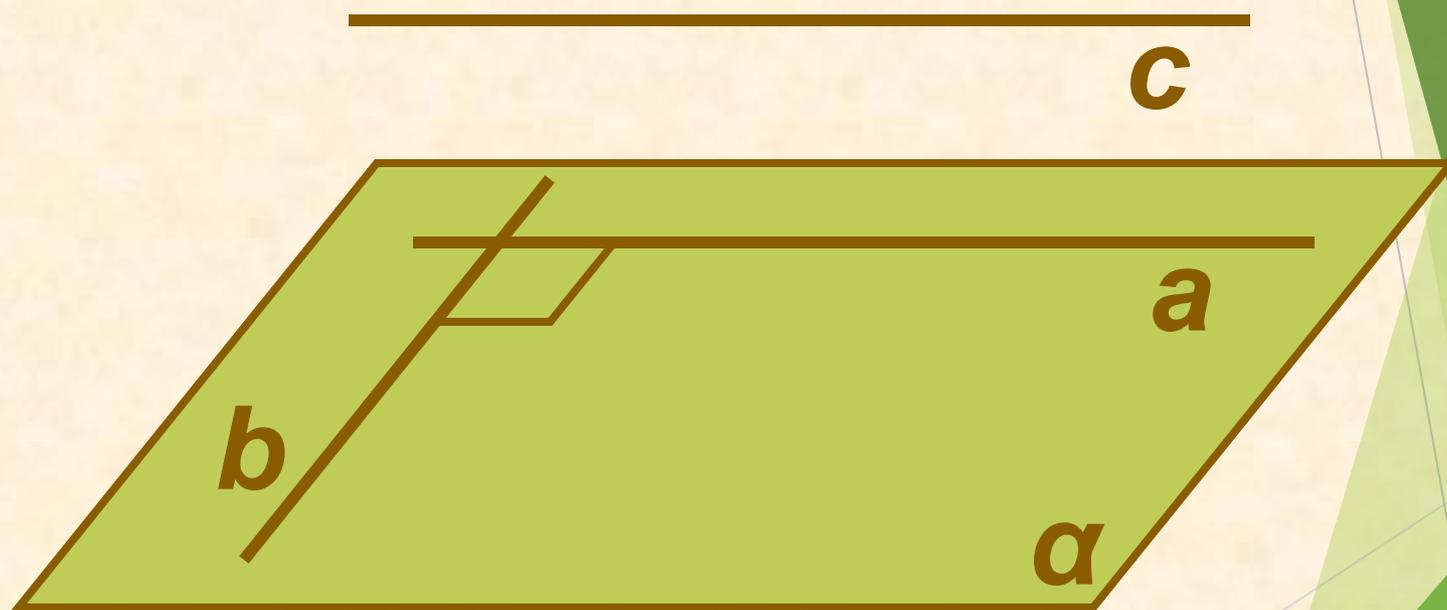


# Перпендикулярность прямой и плоскости

*Две прямые называются перпендикулярными, если угол между ними равен  $90^\circ$*



$a \perp b$

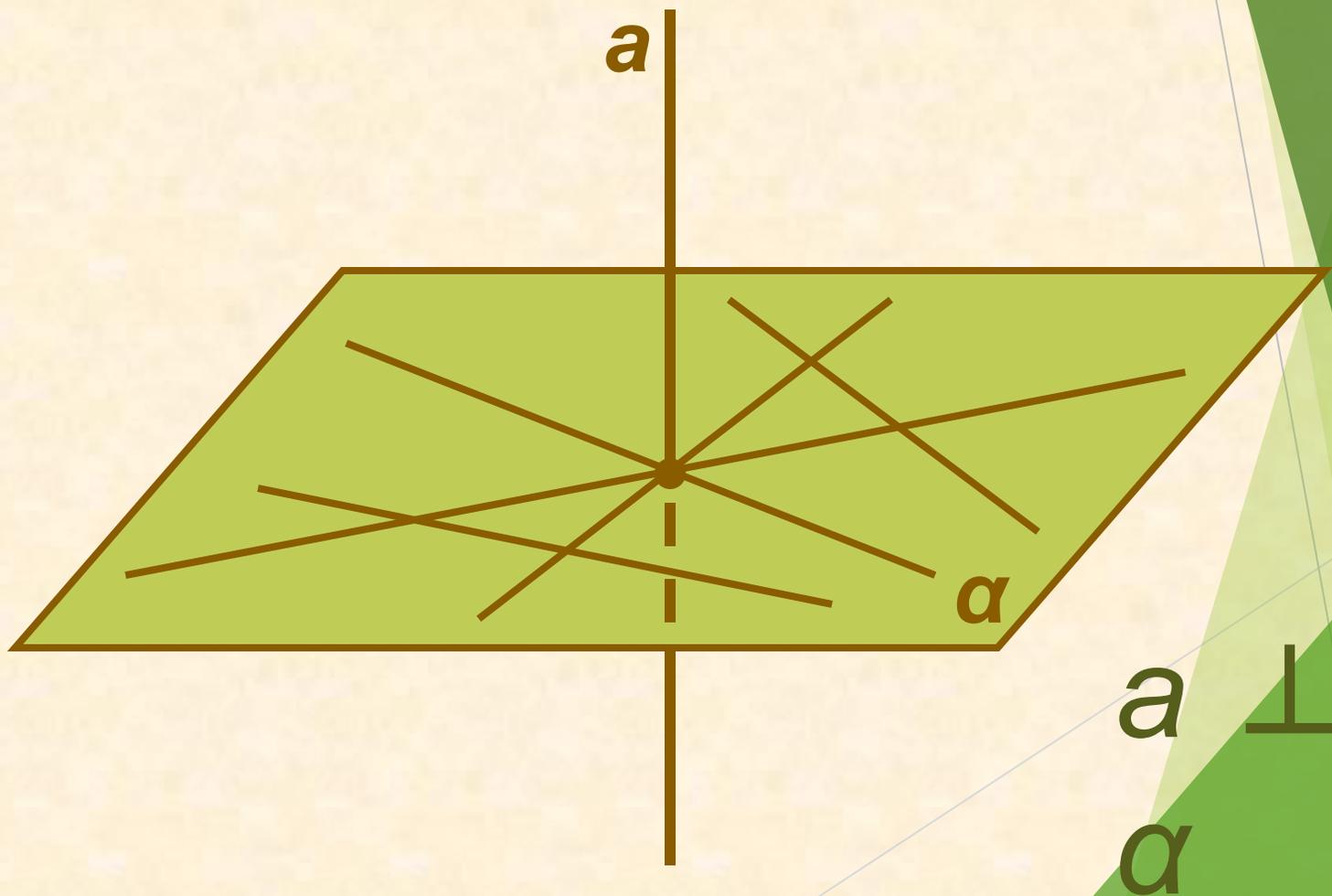
$b$

$c \perp b$

$b$

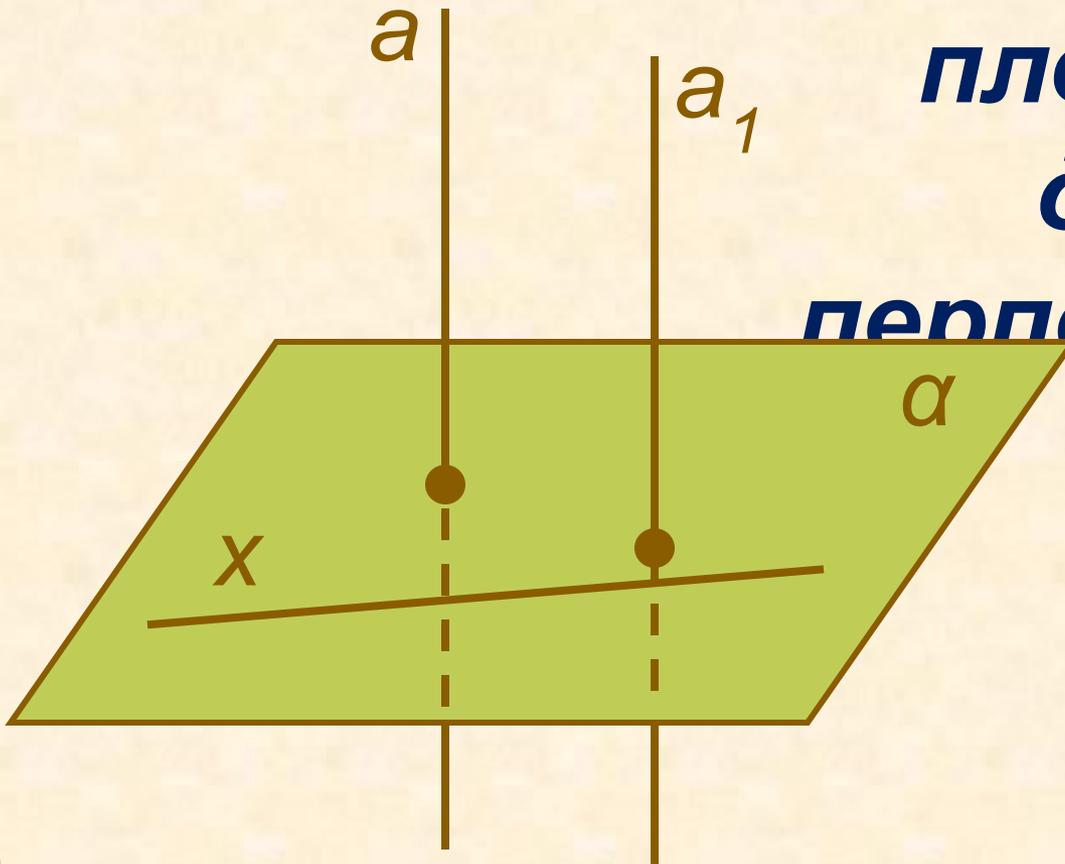


**Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости**



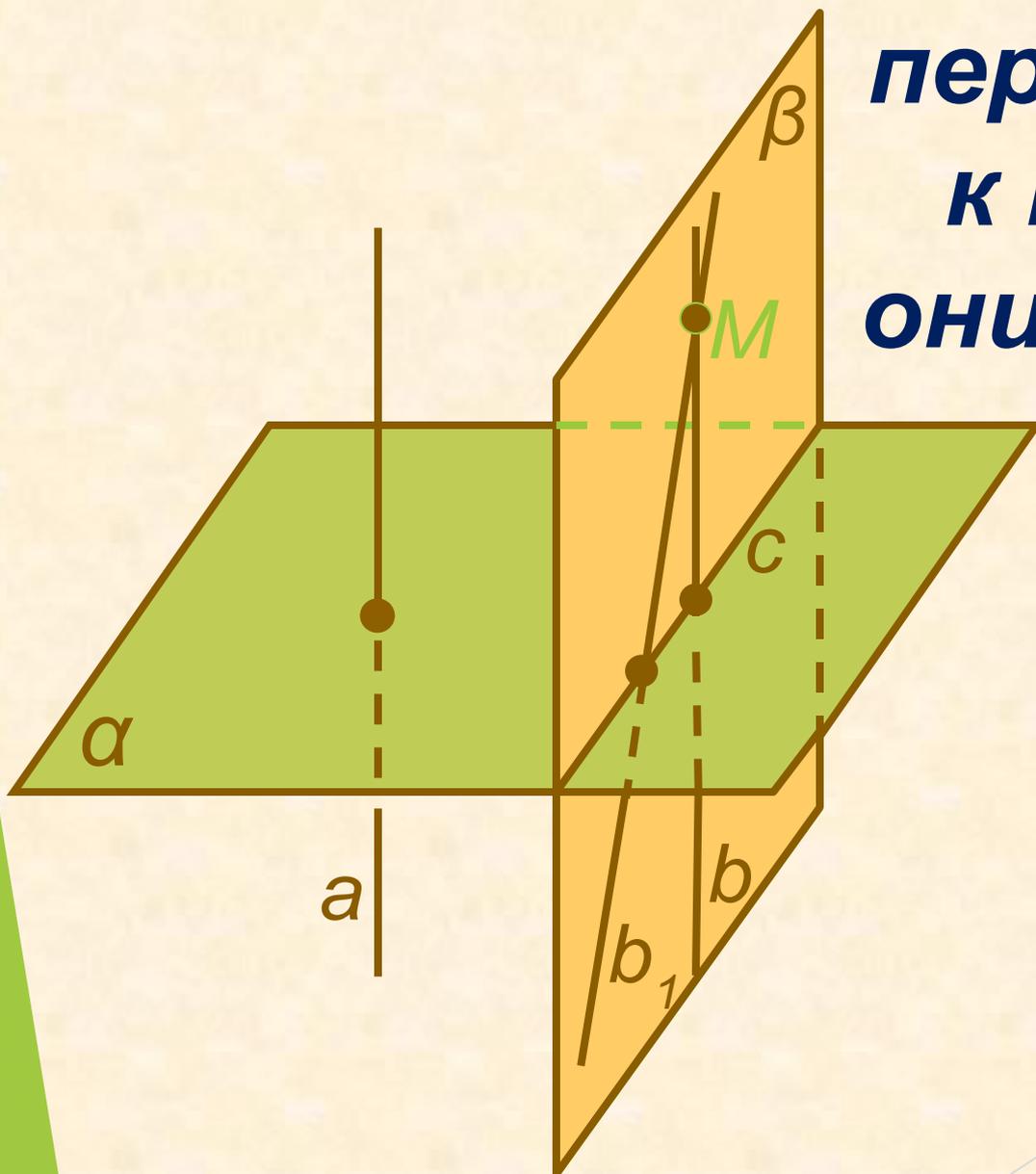
# Теорема 1

*Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к ней.*

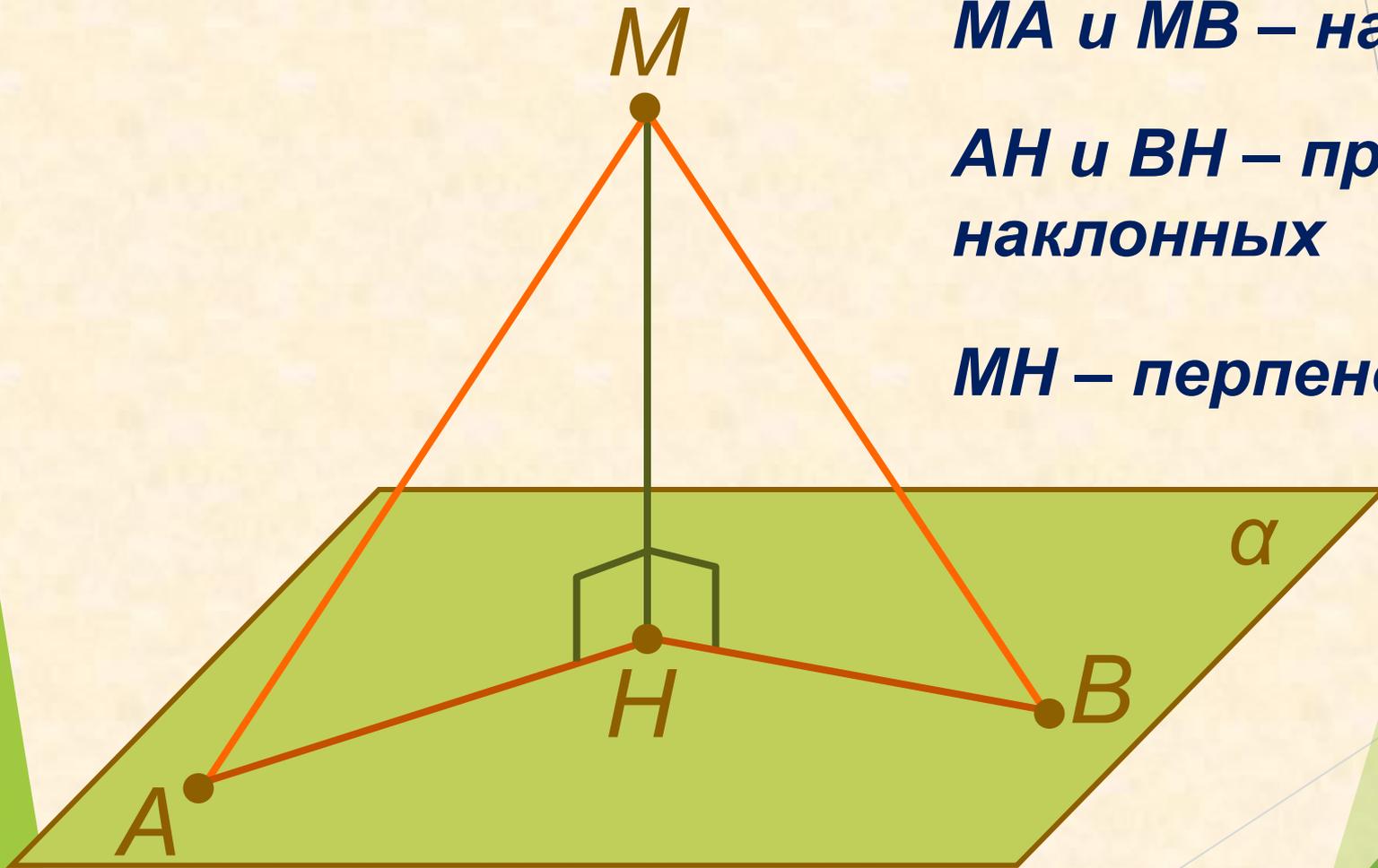


# Теорема 2

*Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.*



# Перпендикуляр и наклонная



$MA$  и  $MB$  – наклонные

$AN$  и  $BN$  – проекции  
наклонных

$MN$  – перпендикуляр

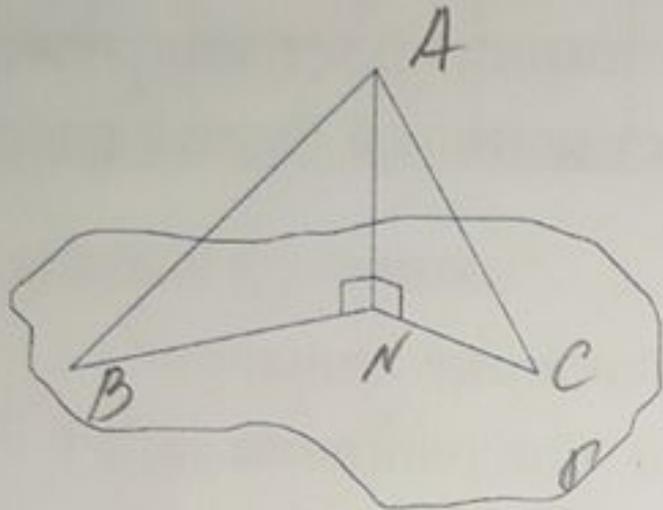


**Перпендикуляр, проведенный из данной точки к плоскости, меньше любой наклонной, проведенной из той же точки к этой плоскости.**

**Перпендикуляр- кратчайшее расстояние от точки до плоскости.**

**Длина перпендикуляра называется расстоянием от точки до плоскости.**

**Задача 1.** Из точки к плоскости проведены две наклонные. Найдите длины наклонных, если одна из них на 26см больше другой, а проекции наклонных равны 12см и 40см.



Дано:  $A \notin \gamma$ ,  $AB = 26 + AC$

$BN = 40\text{см}$ ,  $NC = 12\text{см}$

Найти:  $AB$ ,  $AC$

Решение: Пусть  $AC = x$ , тогда  $AB = 26 + x$ .

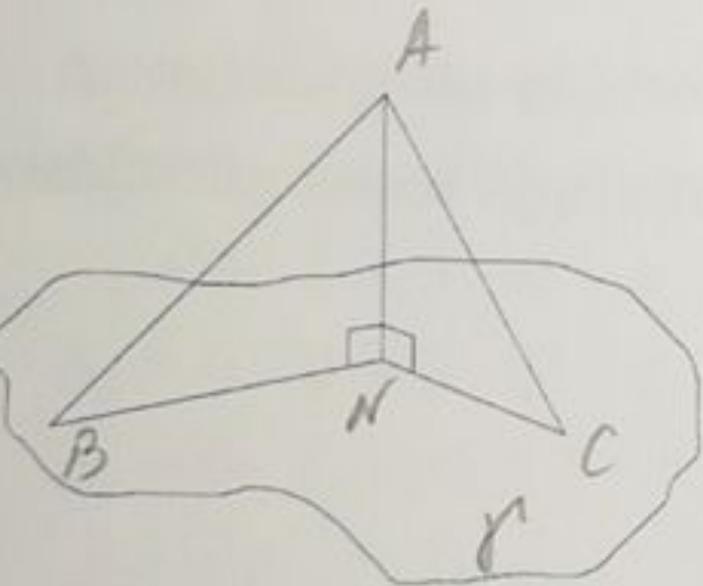
$$\Delta ABN: AN^2 = (26+x)^2 - 40^2$$

$$\Delta ACN: AN^2 = x^2 - 12^2$$

$$\Rightarrow (26+x)^2 - 40^2 = x^2 - 12^2, x = 15 \Rightarrow AC = 15, AB = 41$$

Ответ: 15 и 41

**Задача 2.** Из точки к плоскости проведены две наклонные. Найдите длины наклонных, если наклонные относятся как 1:2, а проекции наклонных равны 1 см и 7 см.



Дано:  $A \notin \gamma$ ,  $AB:AC=1:2$

$BN=1\text{ см}$ ,  $NC=7\text{ см}$

Найти:  $AB$ ,  $AC$

Решение: Пусть  $AB=x$ , тогда  $AC=2x$ .

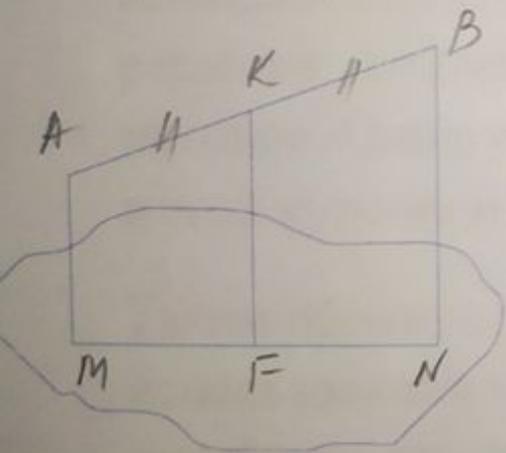
$$\triangle ABN: AN^2 = x^2 - 1$$

$$\triangle ACN: AN^2 = (2x)^2 - 7^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 1 = (2x)^2 - 7^2 \Rightarrow x = 4, AB = 4, AC = 8$$

Ответ: 4 и 8

**Задача 3.** Найдите расстояние от середины отрезка АВ до плоскости, не пересекающей этот отрезок, если расстояние от точек А и В до плоскости равно 3,2см и 5,3см.



Дано:  $AM=3,2\text{см}$ ,  $BN=5,3\text{см}$ ,  $AK=KB$

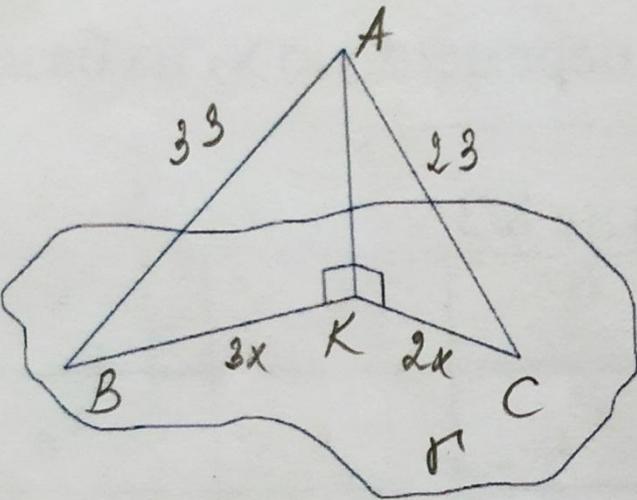
Найти:  $KF$

Решение: По свойству параллельного проектирования пропорции отрезков сохраняются  $\Rightarrow F$ -середина  $MN \Rightarrow KF$ -

средняя линия трапеции  $ABNM \Rightarrow KF=(5,3+3,2)/2=4,25$ .

Ответ:  $4,25\text{см}$

**Задача 4.** Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 23 и 33см. Найдите расстояние от этой точки до плоскости, если проекции наклонных относятся как 2:3.



Дано:  $A \notin \gamma$ ,  $AB=33\text{см}$ ,  $AC=23\text{см}$

$BK:KC=3:2$

Найти:  $AK$

Решение: Пусть  $BK=3x$ , тогда  $KC=2x$ .

$$33^2 - 9x^2 = 23^2 - 4x^2 \Rightarrow x^2 = 112, \quad KC^2 = 4 \cdot 112$$

$AK=9$  (из  $\triangle AKC$ )

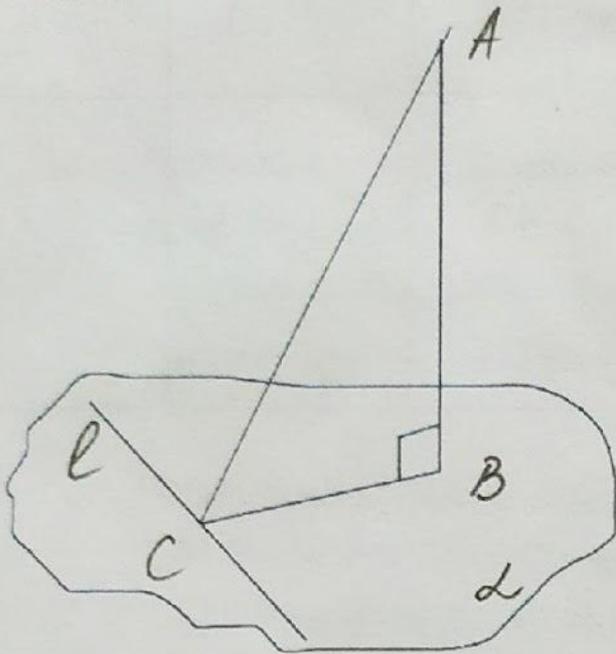
Ответ: 9см

Задача 5. Из точки, не принадлежащей данной плоскости, проведены к ней две наклонные, сумма длин которых равна 22 см. Проекции этих наклонных на плоскость равны 7 см и 10 см. Найдите длины наклонных.

**Задача 6.** Найдите расстояние от середины отрезка АВ до плоскости, не пересекающей этот отрезок, если расстояния от точек А и В до плоскости равны  $1\frac{7}{12}$  см и  $2\frac{31}{48}$  см.

# Теорема о трех перпендикулярах

**Т :** Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и самой наклонной.

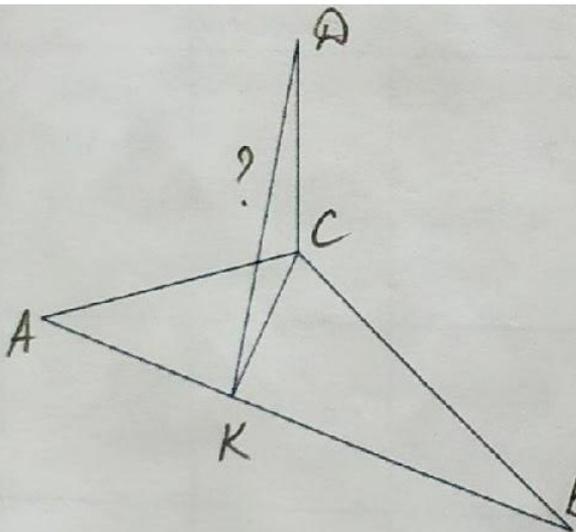


AB-перпендикуляр, AC-наклонная

$$l \perp CB \Rightarrow l \perp CA$$

Обратное тоже верно.

**Задача 7.** Из вершины прямого угла С равнобедренного прямоугольного треугольника АВС восстановлен перпендикуляр СД к плоскости треугольника. Найдите расстояние от точки Д до гипотенузы треугольника, если  $BC=2\text{см}$ ,  $CD=1\text{см}$ .



Дано:  $\triangle ABC$ -равнобедренный,  
 $\angle C = 90^\circ$ ,  $CD \perp (ABC)$ ,  
 $BC=2\text{см}$ ,  $CD=1\text{см}$

Найти: КД

Решение: 1.  $DK \perp AB \Rightarrow$  по теореме о трех  $\perp$ -х  $CK \perp AB$ , т.е. СК - высота равнобедренного  $\triangle$ , по свойству высоты равнобедр  $\triangle$  СК является медианой  $\Rightarrow AK=KB$ .

2.  $\triangle ABC$ :  $AB^2=4+4=8$ ,  $AB=2\sqrt{2}$ ,  $KB=\sqrt{2}$

3.  $\triangle СКВ$ :  $КС=\sqrt{2}$

4.  $\triangle КДС$ :  $DK=\sqrt{3}$     Ответ:  $\sqrt{3}$

**Задача 8: В равнобедренном треугольнике ABC основание  $CB = 12\text{ м}$ , боковая сторона  $10\text{ м}$ . Из вершины A проведен отрезок  $AD = 6\text{ м}$  и перпендикулярный плоскости ABC. Найдите расстояние от точки D до стороны BC.**

# Дома:

Задачи 5, 6 и 8 решить  
самостоятельно,  
выслать решения в ВК.