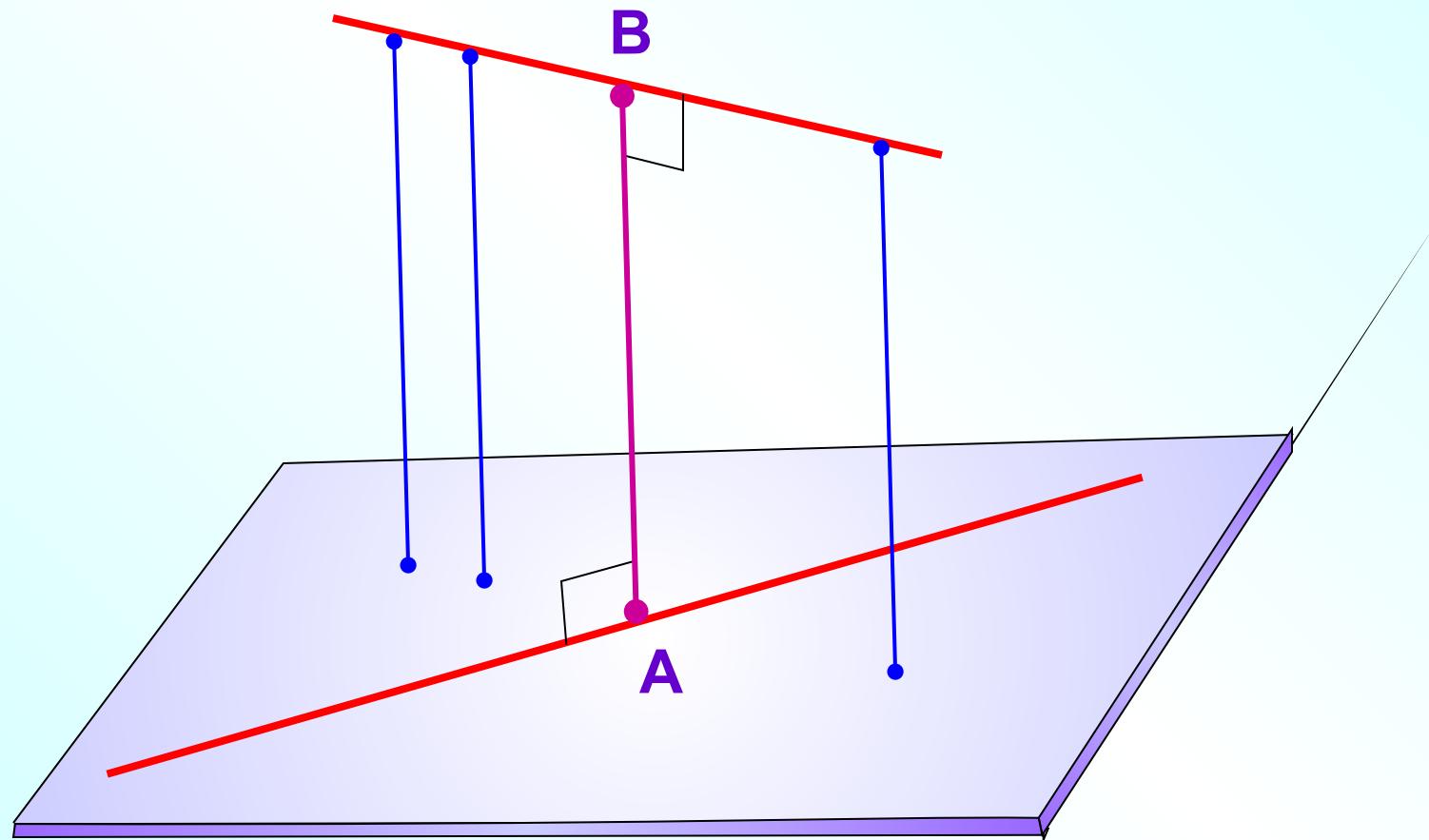
Расстояние от произвольной точки прямой до плоскости называется **расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью**.

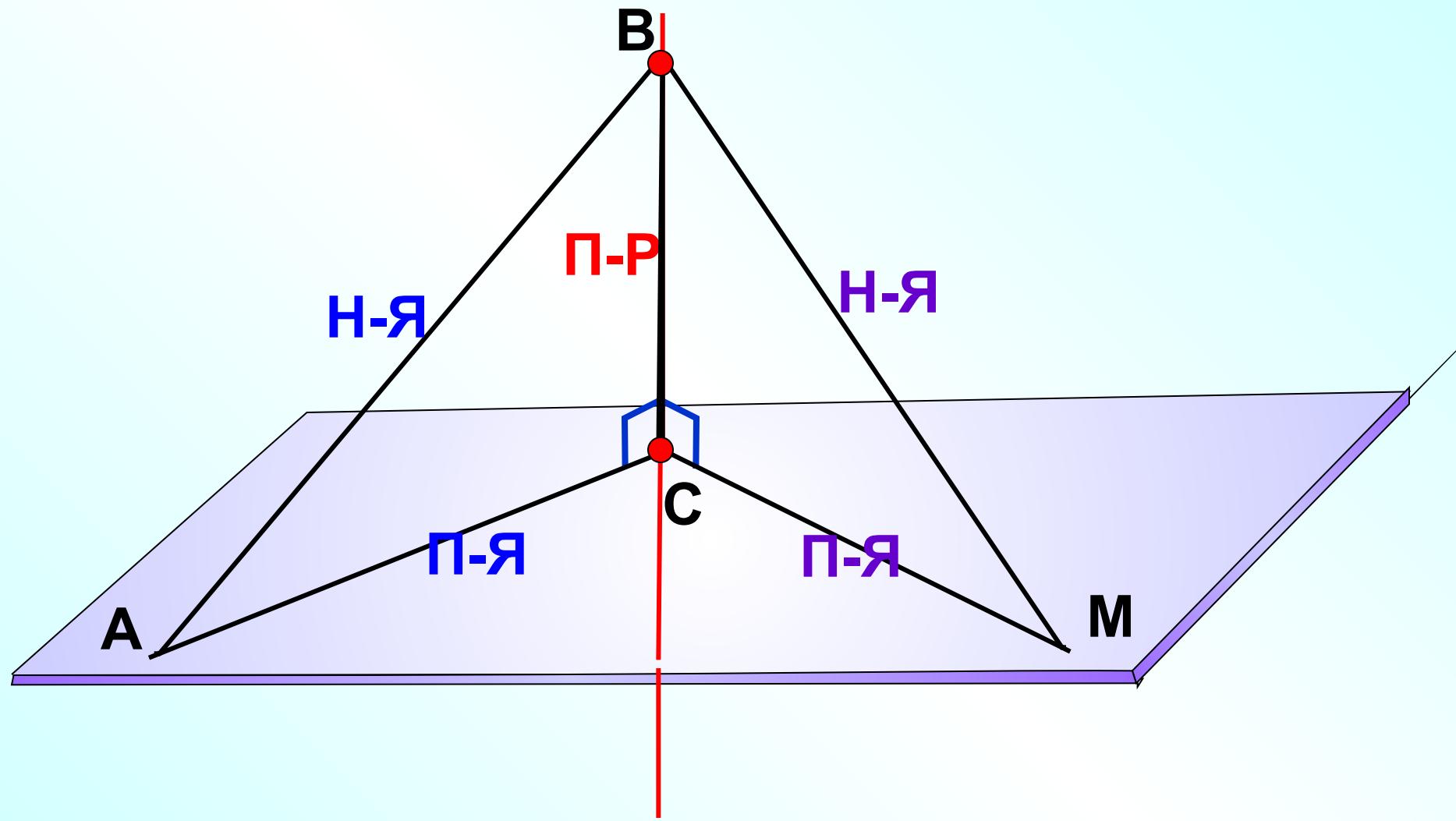
Если две прямые скрещиваются, то через каждую из них проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.



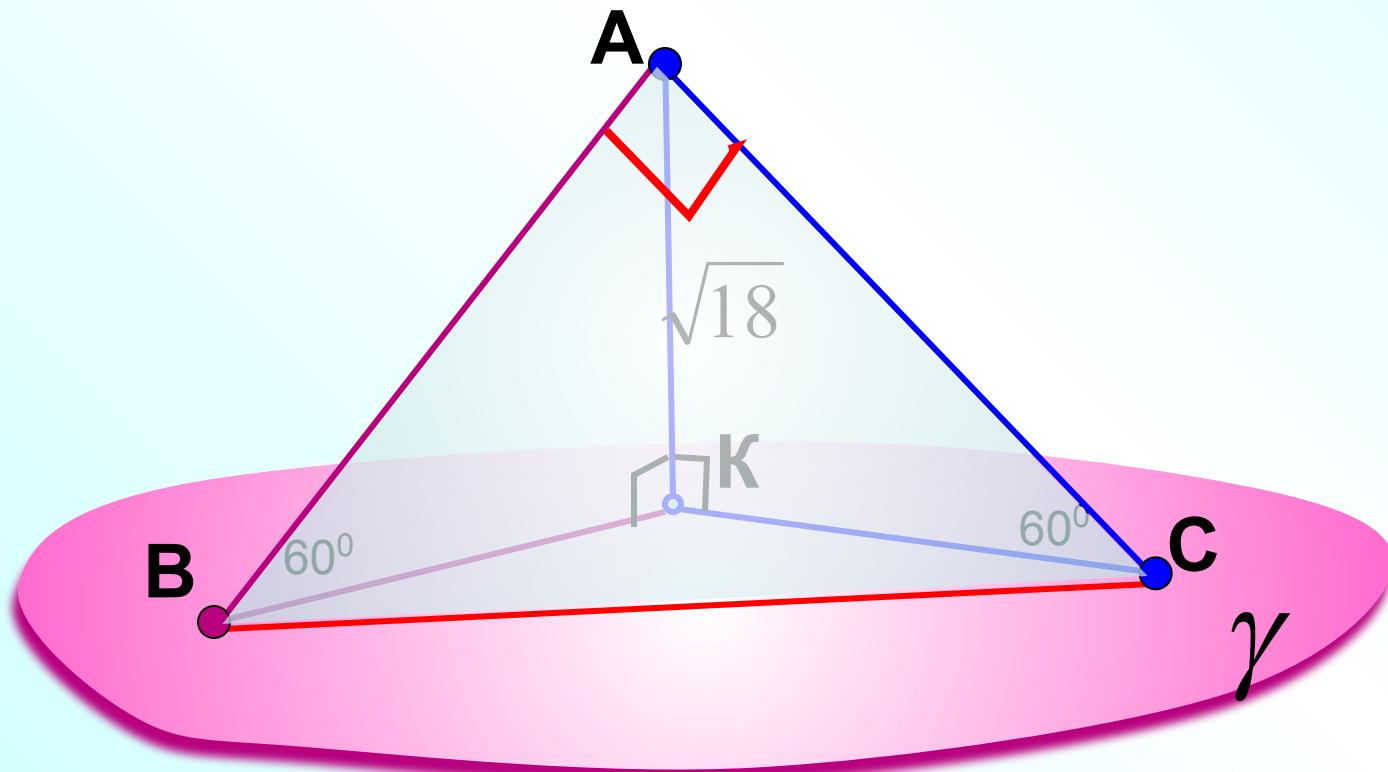
Расстояние между одной из скрещивающихся прямых и плоскостью, проходящей через другую прямую параллельно первой, называется **расстоянием между скрещивающимися прямыми**.

Расстояние между двумя изображениями вращающихся отражений и  
плоскостью проецирующейся на эту плоскость называется  
первой изображениями расстоянием между  
скрещенными сибирьской горнодиоксидом.

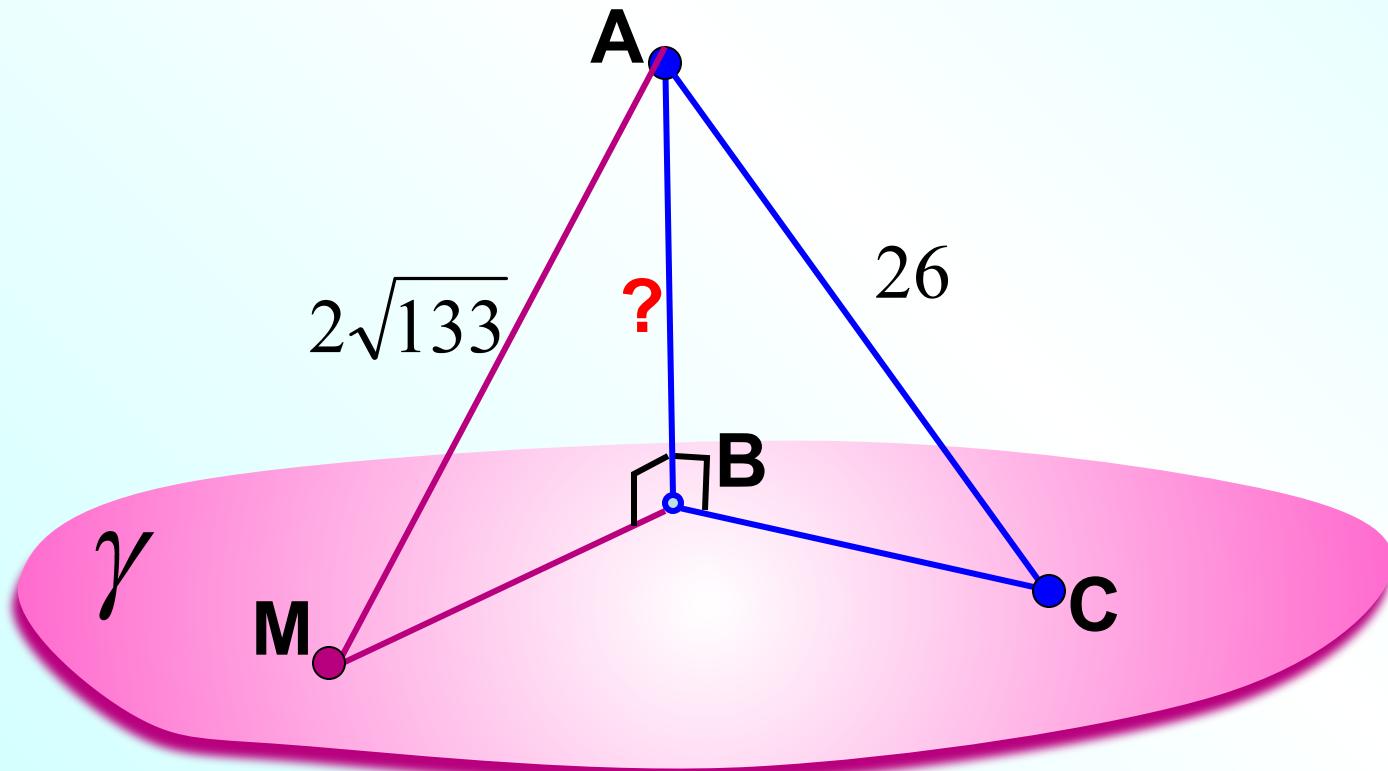




Из точки А к плоскости  $\gamma$  проведены две наклонные, которые образуют со своими проекциями на плоскость  $\gamma$  углы в  $60^0$ . Угол между наклонными  $90^0$ . Найдите расстояние между основаниями наклонных, если расстояние от точки А до плоскости  $\gamma$  равно  $\sqrt{18}$  см.

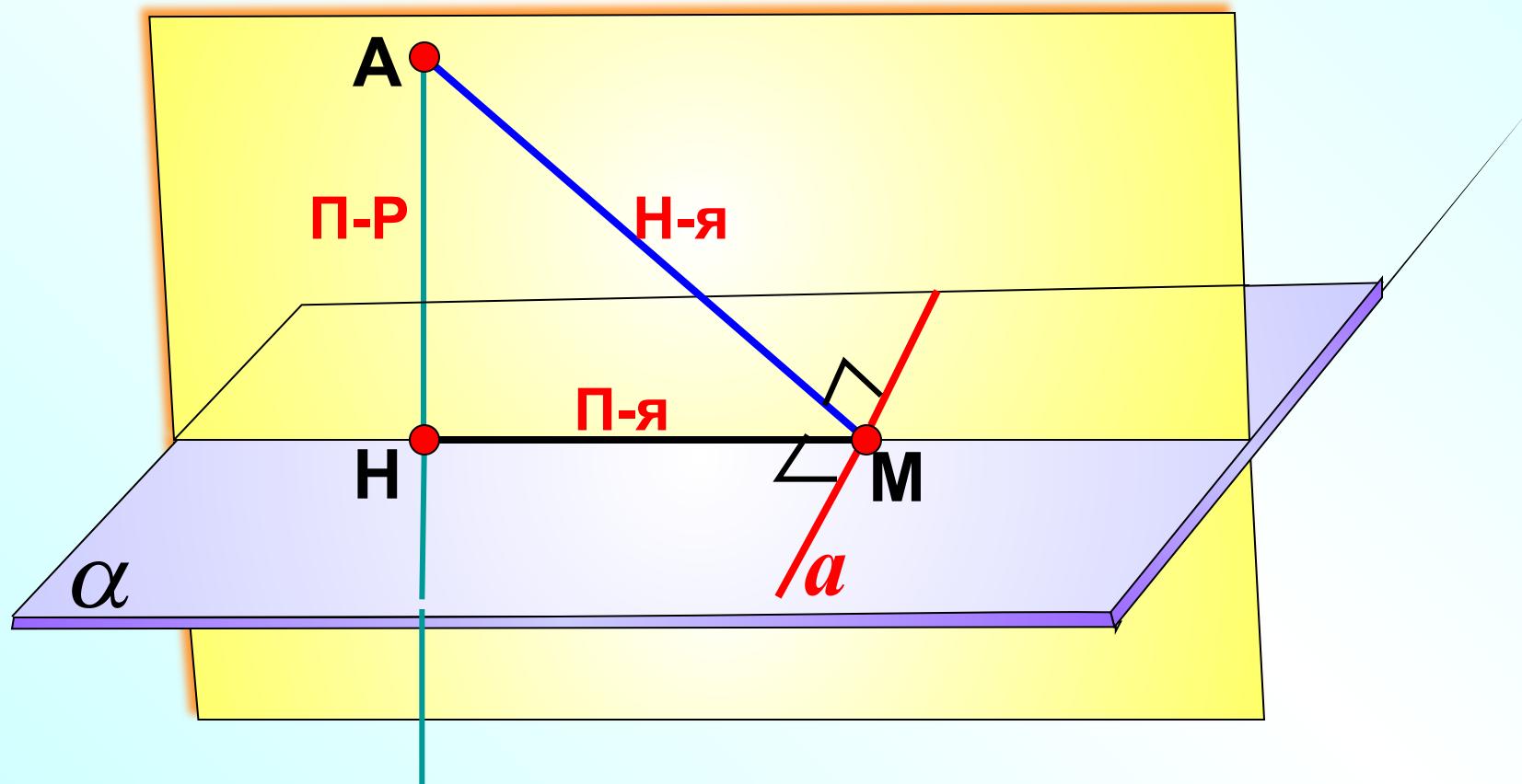


Из точки А к плоскости  $\gamma$  проведены две наклонные, длины которых равны 26 см и  $2\sqrt{133}$  см. Их проекции на эту плоскость относятся как 5:4. Найдите расстояние от точки А до плоскости  $\gamma$



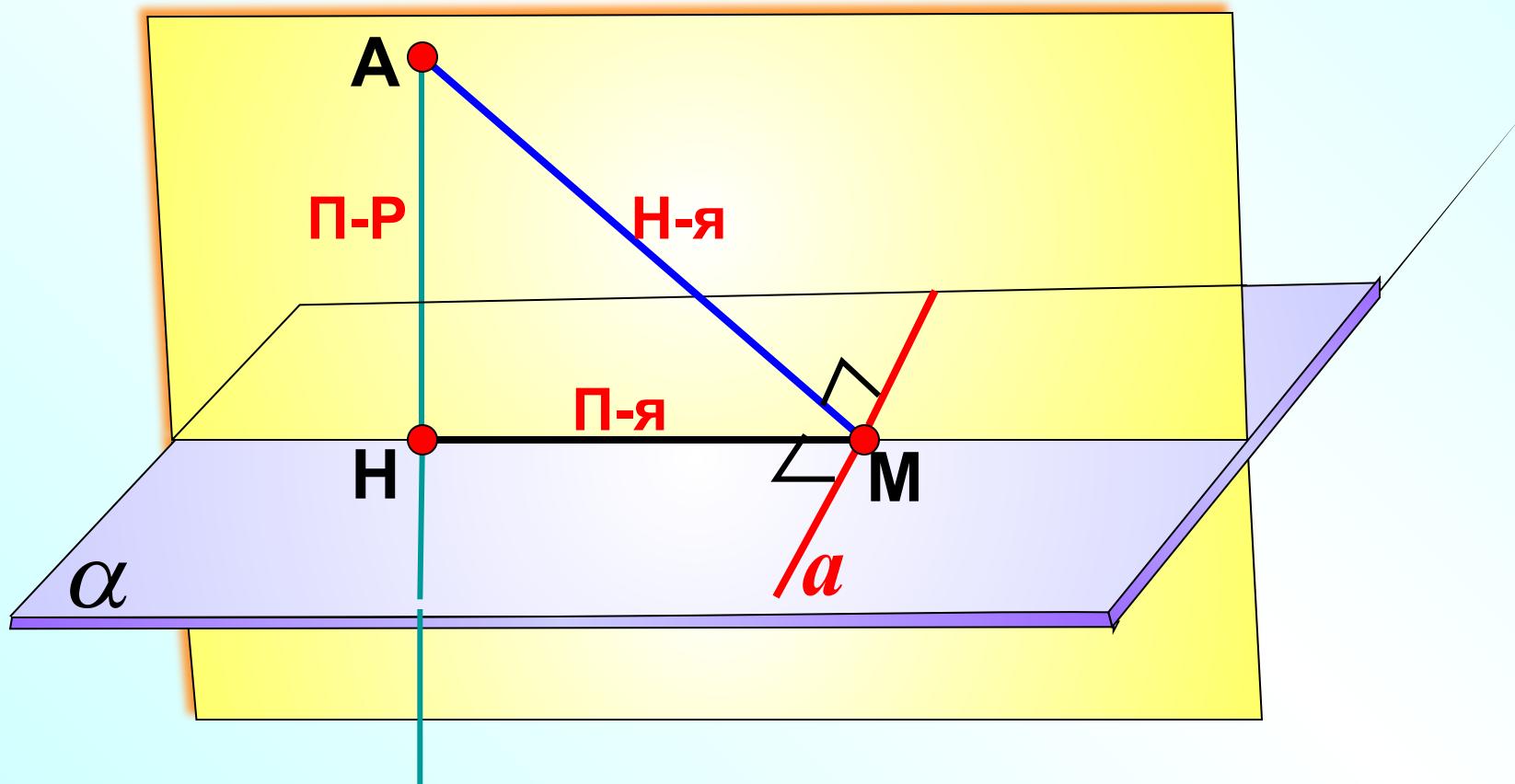
## Теорема о трех перпендикулярах.

Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.



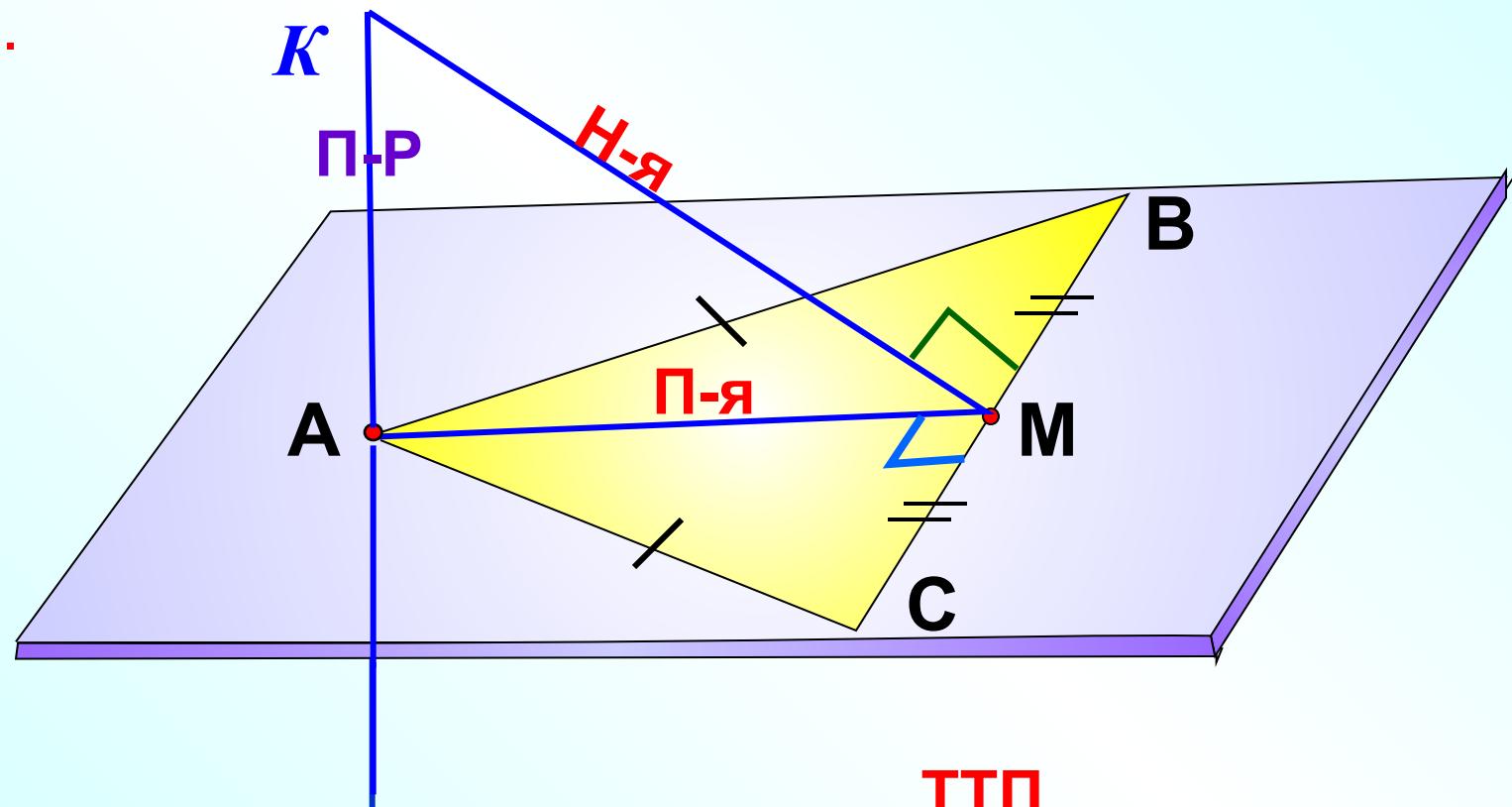
## Обратная теорема.

Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к ее проекции.



Прямая АК перпендикулярна к плоскости правильного треугольника АВС, а точка М – середина стороны ВС. Докажите, что  $МК \perp ВС$ .

№148.

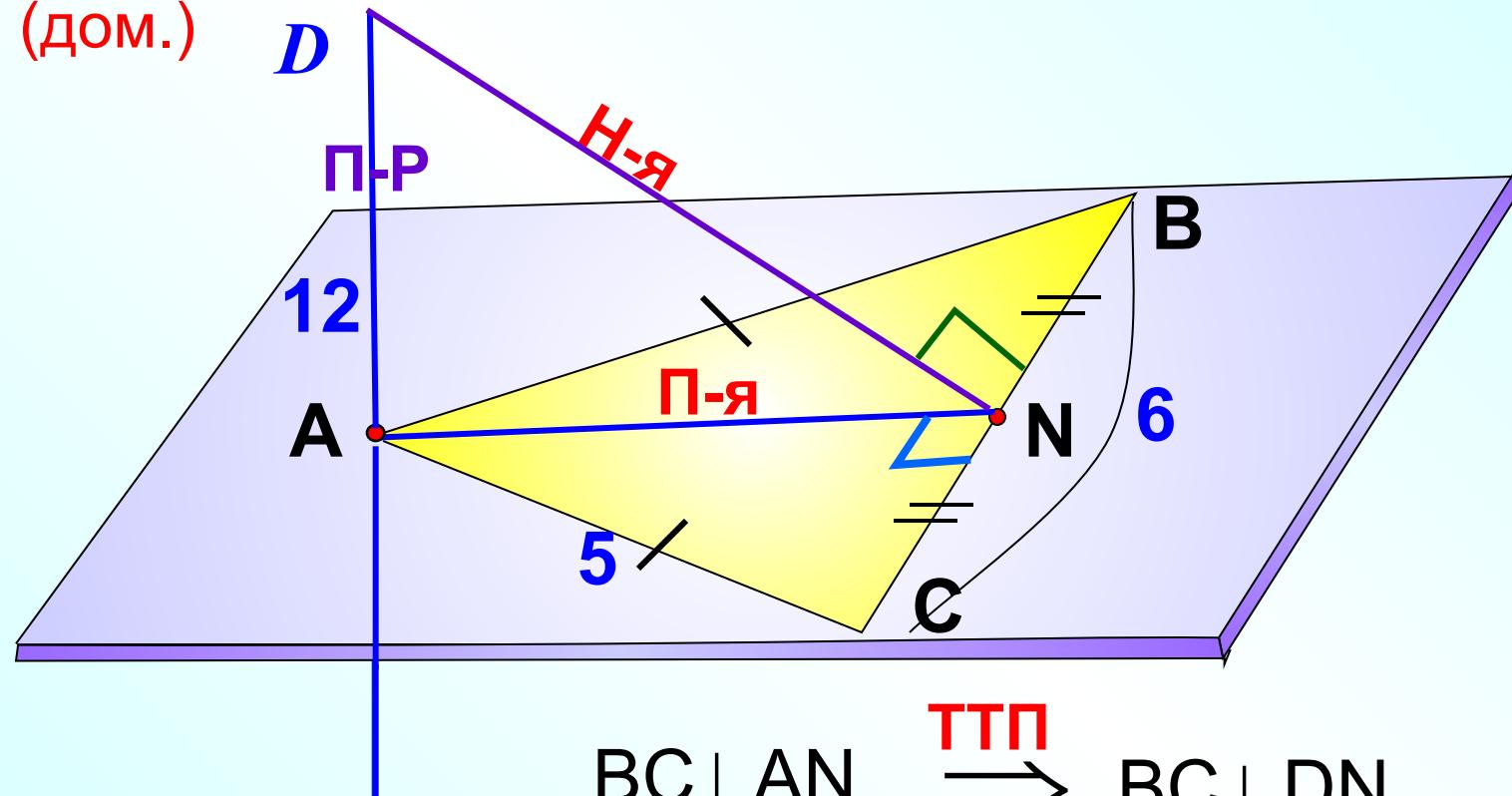


$$ВС \perp АМ \quad \xrightarrow[\text{П-я}]{\text{ТТП}} \quad ВС \perp МК$$

Отрезок  $AD$  перпендикулярен к плоскости равнобедренного треугольника  $ABC$ . Известно, что  $AB = AC = 5$  см,  $BC = 6$  см,  $AD = 12$  см.

Найдите расстояния от концов отрезка  $AD$  до прямой  $BC$ .

№149 (дом.)



$AN$  и  $DN$  – искомые расстояния

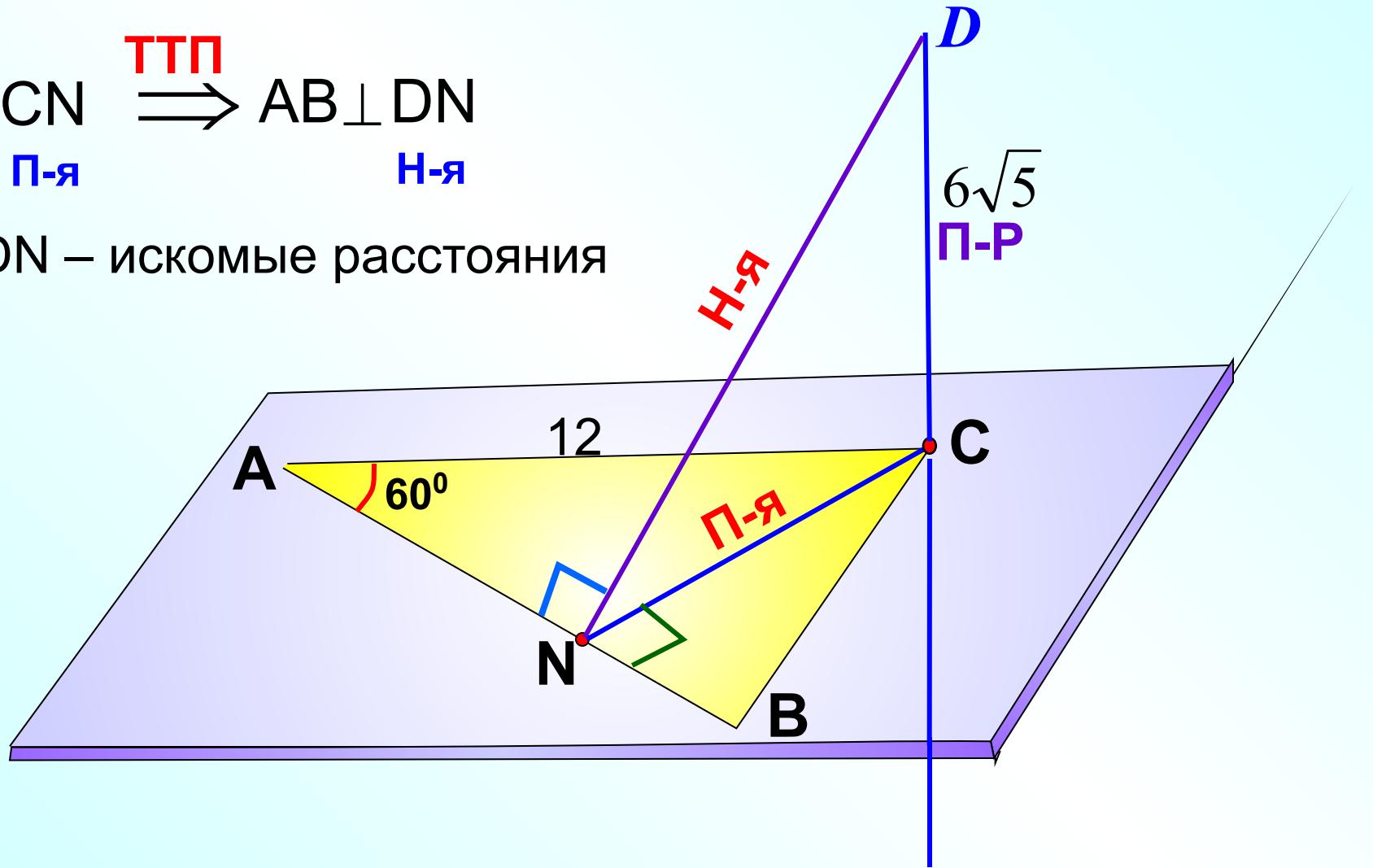
В треугольнике угол С прямой, угол А равен  $60^\circ$ ,  $AC=12\text{см}$ .  
 $DC \perp (ABC)$ .  $DC = 6\sqrt{5}$  Найдите расстояния:

а) от точки С до прямой АВ, б) от точки D до прямой АВ.

$$AB \perp CN \xrightarrow{\text{ТТП}} AB \perp DN$$

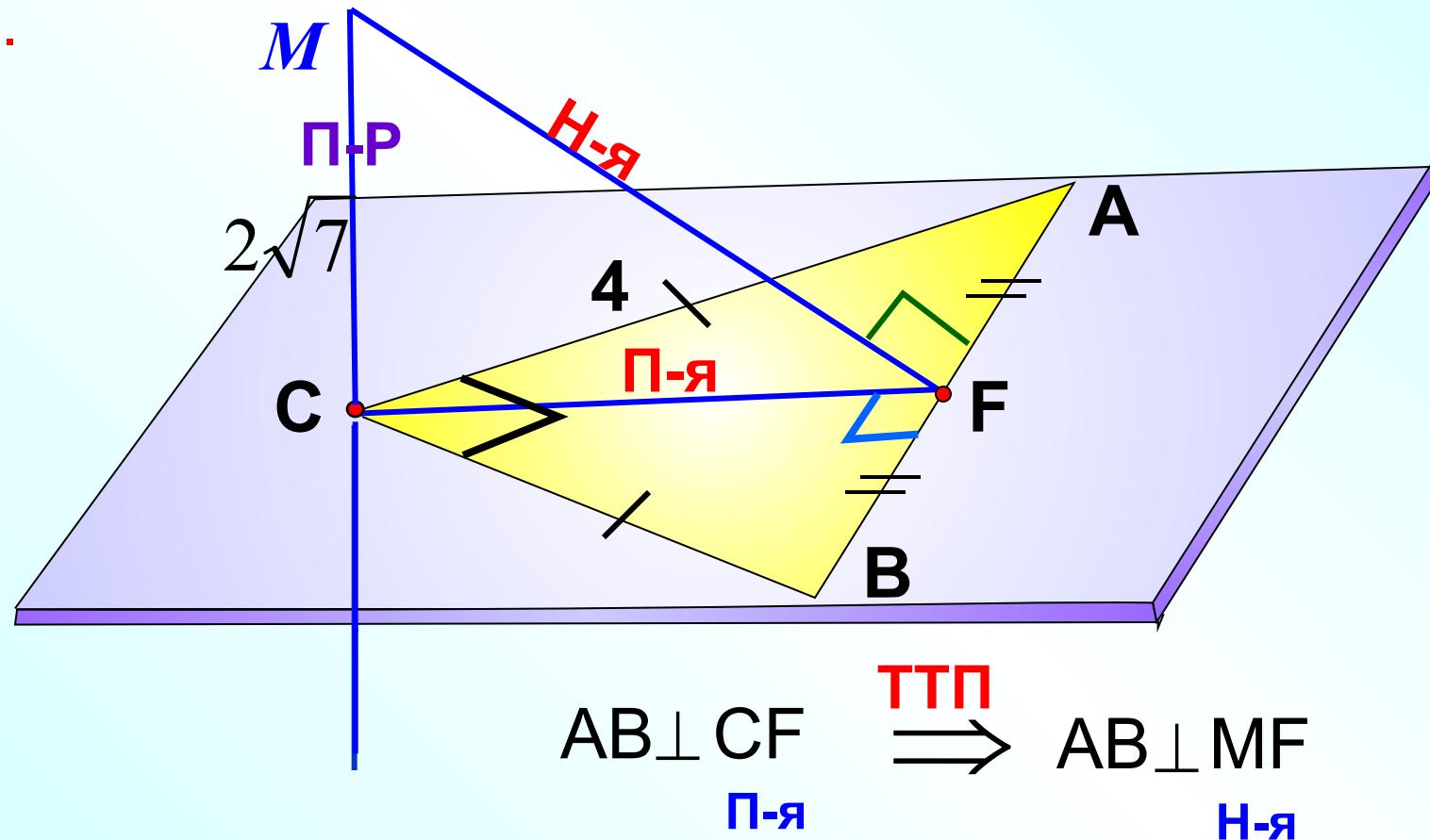
**П-я** Н-я

$CN$  и  $DN$  – искомые расстояния



Через вершину прямого угла С равнобедренного прямоугольного треугольника АВС проведена прямая СМ, перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояние от точки М до прямой АВ, если  $AC = 4$  см, а  $CM = 2\sqrt{7}$  см.

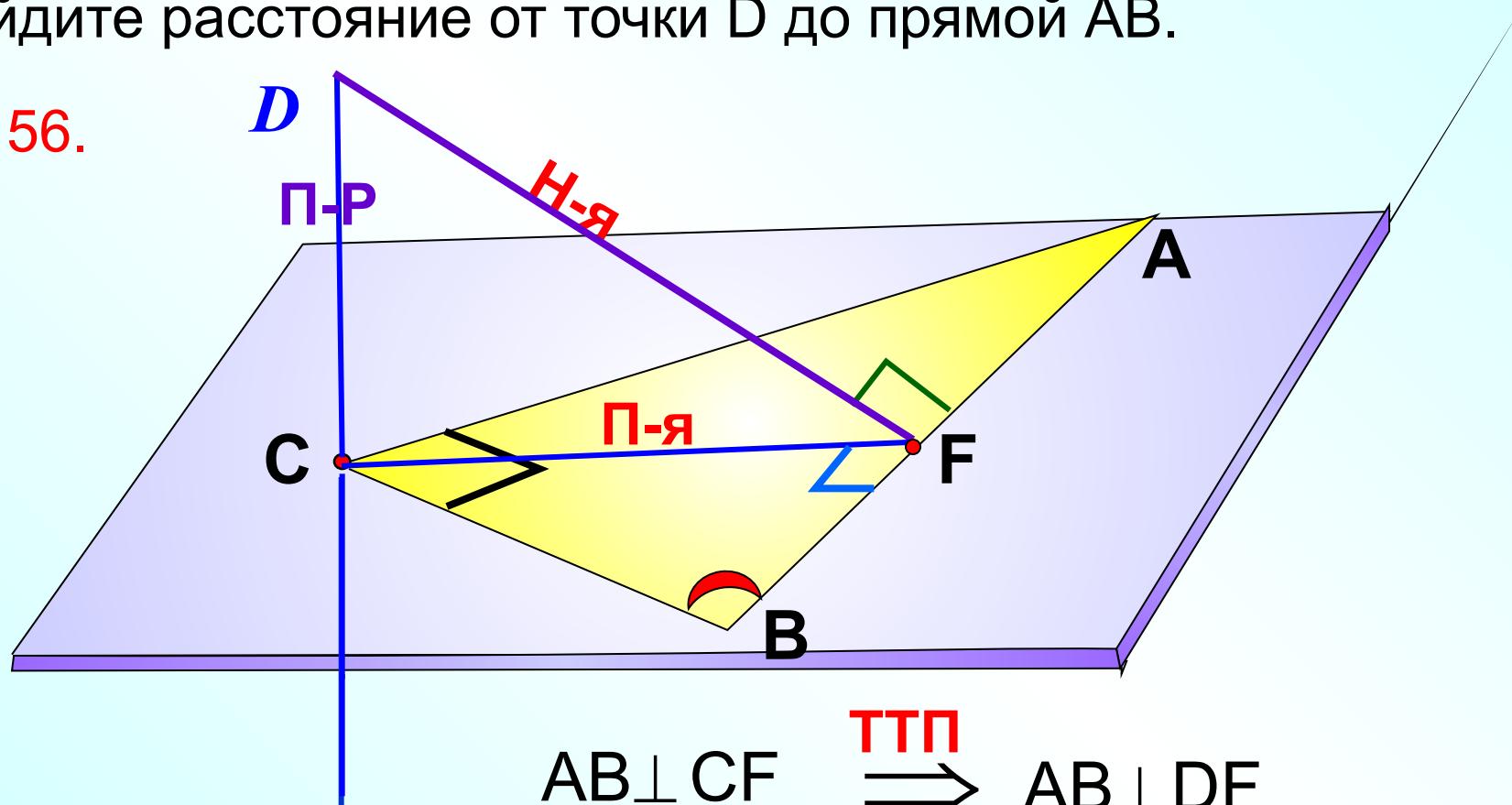
№155.



$MF$  – искомое расстояние

Один из катетов прямоугольного треугольника равен  $m$ , а острый угол, прилежащий к этому катету, равен  $\varphi$ . Через вершину прямого угла С проведена прямая CD, перпендикулярная к плоскости этого треугольника,  $CD = m$ . Найдите расстояние от точки D до прямой AB.

№156.



$$AB \perp CF \quad \xrightarrow[\text{П-я}]{\text{ТТП}} \quad AB \perp DF \quad \xrightarrow{\text{Н-я}}$$

$DF$  – искомое расстояние