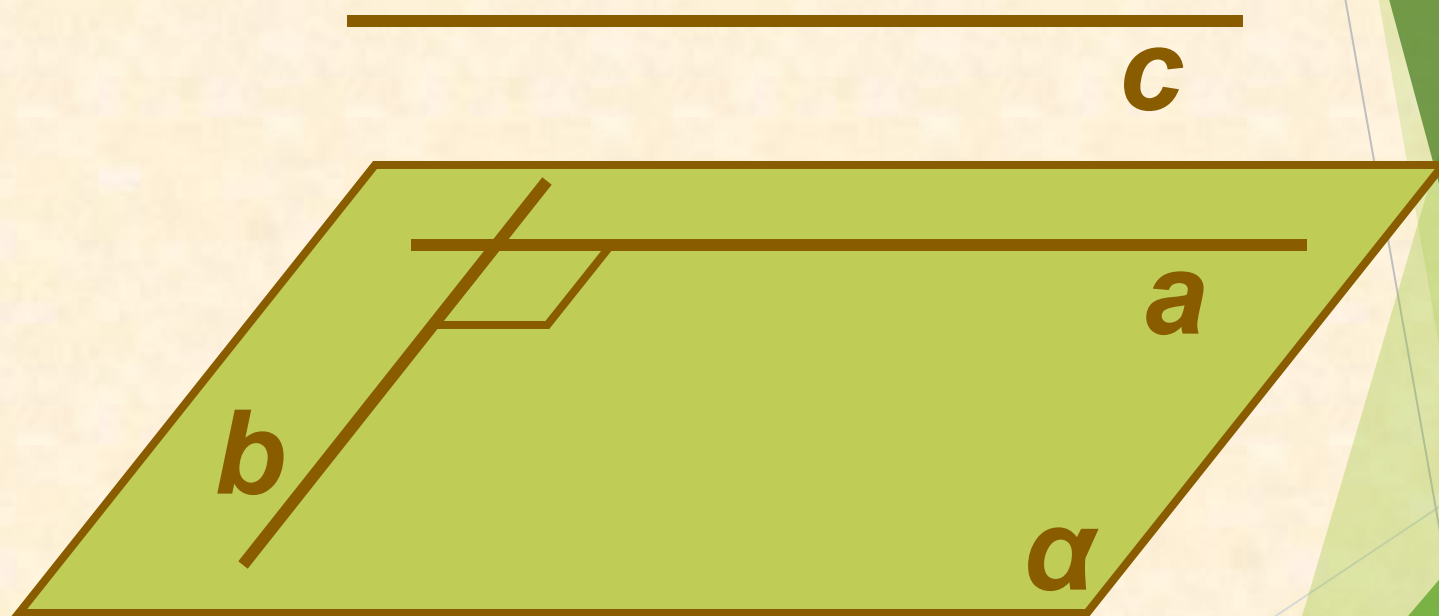


Перпендикулярность прямой и плоскости

Две прямые называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90°



$a \perp b$

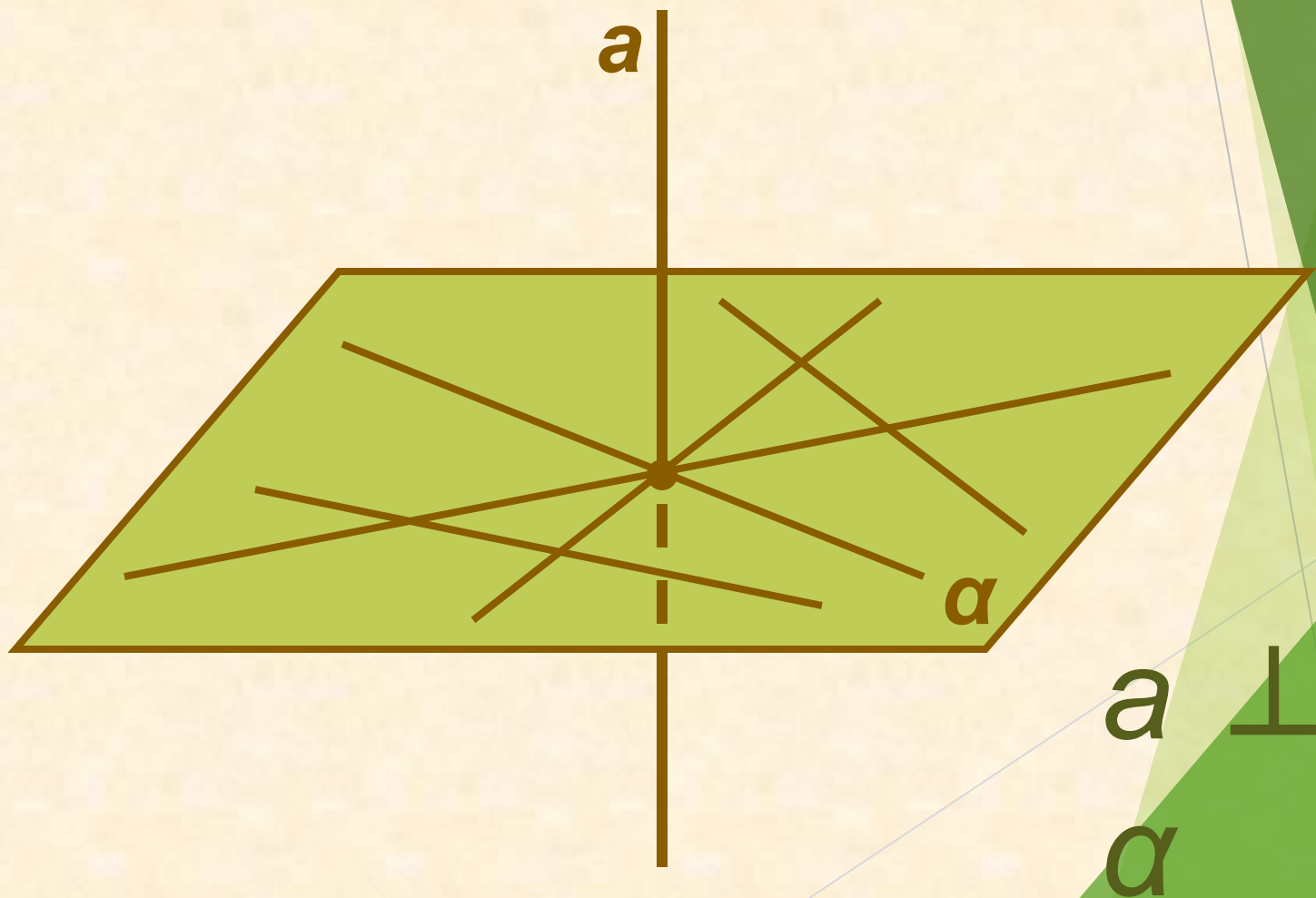
b

$c \perp b$

b

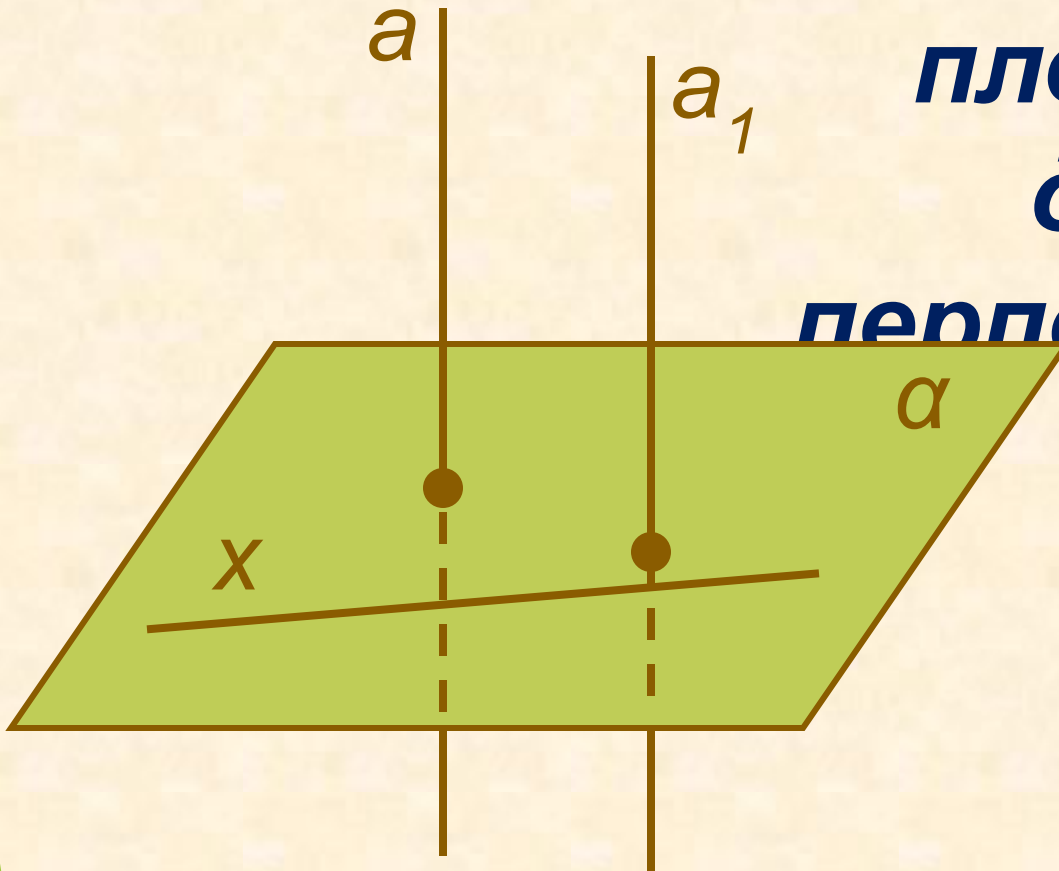


Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости



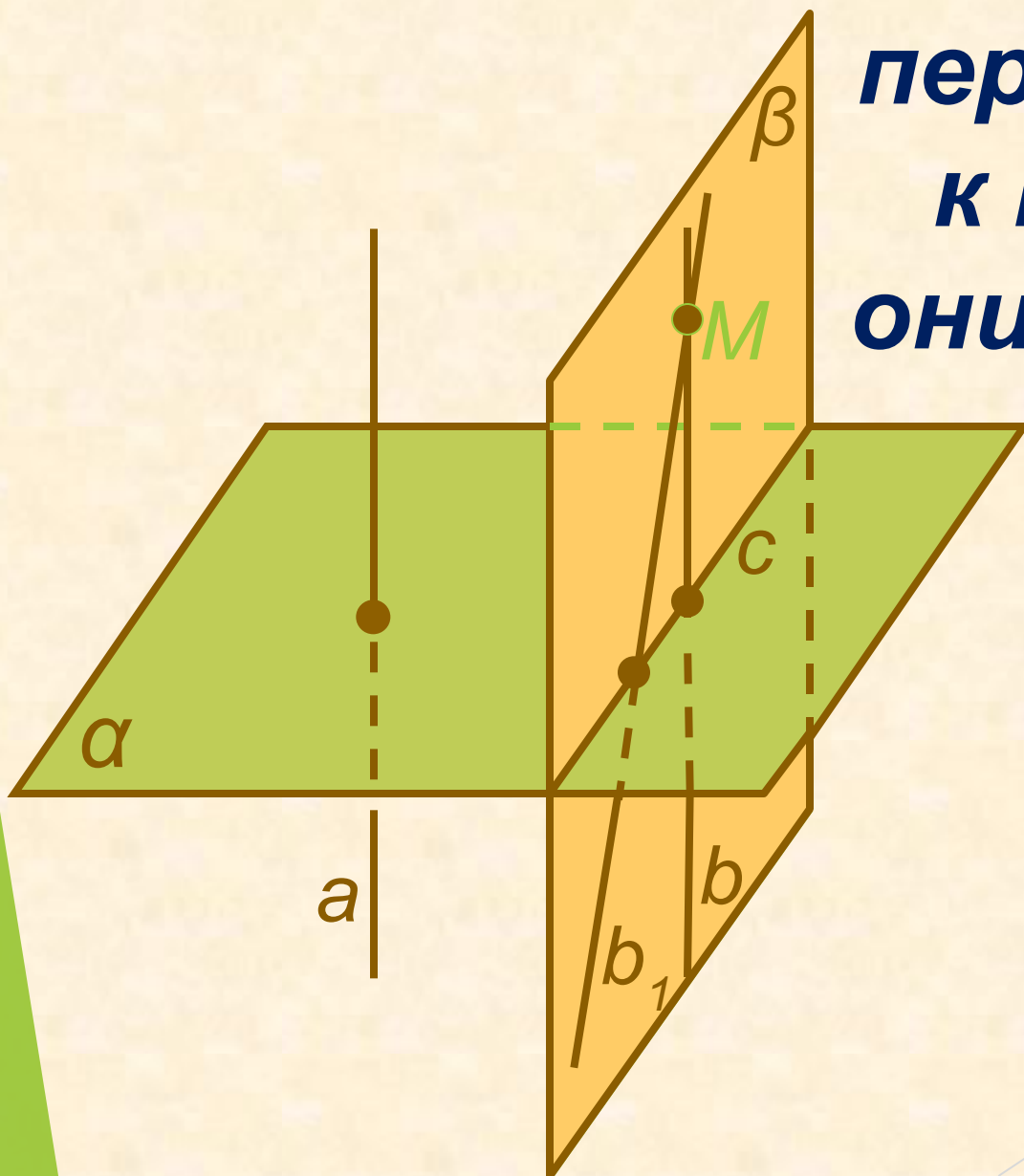
Теорема 1

Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к ней.

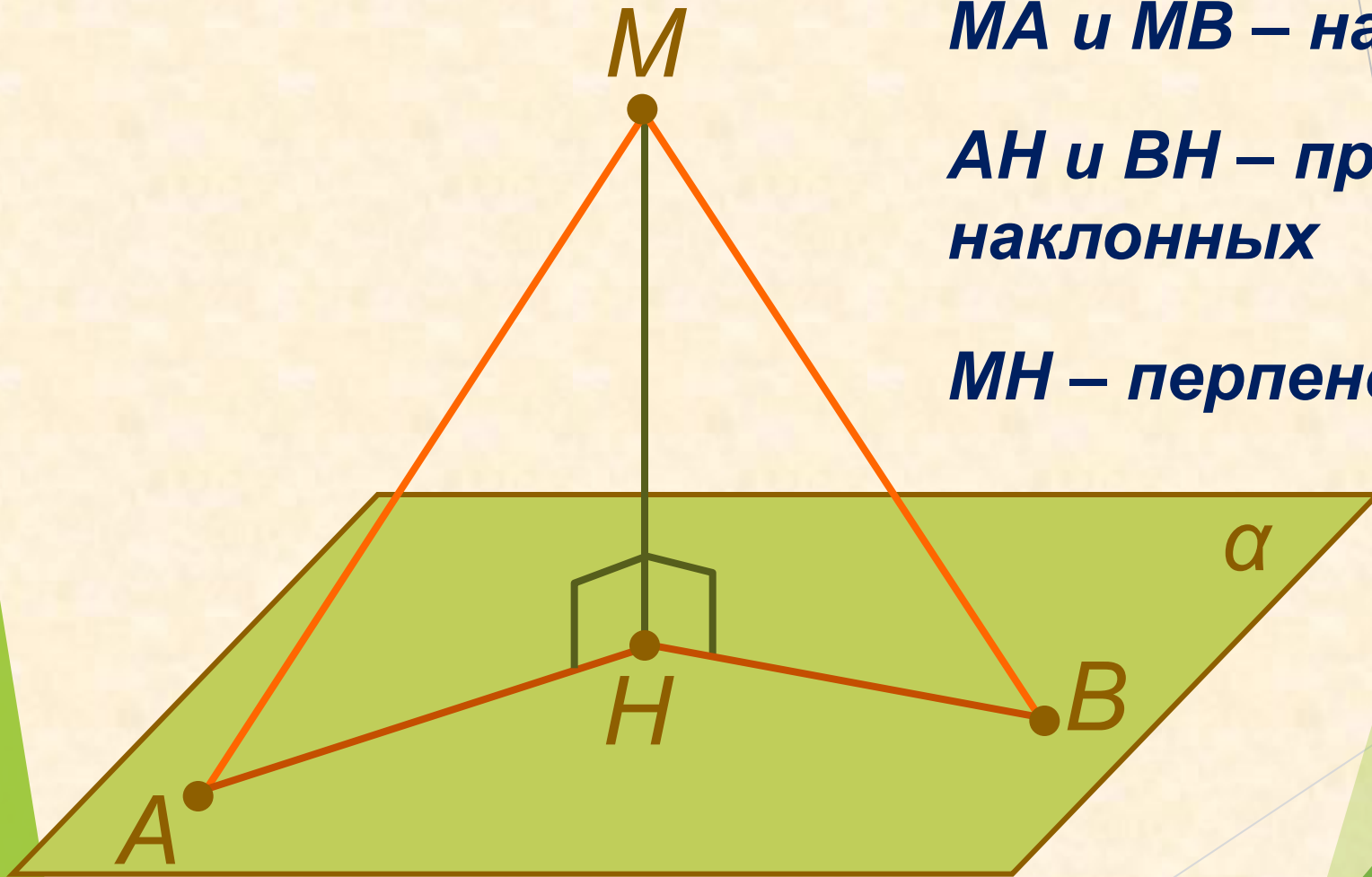


Теорема 2

Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.



Перпендикуляр и наклонная



MA и MB – наклонные

*AN и BN – проекции
наклонных*

MN – перпендикуляр

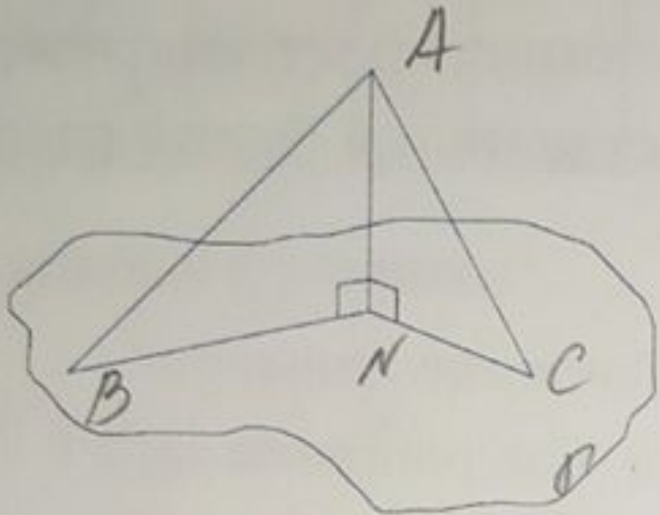


Перпендикуляр, проведенный из данной точки к плоскости, меньше любой наклонной, проведенной из той же точки к этой плоскости.

Перпендикуляр- кратчайшее расстояние от точки до плоскости.

Длина перпендикуляра называется расстоянием от точки до плоскости.

Задача 1. Из точки к плоскости проведены две наклонные. Найдите длины наклонных, если одна из них на 26см больше другой, а проекции наклонных равны 12см и 40см.



Дано: $A \notin \gamma$, $AB = 26 + AC$

$BN = 40 \text{ см}$, $NC = 12 \text{ см}$

Найти: AB , AC

Решение: Пусть $AC = x$, тогда $AB = 26 + x$.

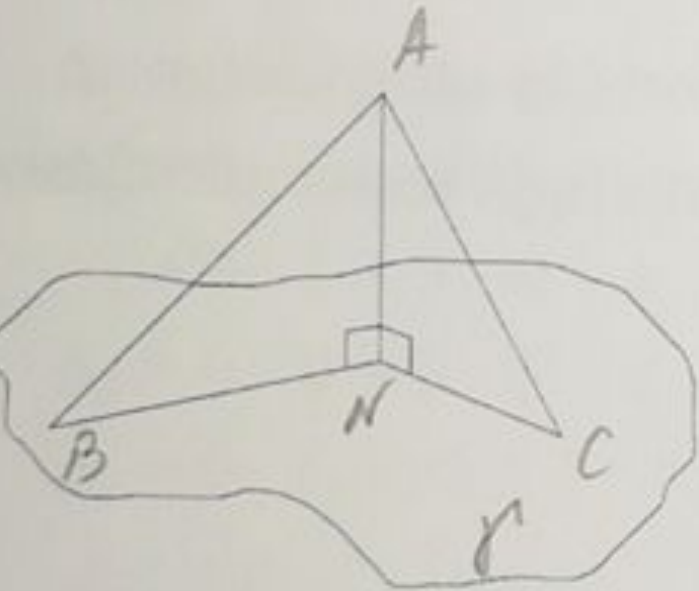
$$\Delta ABN: AN^2 = (26+x)^2 - 40^2$$

$$\Delta ACN: AN^2 = x^2 - 12^2$$

$$\Rightarrow (26+x)^2 - 40^2 = x^2 - 12^2, x = 15 \Rightarrow AC = 15, AB = 41$$

Ответ: 15 и 41

Задача 2. Из точки к плоскости проведены две наклонные. Найдите длины наклонных, если наклонные относятся как 1:2, а проекции наклонных равны 1 см и 7 см.



Дано: $A \notin \gamma$, $AB:AC=1:2$

$BN=1\text{ см}$, $NC=7\text{ см}$

Найти: AB , AC

Решение: Пусть $AB=x$, тогда $AC=2x$.

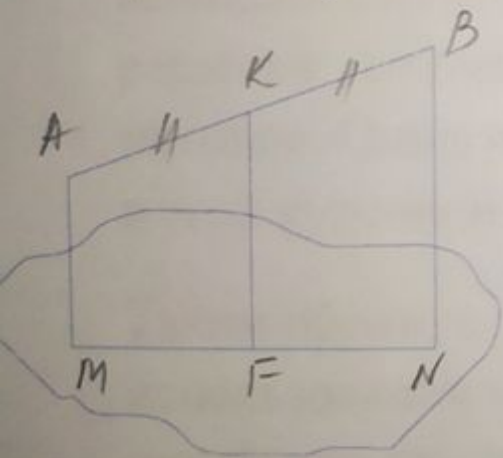
$$\triangle ABN: AN^2 = x^2 - 1$$

$$\triangle ACN: AN^2 = (2x)^2 - 7^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 1 = (2x)^2 - 7^2 \Rightarrow x = 4, AB = 4, AC = 8$$

Ответ: 4 и 8

Задача 3. Найдите расстояние от середины отрезка АВ до плоскости, не пересекающей этот отрезок, если расстояние от точек А и В до плоскости равно 3,2см и 5,3см.



Дано: $AM=3,2\text{см}$, $BN=5,3\text{см}$, $AK=KB$

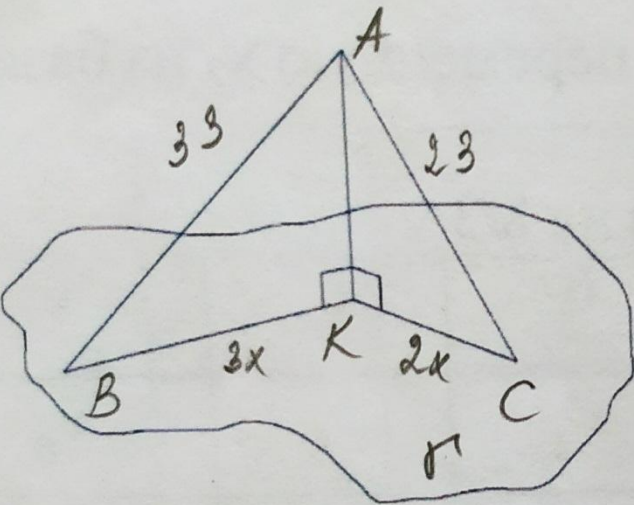
Найти: KF

Решение: По свойству параллельного проектирования пропорции отрезков сохраняются $\Rightarrow F$ -середина $MN \Rightarrow KF$ -

средняя линия трапеции $ABNM \Rightarrow KF=(5,3+3,2)/2=4,25$.

Ответ: $4,25\text{см}$

Задача 4. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 23 и 33см. Найдите расстояние от этой точки до плоскости, если проекции наклонных относятся как 2:3.



Дано: $A \notin \gamma$, $AB=33\text{см}$, $AC=23\text{см}$

$BK:KC=3:2$

Найти: AK

Решение: Пусть $BK=3x$, тогда $KC=2x$.

$$33^2 - 9x^2 = 23^2 - 4x^2 \Rightarrow x^2 = 112, \quad KC^2 = 4 \cdot 112$$

$AK=9$ (из $\triangle AKC$)

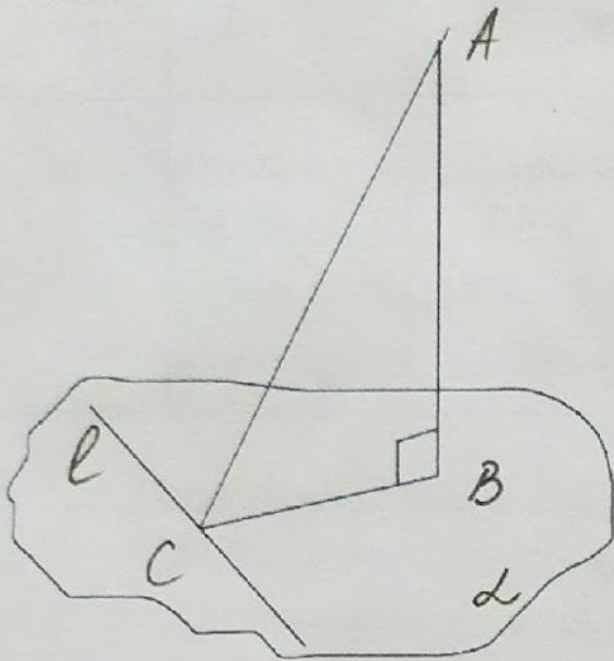
Ответ: 9см

Задача 5. Из точки, не принадлежащей данной плоскости, проведены к ней две наклонные, сумма длин которых равна 22 см. Проекции этих наклонных на плоскость равны 7 см и 10 см. Найдите длины наклонных.

Задача 6. Найдите расстояние от середины отрезка АВ до плоскости, не пересекающей этот отрезок, если расстояния от точек А и В до плоскости равны $1\frac{7}{12}$ см и $2\frac{31}{48}$ см.

Теорема о трех перпендикулярах

T : Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и самой наклонной.

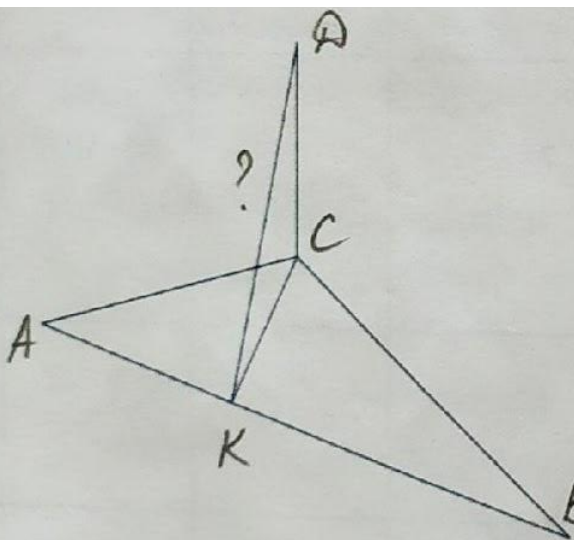


AB-перпендикуляр, AC-наклонная

$$l \perp CB \Rightarrow l \perp CA$$

Обратное тоже верно.

Задача 7. Из вершины прямого угла C равнобедренного прямоугольного треугольника ABC восстановлен перпендикуляр CD к плоскости треугольника. Найдите расстояние от точки D до гипотенузы треугольника, если $BC=2\text{см}$, $CD=1\text{см}$.



Дано: $\triangle ABC$ -равнобедренный,
 $\angle C = 90^\circ$, $CD \perp (ABC)$,
 $BC=2\text{см}$, $CD=1\text{см}$

Найти: KD

Решение: 1. $DK \perp AB \Rightarrow$ по теореме о трех \perp -х $CK \perp AB$, т.е. CK - высота равнобедренного \triangle , по свойству высоты равнобедр \triangle CK является медианой $\Rightarrow AK=KB$.

2. $\triangle ABC$: $AB^2=4+4=8$, $AB=2\sqrt{2}$, $KB=\sqrt{2}$

3. $\triangle СКВ$: $КС=\sqrt{2}$

4. $\triangle КДС$: $DK=\sqrt{3}$ Ответ: $\sqrt{3}$

Задача 8: В равнобедренном треугольнике ABC основание $CB = 12\text{м}$, боковая сторона 10м . Из вершины A проведен отрезок $AD = 6\text{м}$ и перпендикулярный плоскости ABC. Найдите расстояние от точки D до стороны BC.

Дома:

Задачи 5, 6 и 8 решить
самостоятельно,
выслать решения в ВК.