Сегодня: среда, 20 марта 2019 г.

МОДУЛЬ 2. Тема 2. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

2.1. Основные эксперименты

2.2. Принцип Гюйгенса-Френеля

2.3. Метод зон Френеля

*2.4. Дифракция на краю полуплоскости

2.5. Дифракция Фраунгофера

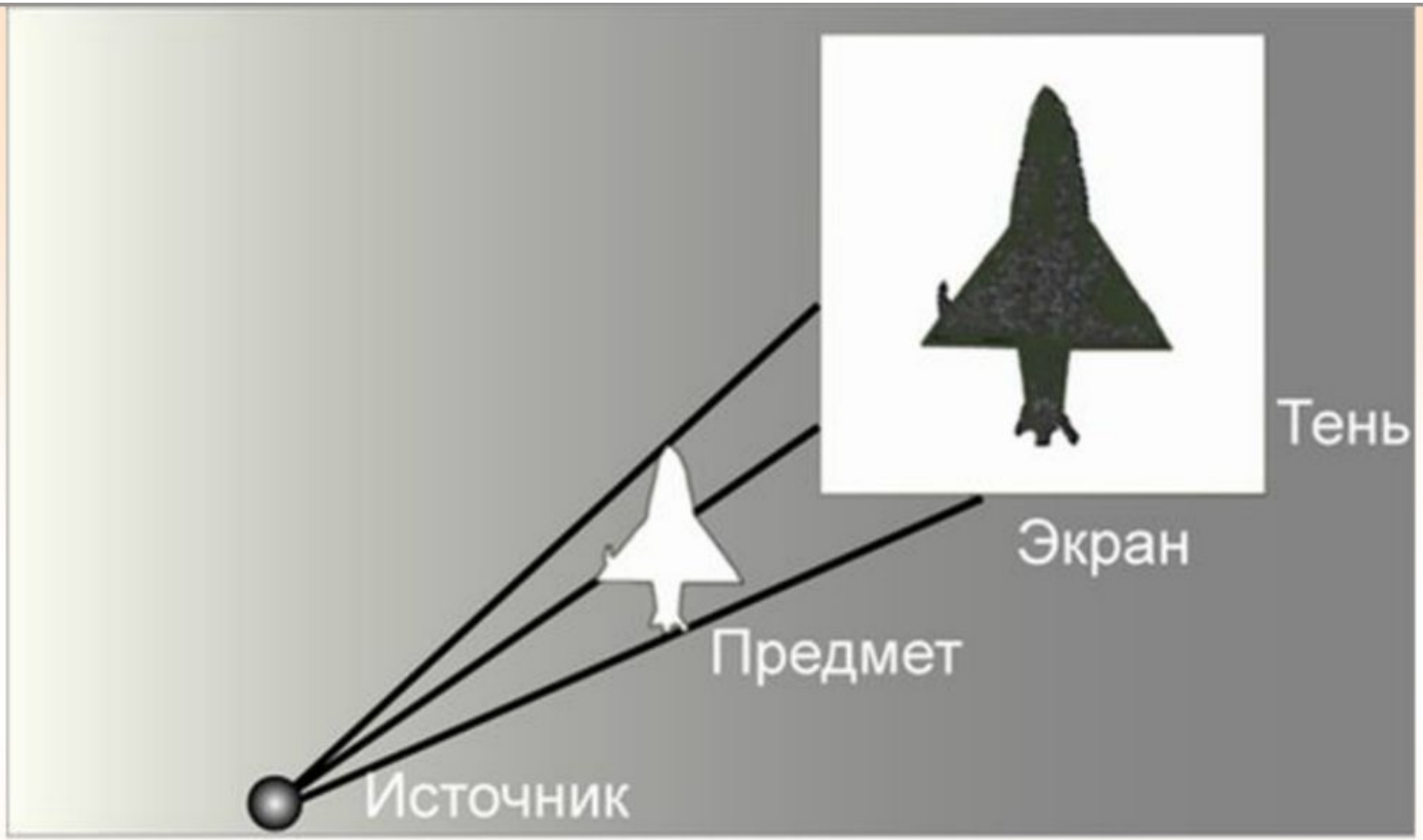
2.6. Дифракция на щели. Метод векторных диаграмм

2.7.Дифракционная решетка

Дифракция света. Основные эксперименты.

https://www.youtube.com/watch?v=CgMtDyeJLNw

Учебный фильм **по дифракции**

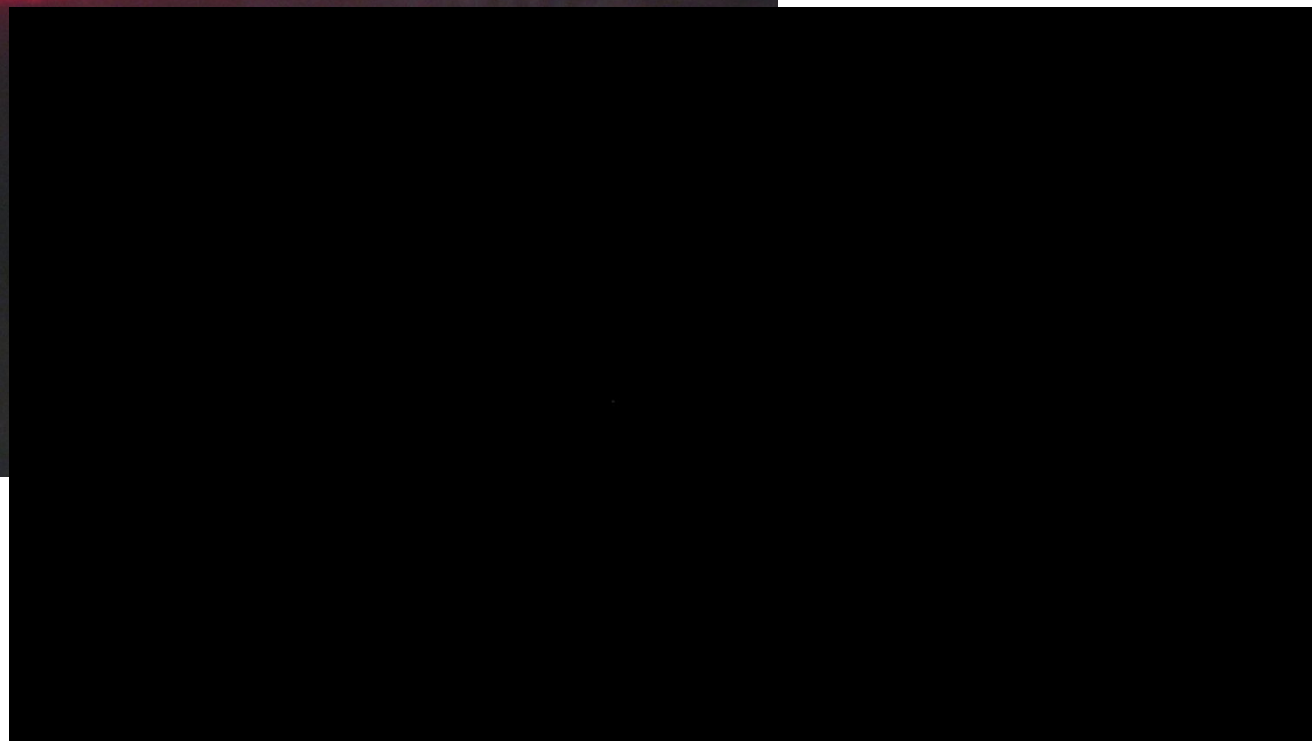


Тень, отбрасываемая предметом, обусловлена прямолинейностью распространения световых лучей в оптически однородных средах

Если размеры препятствия много больше длины волны, то волны за него не проникают, создается область тени: световая тень, звуковая тень, ограничения при передаче телевизионного сигнала…

Область тени в случае поверхностных волн: невозмущенная поверхность воды за большим валуном

Криволинейное распространение луча в неоднородной среде



Текст видеоматериала

0:08
В среде с переменным показателем преломления, я имею в виду меняющимся от точки к точке, не от времени зависящим, а зависящим от координат точки, луч света кривой.

0:27
Вот можно это видеть

0:30
на примере луча, распространяющегося в соляном растворе: раствор поваренной соли NaCl в воде. По высоте существует некий градиент концентрации NaCl, поэтому показатель преломления меняется по высоте. В результате, как вы видите, луч кривой, выпуклость обращена вверх, так что с помощью такого луча можно заглянуть за горизонт. Этот эффект есть основа всех миражей,

1:04
которые наблюдаются в пустыне, надо морем, над большими озерами. В этих случаях градиент показателя преломления обусловлен градиентом температуры, градиентом влажности, ну и изменением других характеристик воздуха над поверхностью. В пустыне над накаленной поверхностью воздух горячий, чем выше, тем ниже его температура.

1:36
Над водной поверхностью меняется концентрация водяного пара, ближе к поверхности она больше. Это обуславливает изменения показателя преломления при переходе от точки к точке по высоте.

1:54
Форму этого кривого луча можно получить с помощью принципа Ферма, который гласит, что свет распространяется вдоль такого пути, оптическая длина которого минимальна, ну, строго говоря, экстремальна, в подавляющем большинстве случае — минимальна.

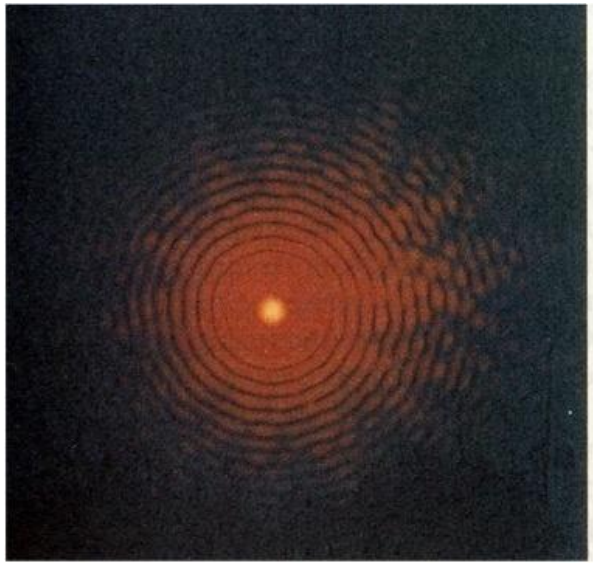
Дифракция– **это всякое уклонение от прямолинейного распространения света, если оно не может быть истолковано как результат отражения, преломления или изгибания световых лучей в средах с непрерывно меняющимся показателем преломления.**

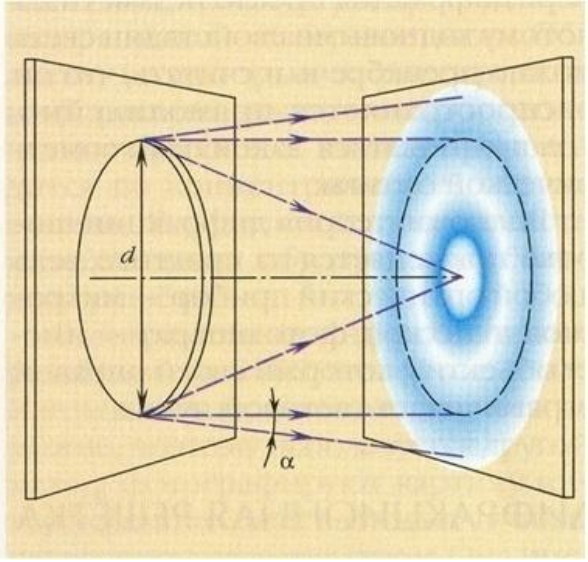
1. Дифракция от точечного источника на диске.

«Пятно Пуассона»

Ж. Н. Делиль, 1715 г.,

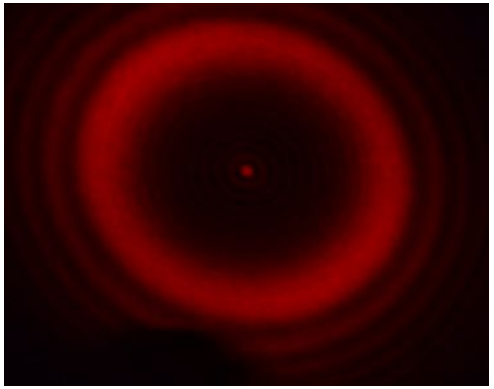
О. Ж. Френель, 1818 г.

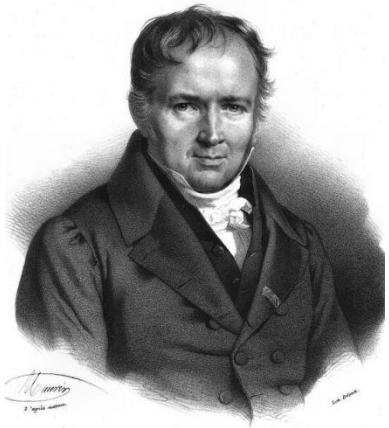




Пуассон «вывел из интегралов автора (Френеля) тот результат, что центр тени от круглого непрозрачного экрана должен быть таким же освещённым, как если бы экран не существовал» (Араго).

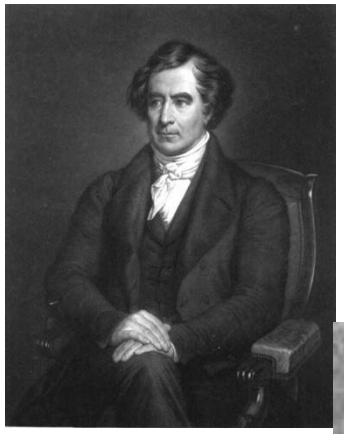
ЕСТЬ ЛИ В ЦЕНТРЕ ТЕНИ СВЕТЛОЕ ПЯТНО?





Симеон Дени Пуассон

Французская академия наук (1818 г)



Доминик Франсуа Жан Араго

Огюстен Жан Френель

Основные эксперименты по дифракции

1. Заложил основы теории дифракции света.
2. Исследовал поляризацию света («призма Френеля», представление о естественном свете, как сумме плоско поляризованных волн, поперечность световых волн).
3. Заложил основы кристаллооптики.
4. Изучил рефракцию света атмосферой.
5. Разработал систему освещения маяков, в которой важнейшей частью была сконструированная Френелем ступенчатая линза.

Огюст Жан Френель
(1788 - 1827)

Основные эксперименты по дифракции

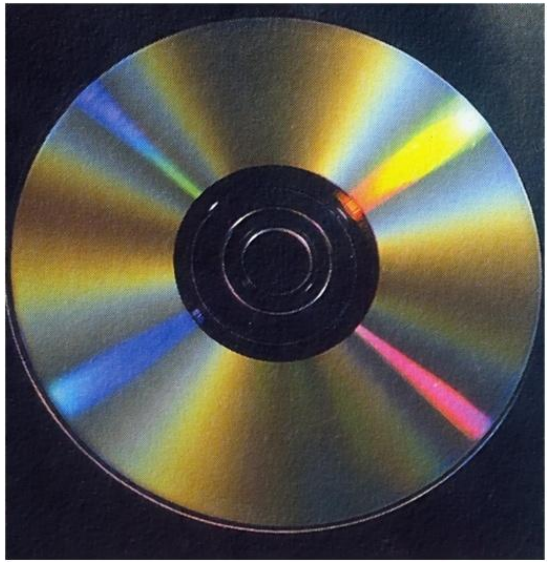
Дифракция плоских волн.

(Йозеф Фраунгофер (1787 – 1826))

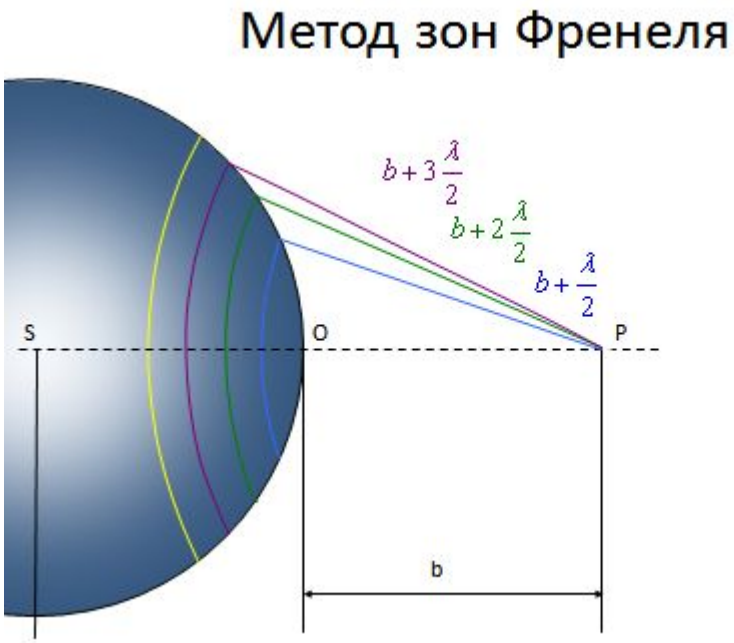
1. Дифракция на щели (отверстии).
2. Дифракция на преграде (нити).
3. Дифракция на периодической структуре (дифракционной решётке)

См. наши лабораторные работы

На сайте Варгина А.Н.
http://www.ph4s.ru/book_ph_optica.html
выложен сборник
В.В. Лосев, Т.В. Морозова. Оптика.
Лабораторный практикум по курсу общей физики. Рассмотрена подробно теория с поясняющими графиками и рисунками лабораторных работ.

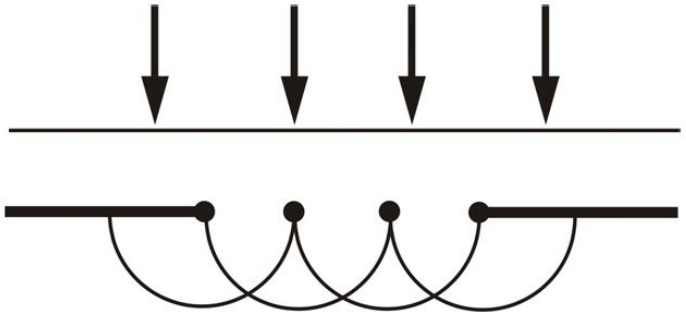


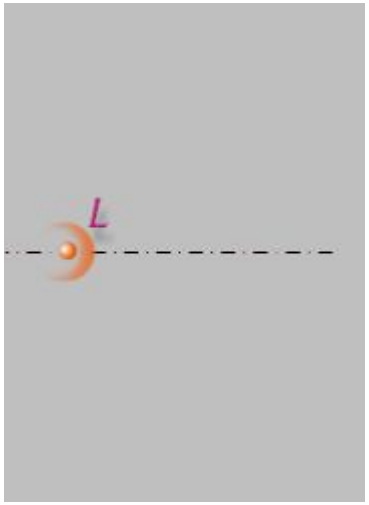
Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля.



2.2.Принцип Гюйгенса - Френеля.

Распространение электромагнитных волн можно описывать с помощью принципа Гюйгенса – Френеля.





Построение огибающей волны:

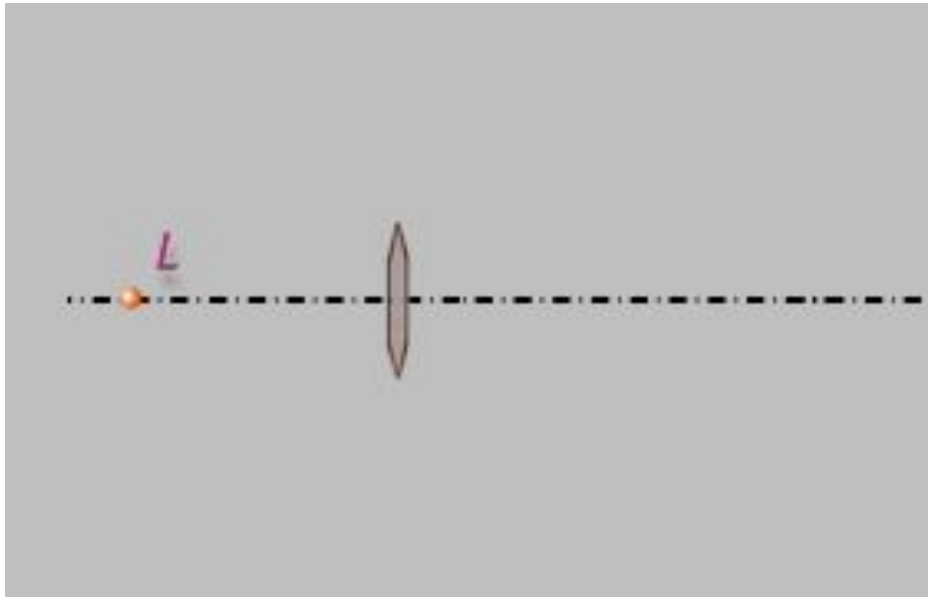
Каждый элемент поверхности, которой достигла в данный момент волна (т.е. каждая точка волнового фронта) является центром вторичных волн, огибающая которых становится волновым фронтом в более поздний момент времени –принцип Гюйгенса

Подробно лекция МФТИ **см.13.36 по 17.10 мин**
http://lectoriy.mipt.ru/lecture/Physics-Optics-L03-Kozel-090226.01#00:08:00.000

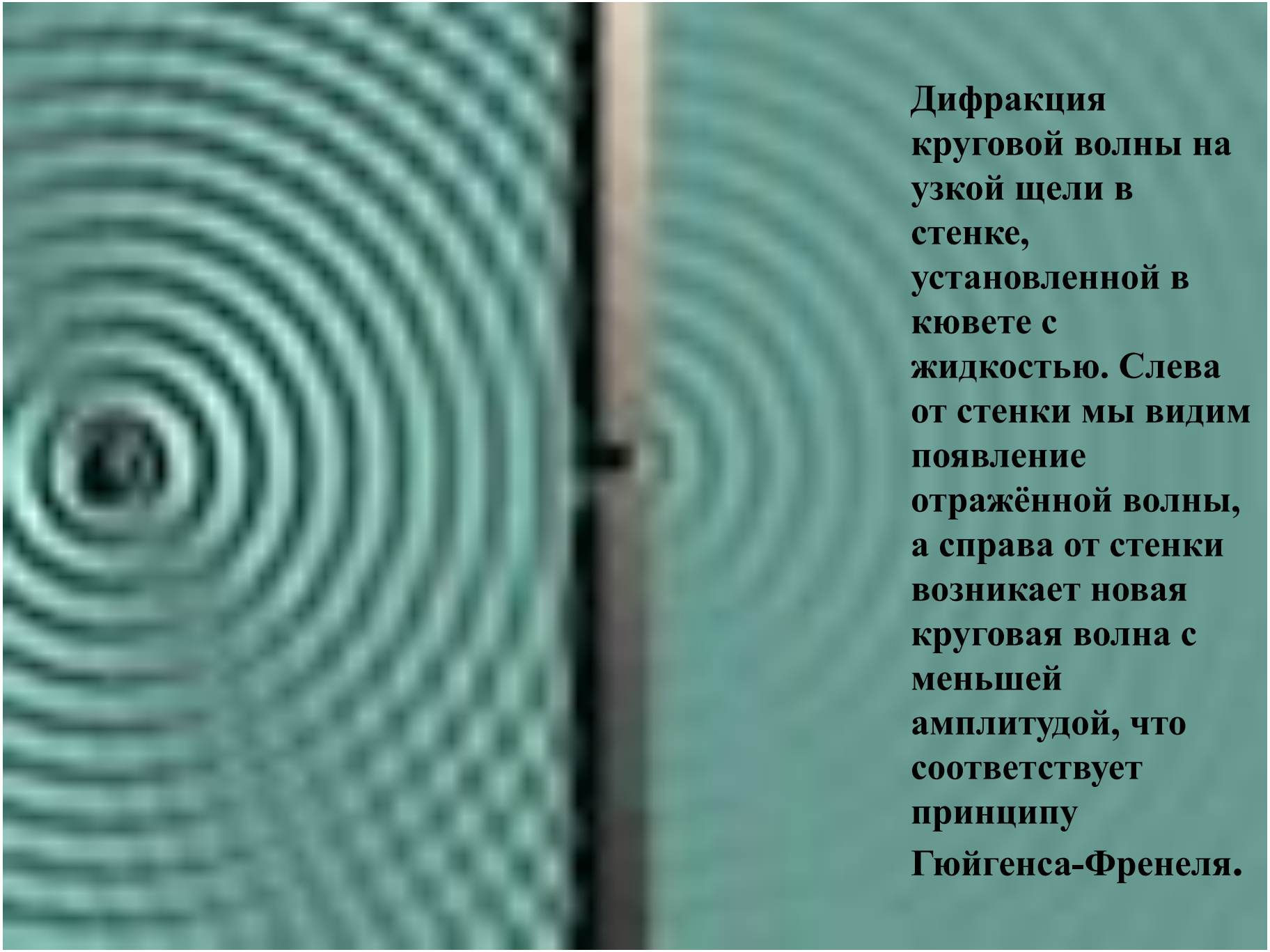
Принцип Гюйгенса лежит в основе некоторых приближенных методов решений задач дифракции, так как позволяет получить волновой фронт в любой момент времени. Гюйгенс считал, что отдельные вторичные волны слишком слабы и что заметное световое действие они производят только на их огибающей. Огибающая вторичных волн обрывается на границе геометрической тени. За границу геометрической тени проникнут только отдельные вторичные волны, действие которых по предположению Гюйгенса пренебрежимо мало. Пользуясь этим принципом, можно объяснить такие явления как распространение света от точечного источника, распространение светового пучка, отражение и преломление света.

Для объяснения огибания световыми волнами препятствий, Френель дополнил принцип Гюйгенса представлением о том, что вторичные световые волны могут, как усиливать, так и ослаблять друг друга.

Иначе говоря, они могут интерферировать. Кроме того, Френель предположил, что амплитуда вторичной волны убывает с увеличением угла между нормалью к волновому фронту и направлением излучения вторичной волны.



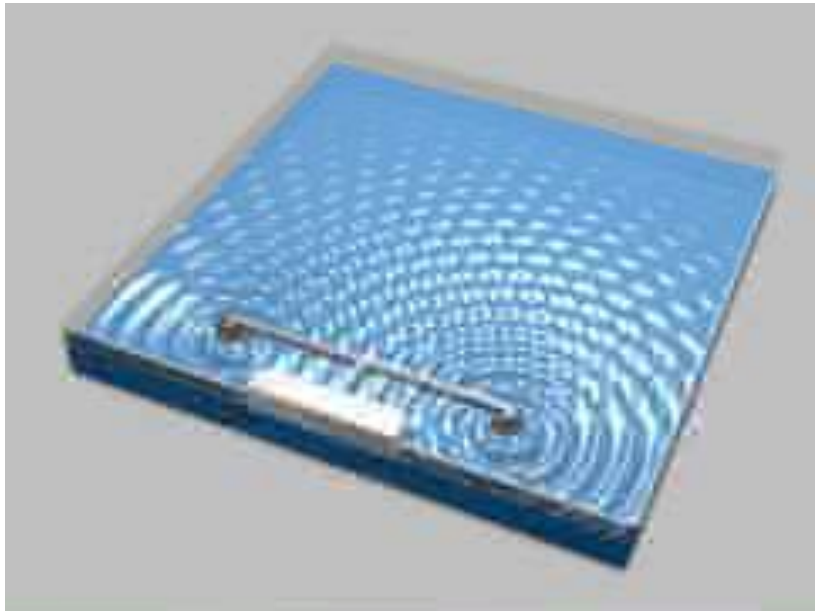
Если световая волна в какой-то момент времени встречает на своем пути препятствие, то, пользуясь **принципом Гюйгенса-Френеля,** мы также можем найти волновой фронт в следующий момент времени, только в этом случае источником вторичных волн будет открытая часть волнового фронта, поскольку через непрозрачную часть препятствия излучение не проходит.

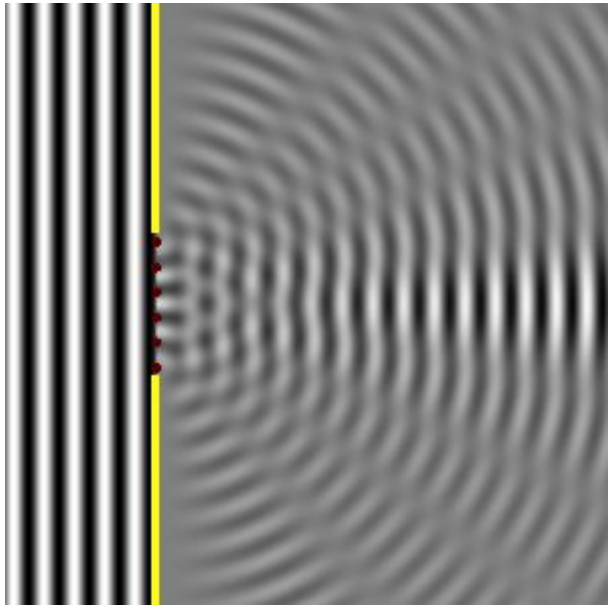


Дифракция круговой волны на узкой щели в стенке, установленной в кювете с жидкостью. Слева от стенки мы видим появление отражённой волны, а справа от стенки возникает новая круговая волна с меньшей амплитудой, что соответствует принципу Гюйгенса-Френеля.

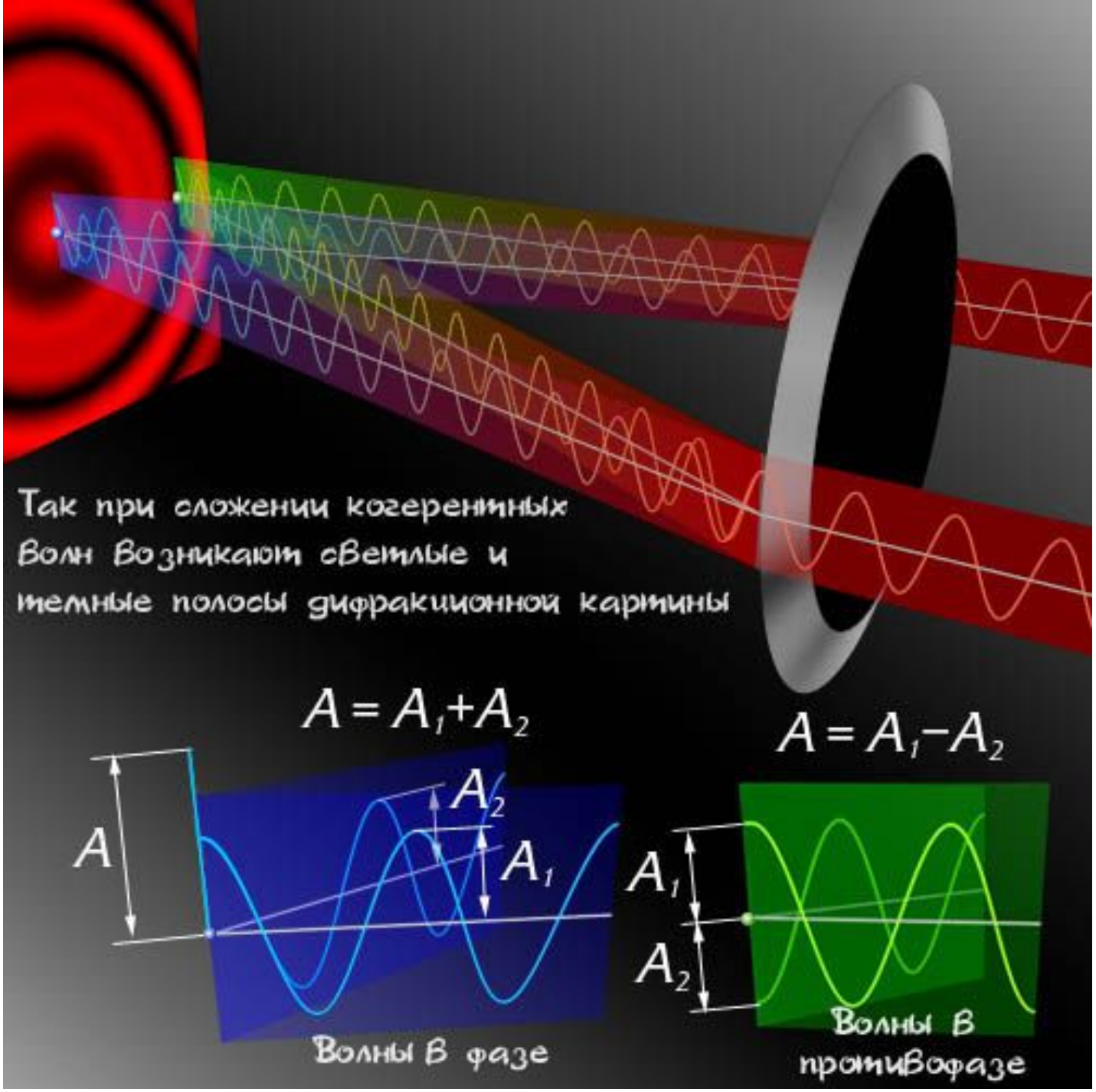
Вид дифракционной картины, возникающей на экране (систему чередующихся светлых и темных колец для случая, когда дифракция происходит на диске), **можно объяснить, лишь принимая во внимание интерференцию вторичных волн**. Освещенность в каждой точке экрана (то есть вид дифракционной картины) есть результат общего (суммарного) действия вторичных волн. Поэтому, чтобы найти световое поле в каждой точке экрана, нужно просуммировать напряженности электрических полей от всех вторичных источников, приходящих в данную точку.

Результат сложения волн зависит как от **амплитуды**, так и от **разности фаз.** **Френель предположил,** что поскольку все вторичные источники возбуждаются одним и тем же источником, то разность фаз вторичных волн постоянна во времени (это означает, что расстояние между гребнем одной волны и гребнем другой по мере распространения волн не меняется с течением времени). Таким образом, эти сферические волны распространяются согласованно (т.е. являются когерентными).



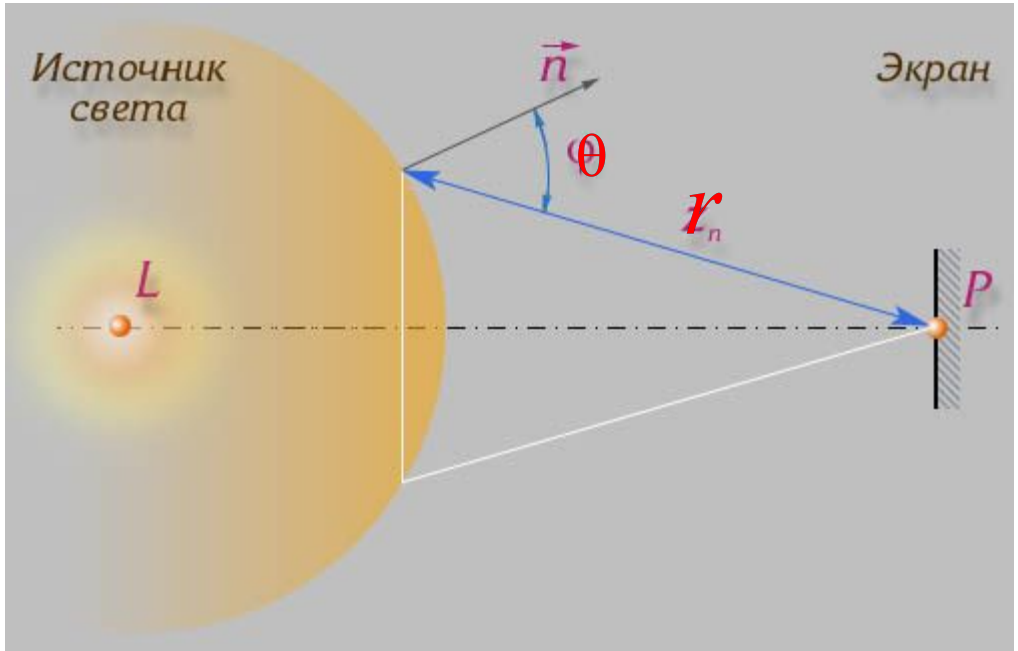


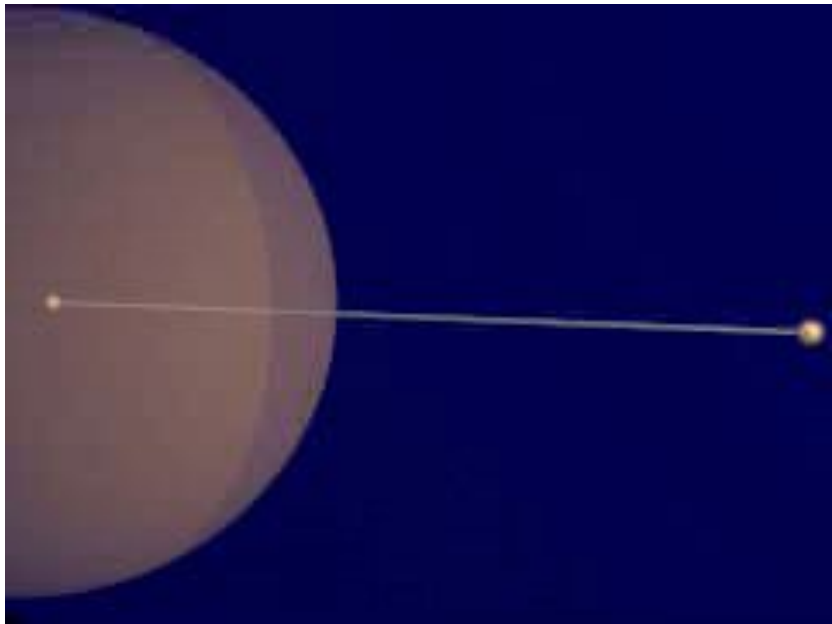
Вспомним как складывались две когерентные волны на примере механических волн на поверхности жидкости. Мы видим, что в тех местах, где встречаются гребни волн (разность фаз равна нулю), происходит усиление возмущения поверхности воды, а там, где гребень одной волны встречается с впадиной другой (волны находятся в противофазе), поверхность воды практически не будет возмущена. Таким образом, в результате сложения когерентных волн образуется интерференционная картина - устойчивое во времени распределение суммарной амплитуды.

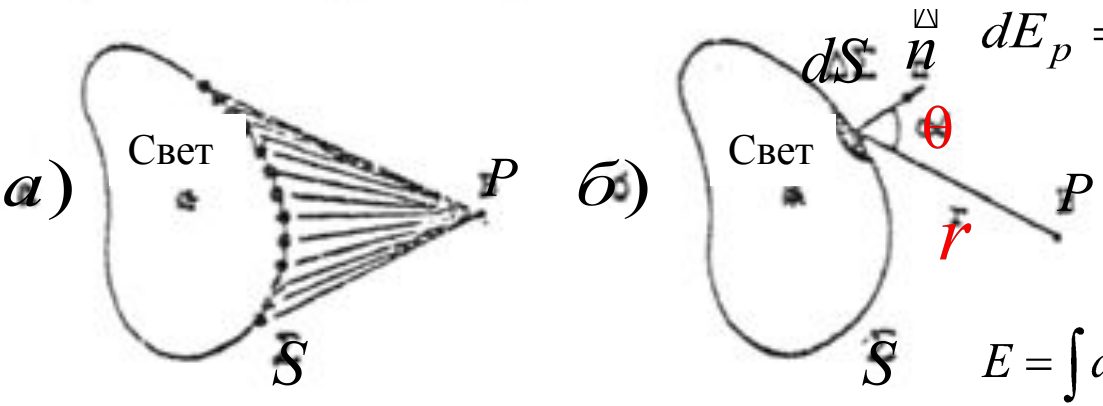

Так при сложении когерентных волн возникают светлые и темные полосы дифракционной картины
$A = A_1 + A_2$
A
A_2
A_1
Волны в фазе
$A = A_1 - A_2$
A_1
A_2
Волны в противофазе

Таким образом, **принцип Гюйгенса-Френеля** формулируется следующим образом:

Каждый элемент волновой поверхности можно рассматривать как источник вторичных когерентных сферических волн, амплитуды которых пропорциональны амплитуде первичной волны, приходящей к элементу, а также площади самого элемента, а результирующее волновое поле в каждой точке пространства будет определяться интерференцией этих волн. На этом принципе основан метод зон Френеля







$$dE_p = K_0 \frac{a \cdot dS \cos\theta}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0)$$

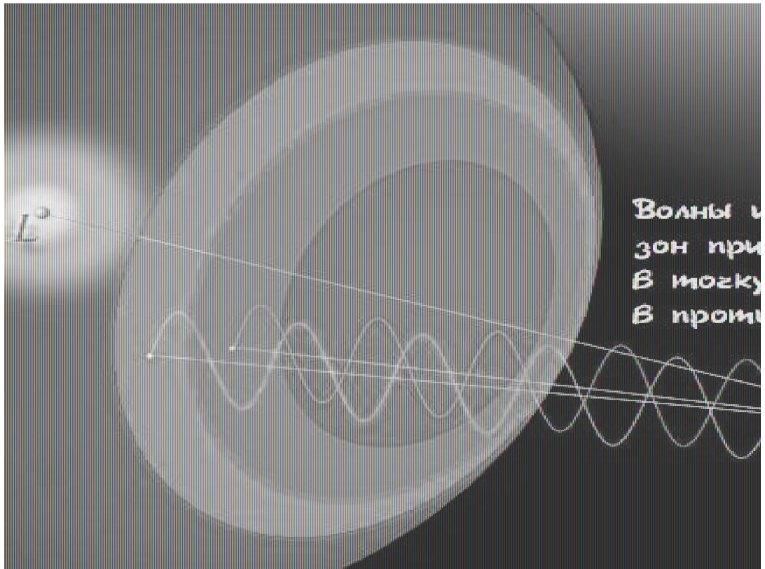
$$E = \int_S dE = \int_S K_0 \frac{a \cdot \cos\theta}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0) dS$$

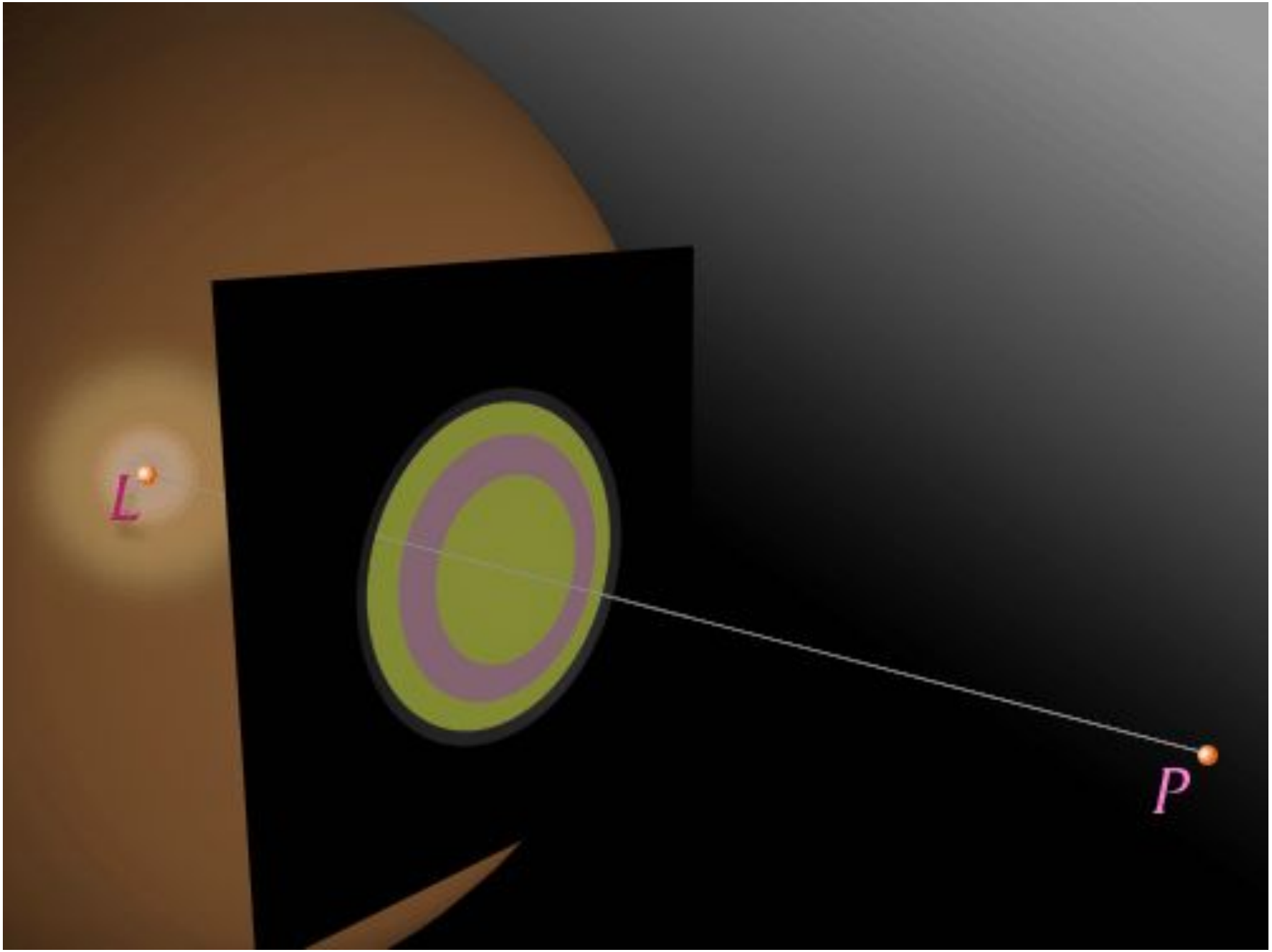
Используя принцип Гюйгенса-Френеля для объяснения дифракционной картины, необходимо учитывать ряд обстоятельств. **Во-первых,** следует считать, что вторичные источники заполняют поверхность S непрерывно и равномерно, так что амплитуда колебания, идущего от малого участка поверхности S, пропорциональна площади *dS* этого участка (рис. а). **Во-вторых,** поверхность S, как и всякая светящаяся поверхность, излучает в разных направлениях неодинаково: чем больше угол θ между направлением излучения и нормалью к элементу *dS*, тем меньше амплитуда колебания, посылаемого в этом направлении. **В-третьих,** поскольку амплитуда сферической волны убывает обратно пропорционально расстоянию *r* от источника, то колебания, приходящие в точку наблюдения от более удаленных участков поверхности S, будут иметь меньшую амплитуду (рис.б).

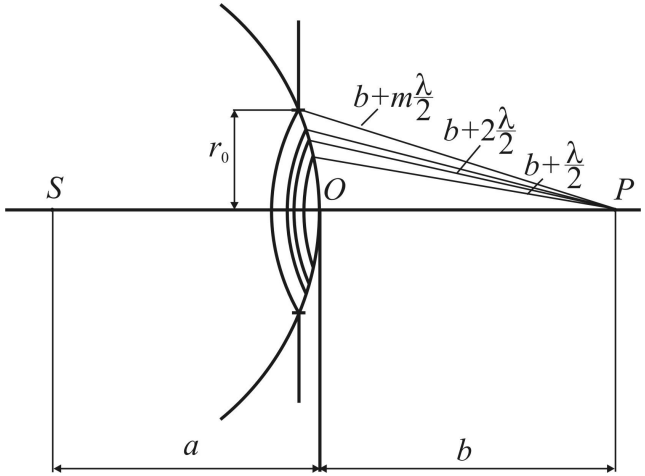
http://lectoriy.mipt.ru/lecture/Physics-Optics-L03-Kozel-090226.01#00:08:00.000

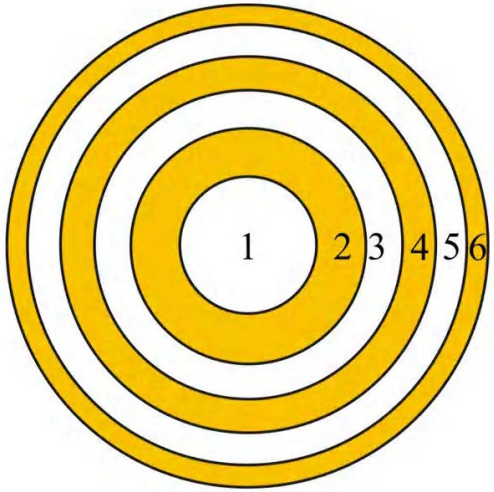
2.3.Метод зон Френеля

Две соседние зоны Френеля действуют как источники, колеблющиеся в противофазе, т.е вторичные волны, распространяющиеся из **соседних зон** в точке наблюдения будут **гасить** друг друга . Чтобы найти освещенность в точке наблюдения **P** нужно просуммировать напряженности электрических полей от всех вторичных источников, приходящих в данную точку. Результат *сложения волн* зависит от *амплитуды* и *разности фаз*. Так как разность фаз между соседними зонами равна , то можно перейти к суммированию амплитуд.

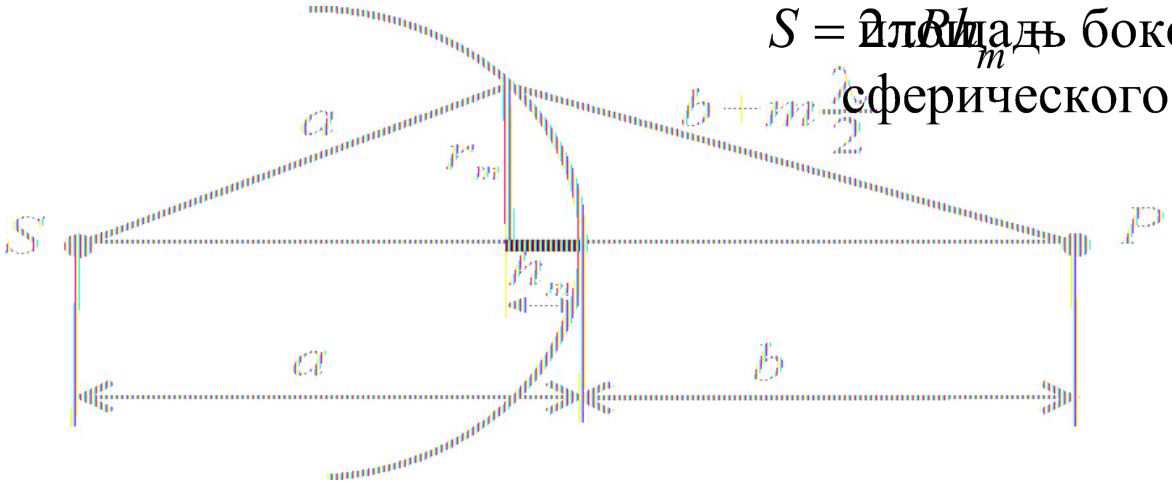



L
P



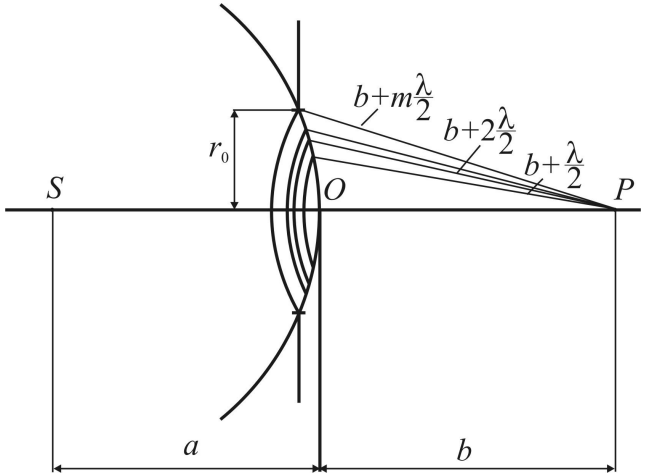


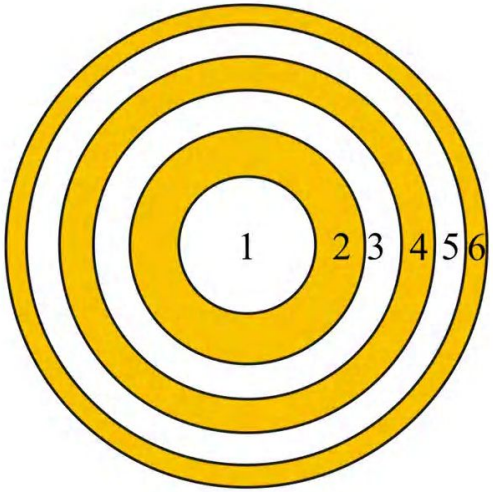
$S = 2\pi R h_m$ – площадь боковой поверхности сферического сегмента



Радиус m-ой зоны определяется выражением $r_m = \sqrt{\dfrac{ab\lambda m}{a+b}}$

Площадь m-зоны- $S_m = \dfrac{\pi ab\lambda}{a+b}$ не зависит от номера зоны.





Отверстие радиусом r_0
отрывает для точки число зон Френеля, равное

$$m = \frac{r_0^2 (a+b)}{\lambda ab}$$

Тогда, при нечетных m,

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \ldots + \left(\frac{A_{m-2}}{2} - A_{m-1} + \frac{A_m}{2} \right) + \frac{A_m}{2}$$

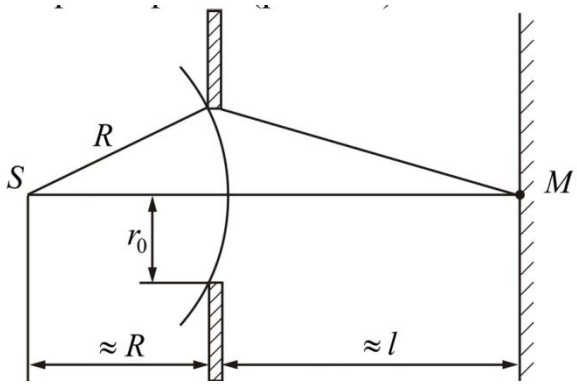
а при четных m

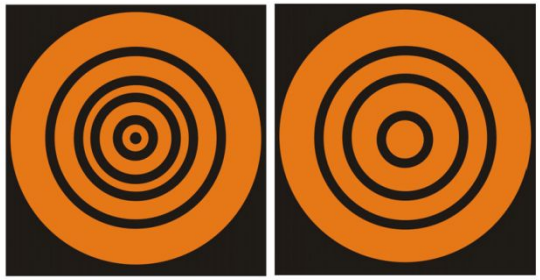
$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \ldots + \frac{A_{m-1}}{2} - A_m$$

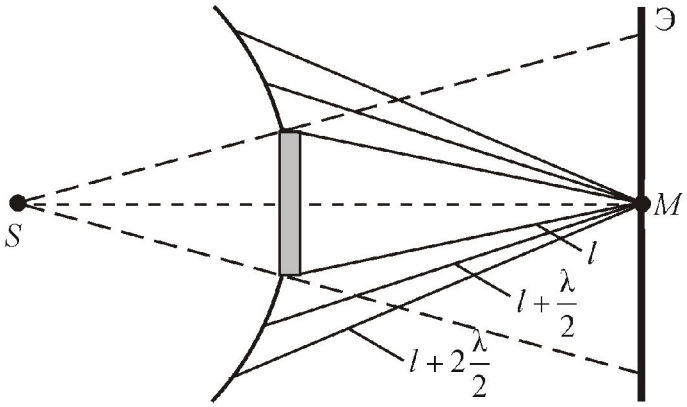
Так как в приведенных формулах выражения в скобках приблизительно равны нулю, то при нечетных m

амплитуда результирующего колебания равна $$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2} \approx A_1$$

в то время как для четных она близка к нулю







Метод зон Френеля

Для применения метода зон Френеля необходимо сделать следующее:

1. Построить чертёж, отражающий ход лучей от источника к точке наблюдения.
2. Разделить волновой фронт на зоны Френеля. При этом следует помнить, что площади зон Френеля должны быть равны.
3. Определить число зон Френеля, помещающееся в открытой части волнового фронта, на основании чего сделать выводы об освещённости точки наблюдения.
4. Разбиение волнового фронта на зоны Френеля определяется положением точки наблюдения, поэтому при переходе к другой точке наблюдения следует повторить всю процедуру сначала.

https://www.youtube.com/watch?time_continue=6&v=HtVdgY3GZak

1. Разделим волновой фронт в отверстии на такие участки (или зоны), из которых в точку наблюдения волны будут приходить с разностью хода в $\lambda/2$.

2. Тогда волны, приходящие из соседних зон в точку наблюдения с разностью хода в $\lambda/2$ будут при сложении давать минимум освещённости.

3. Если интенсивность излучения, исходящего из двух соседних зон одинакова, то при сложении будет наблюдаться не просто минимум освещённости, но полная темнота.

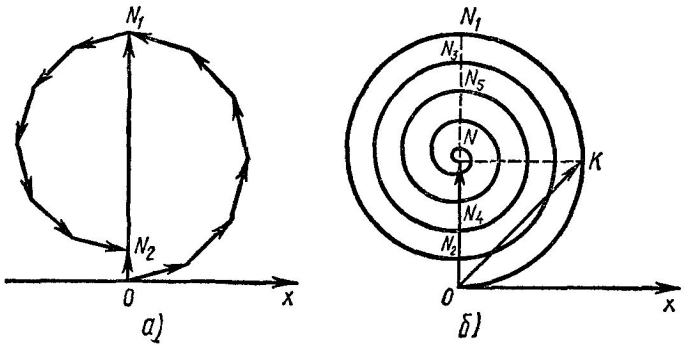
Этого можно добиться, если число точечных источников в каждой зоне одинаково. А для этого необходимо, чтобы площади зон были равны.

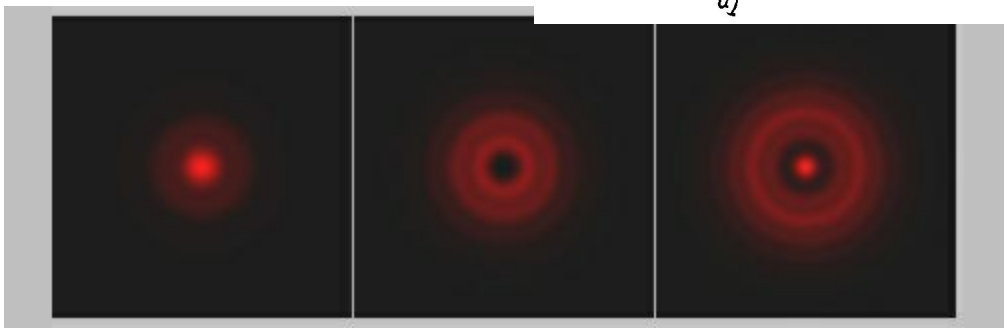
Участки волнового фронта одинаковой площади, из которых в точку наблюдения волны будут приходить с разностью хода в $\lambda/2$ называются ***зонами Френеля***.

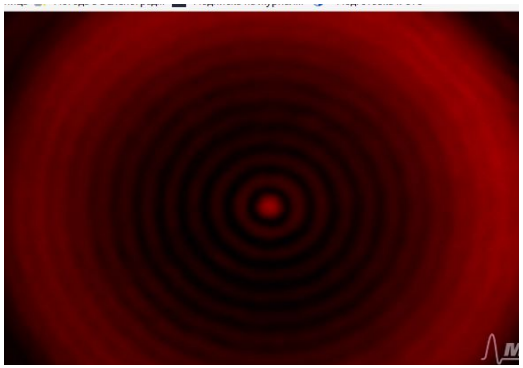
Таким образом, если в открытом участке волнового фронта укладывается чётное число зон Френеля, то две каждые соседние зоны при сложении давать минимум освещённости и в результате в точке наблюдения мы увидим тёмное пятно (полосу).

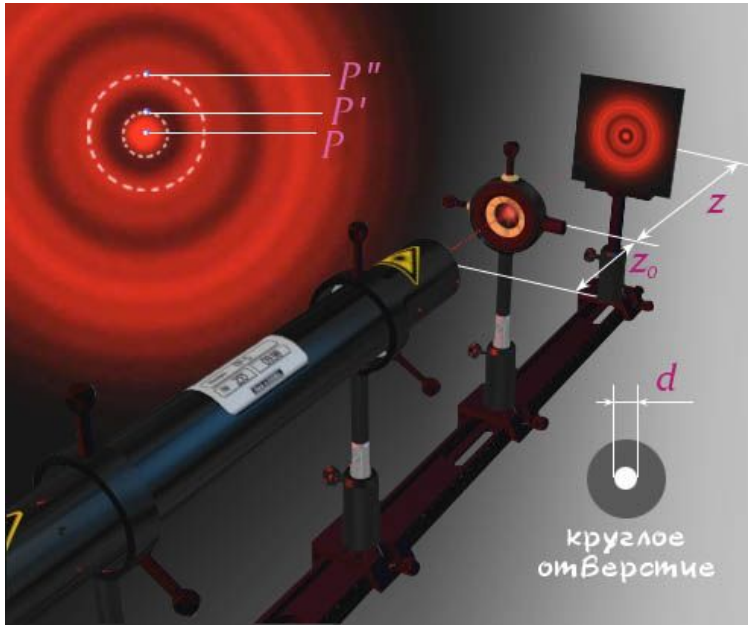
Напротив, если в открытом участке волнового фронта укладывается нечётное число зон Френеля, в точке наблюдения мы увидим светлое пятно (полосу) (Одна из зон не имеет «соседней» дающей разность хода с ней в $\lambda/2$.)

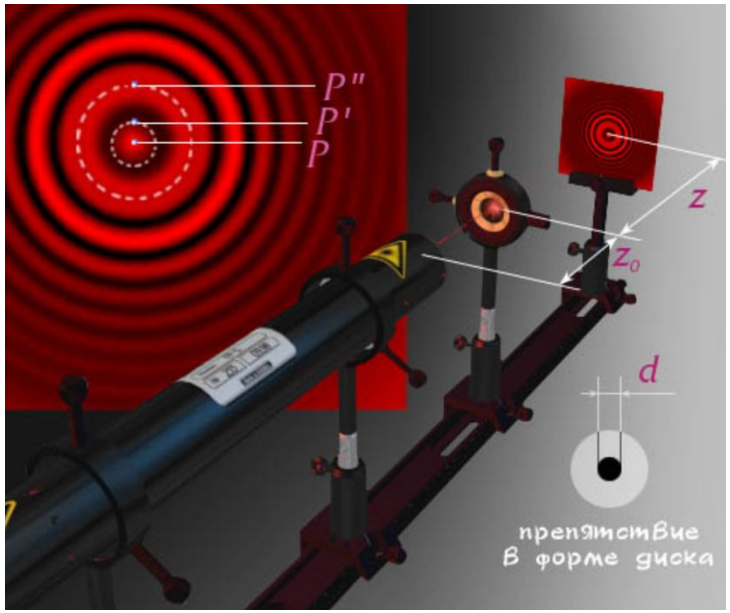
Дифракция света на диске и круглом отверстии









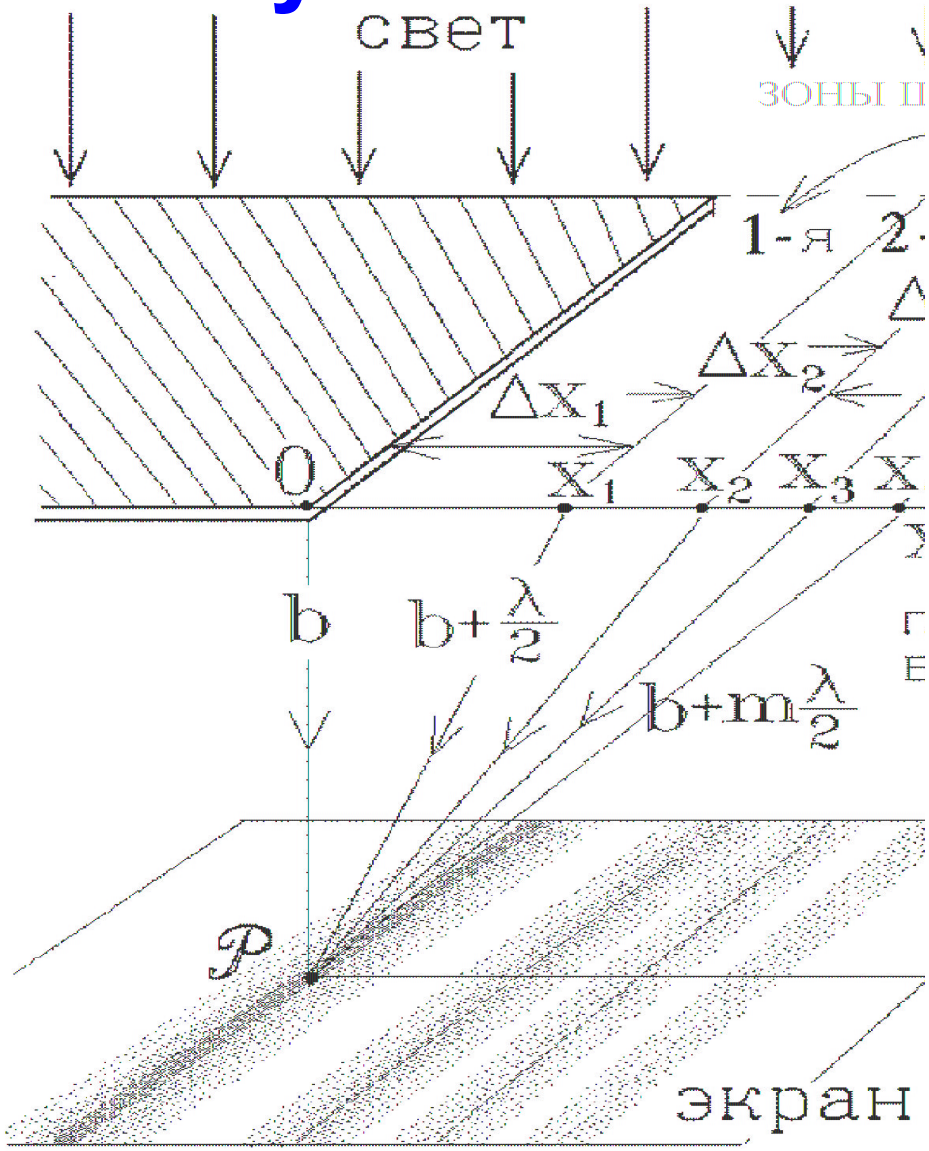


Линза Френеля

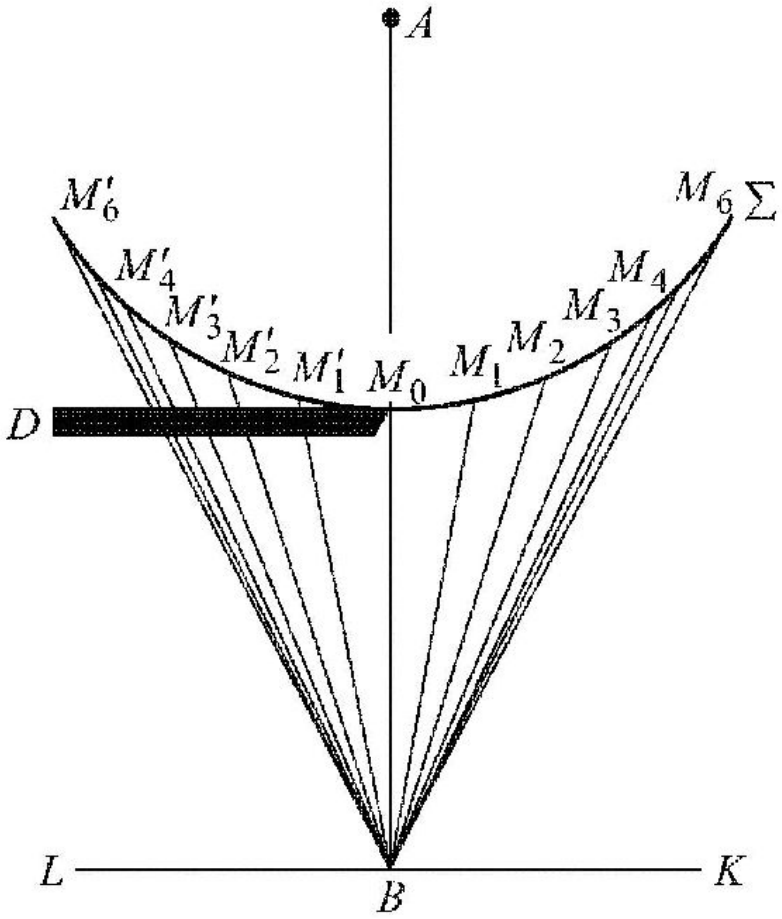
- http://fb.ru/article/69146/linza-frenelya-ot-mayakov-do-sfer-multimedia

- Со временем сфера применения линз Френеля значительно расширилась. Она включает в себя разработку фототехники, различных осветительных приборов, датчиков слежения охранных систем, концентратора энергии для солнечных коллекторов, зеркал, применяемых в телескопах. Оптические свойства линз также используются в сфере мультимедиа. Так, компанией DNP, крупнейшим производителем высокотехнологичных проекционных экранов, на основе линзы создаются экраны Supernova. А в экранах обратной проекции применяется не только линза Френеля, но и другие оптические технологии, что позволяет получить уникальнейшие средства отображения.
- В зависимости от области применения линзы могут иметь разный диаметр, различаться по типу. Известны два типа линз: кольцевые и поясные. Первые созданы для направления потока световых лучей в одну сторону. Кольцевые линзы нашли применение при ручной работе с мелкими деталями, вытеснив обычные лупы. Поясные линзы, способные пропускать пучки света в любых заданных направлениях, используются в промышленной отрасли. Линза Френеля может быть положительной (собирающей) и отрицательной (рассеивающей). Отрицательная поливиниловая линза с коротким фокусом заметно увеличивает поле зрения. **Она известна как линза Френеля парковочная**. Расширение угла обзора, которое она дает, позволяет увидеть препятствия, находящиеся внизу за автомобилем, не входящие в поле зрения боковых зеркал или зеркало заднего обзора. Такая линза существенно облегчает маневрирование при парковке, буксировке прицепа и движении задним ходом, позволяя избежать наезда на играющих детей, животных или другие объекты. Линза Френеля стала многофункциональным средством, ее изобретение сыграло немаловажную роль в развитии технологической сферы.

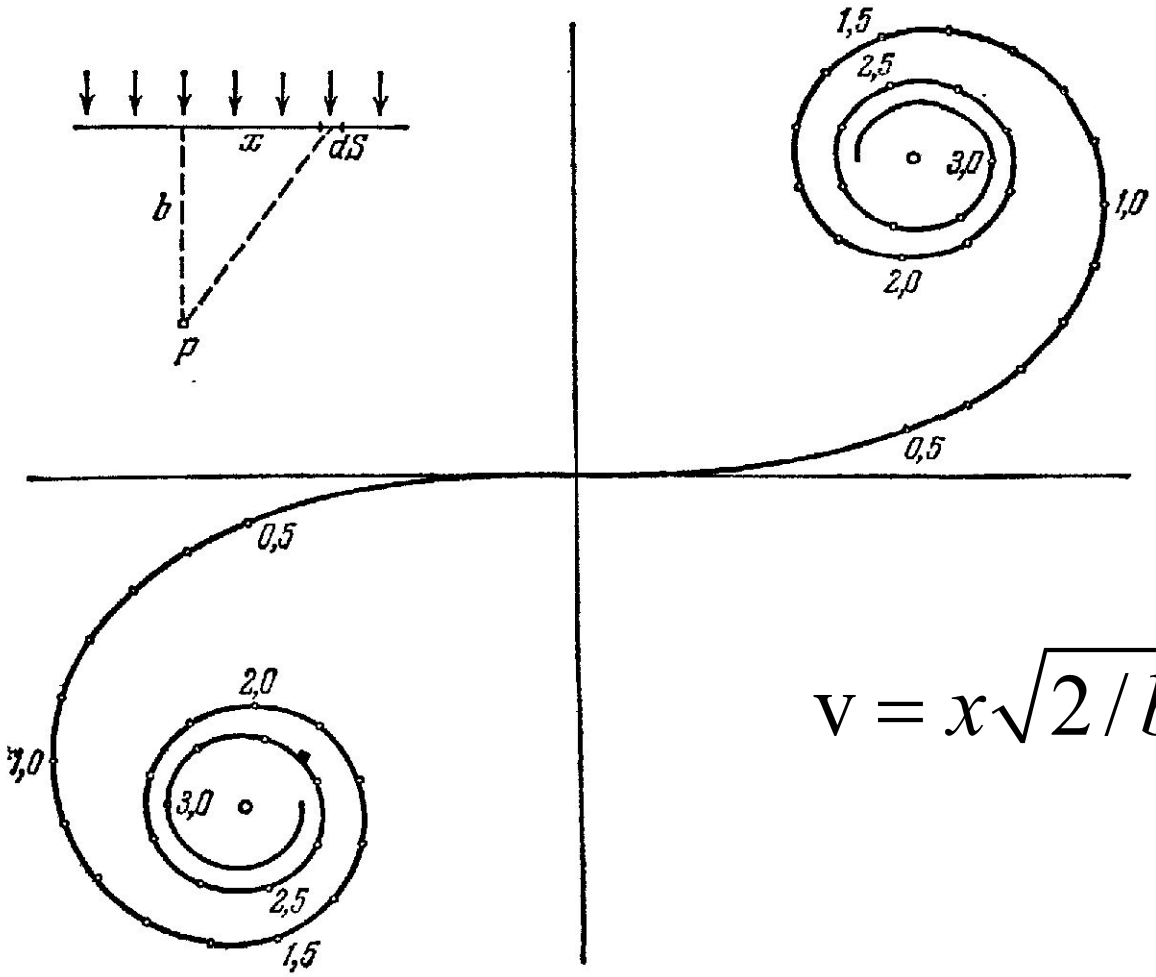
2.4. Дифракция на краю полуплоскости



Зоны Шустера

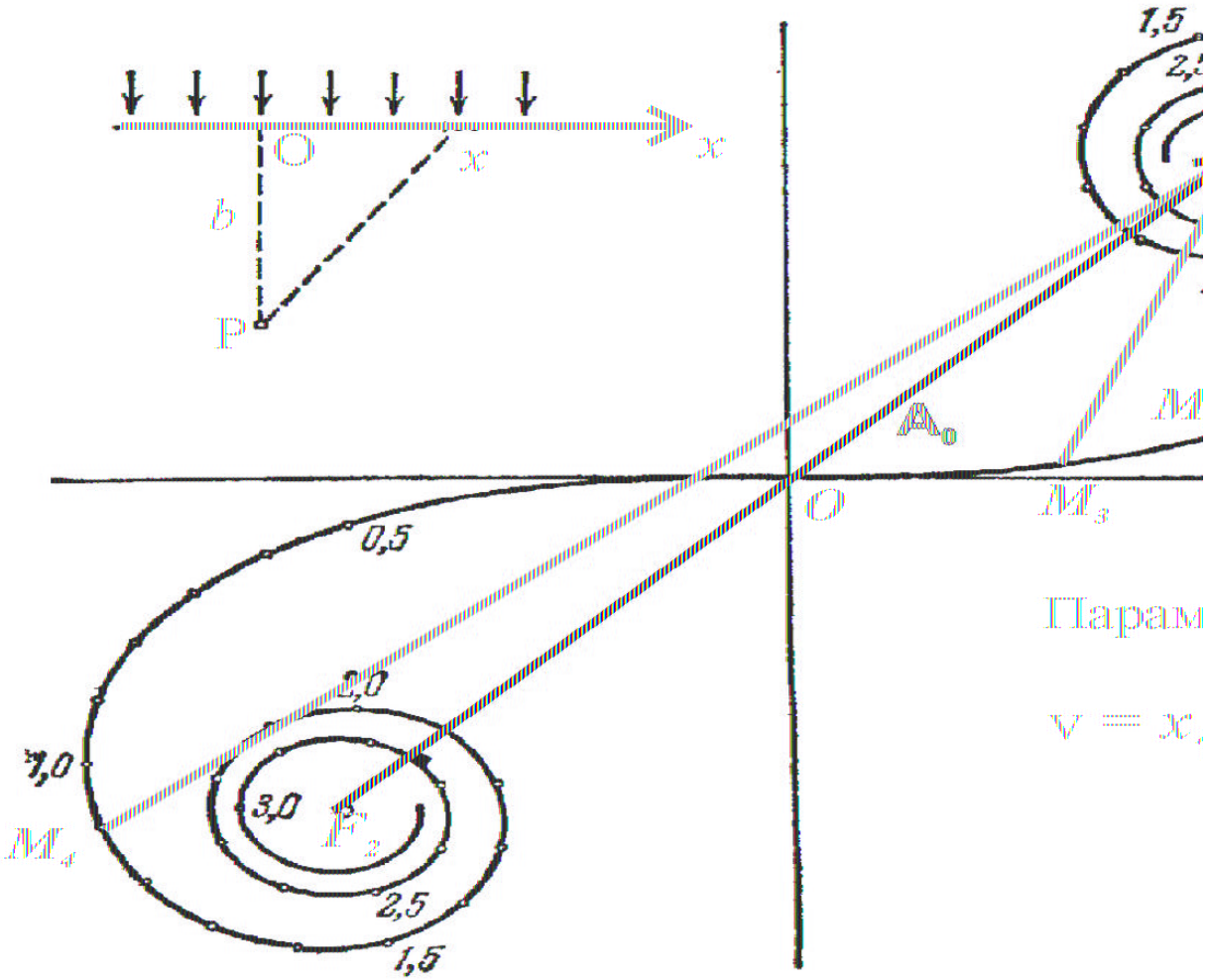


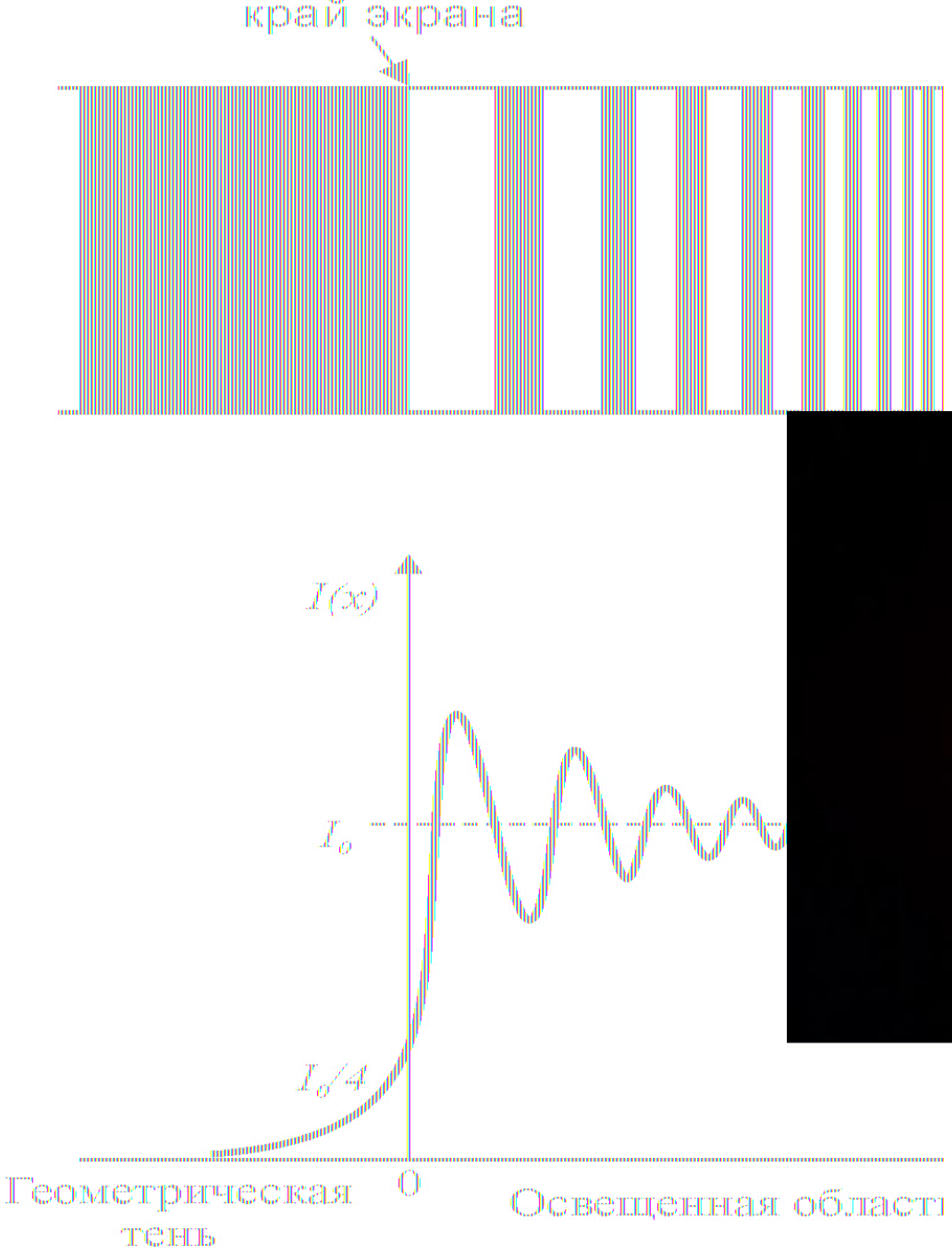
Спираль Корню

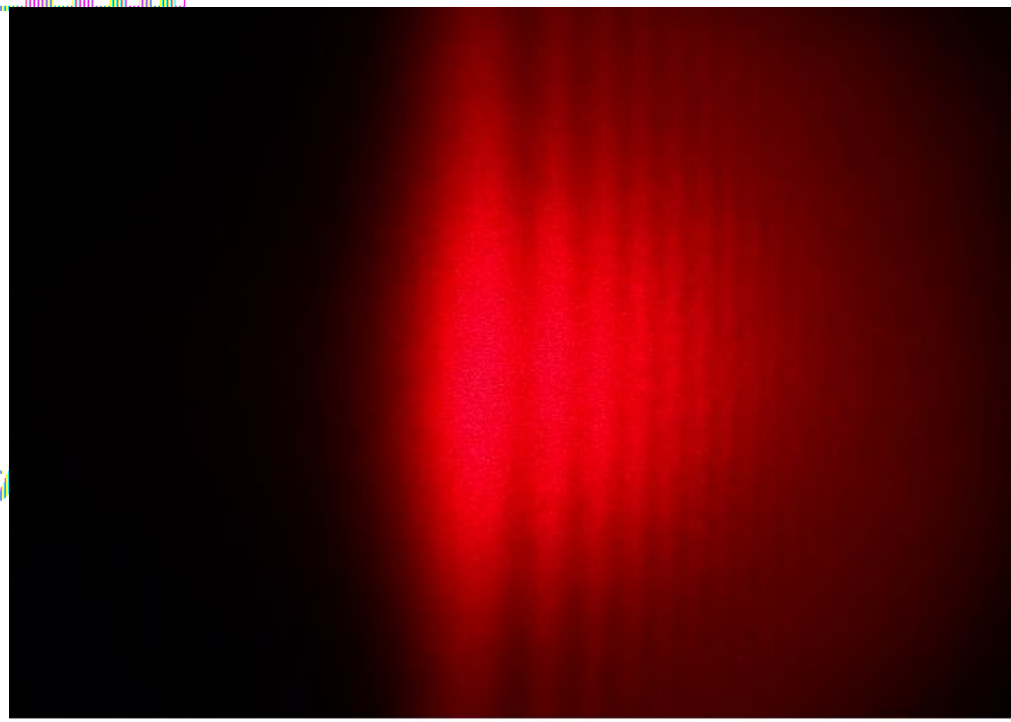


$$v = x\sqrt{2/b\lambda}$$

Спираль Корню

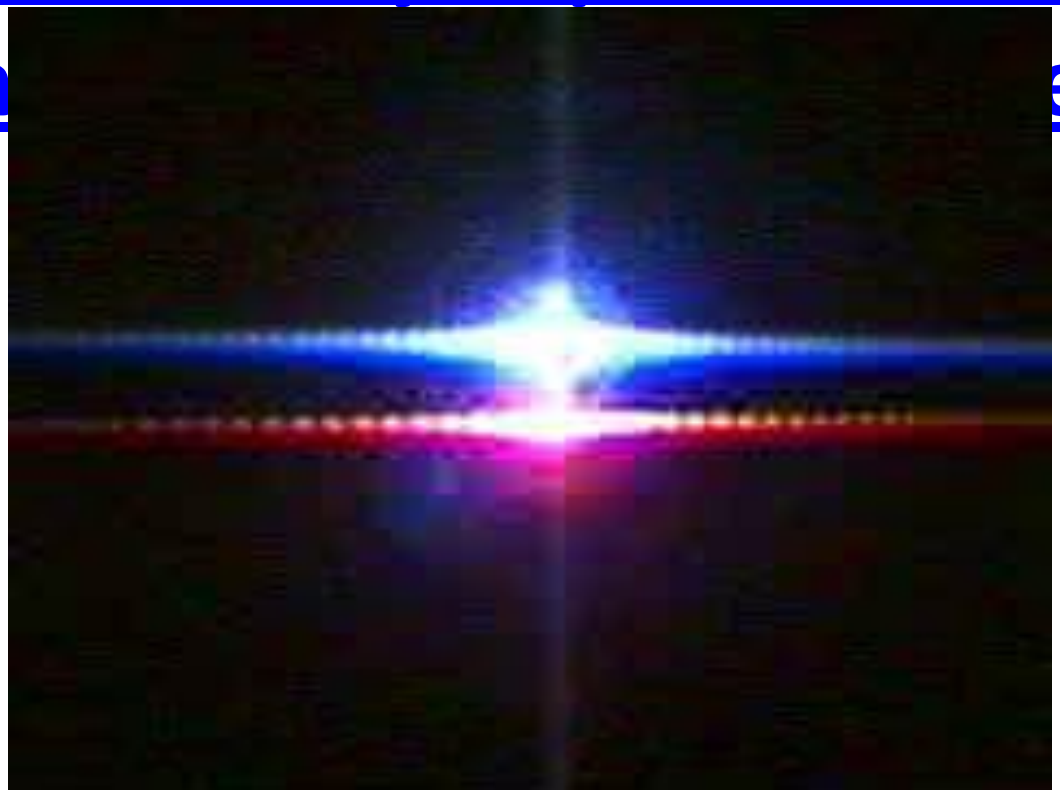



край экрана
$I(x)$
I_0
$I_0/4$
0
Геометрическая тень
Освещенная область



Фраунгофера. Метод векторных диаграмм

http://lectoriy.mipt.ru/collection/Ph es



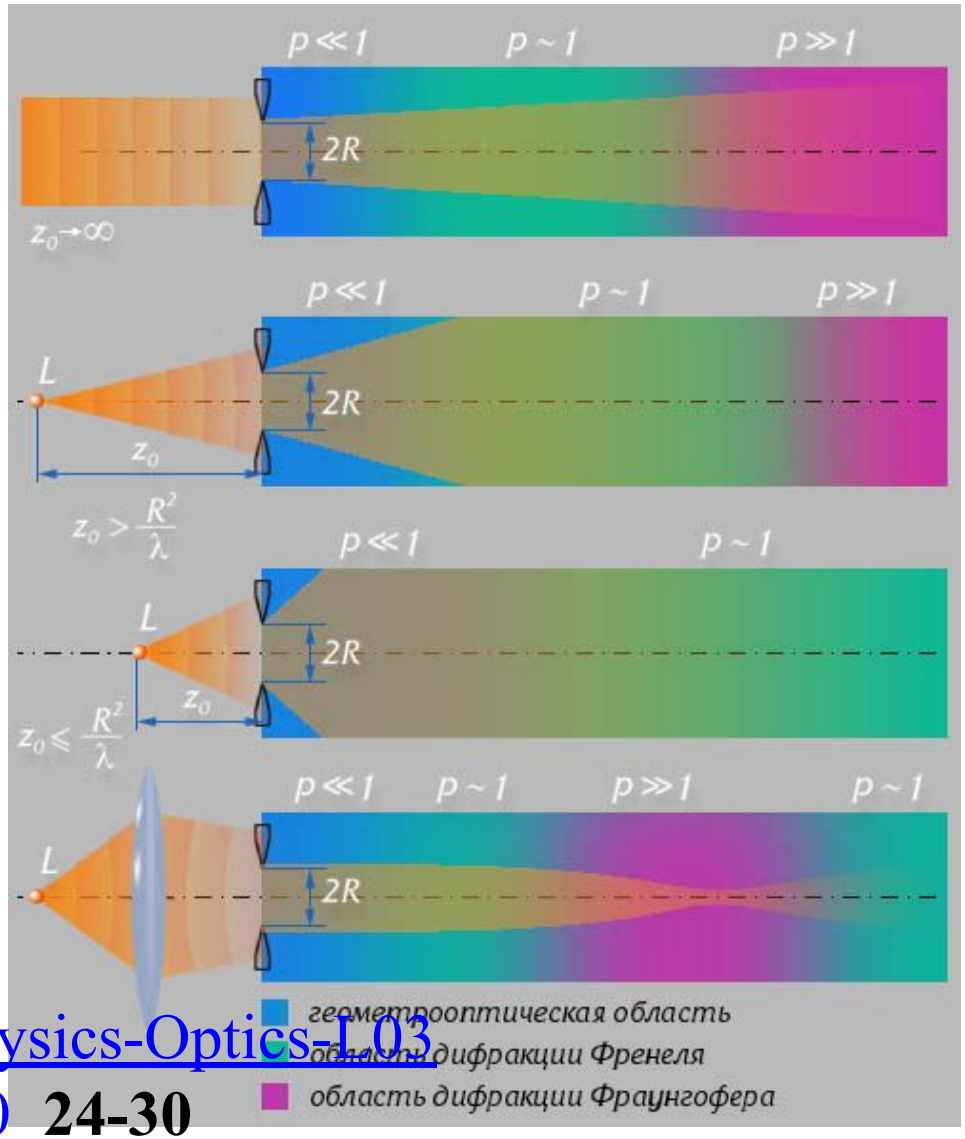
http://physics.nad.ru/Physics/Cyrillic/optics.htm

Доступ закрыт, есть на диске

Приближения Френеля, Фраунгофера и геометрическая оптика

http://lectoriy.mipt.ru/lecture/Physics-Optics-D08-Gavrikov-07.01-150702.01

- В зависимости от расстояний от источника излучения и плоскости наблюдения до отверстия, длины волны излучения и размера отверстия можно выделить три характерные области дифракции: ***геометрооптическую, дифракции Френеля и дифракции Фраунгофера.***



http://lectoriy.mipt.ru/lecture/Physics-Optics-L03-Kozel-090226.pdf#00:08:00.000

- *Различные случаи дифракции отличаются количеством открытых зон Френеля.*
- *Количественным критерием* служит параметр *p* . Он равен отношению **радиуса первой зоны Френеля** к радиусу отверстия *R*. Если отверстие имеет щелевидную или квадратную форму, то полагают, что равен половине размера щели или стороны квадрата.
- Область приближения *геометрической оптики* соответствует значению $p << 1$.Открыто много зон Френеля.
- Область *дифракции Френеля* - $p \cong 1$.Открыты одна или несколько зон Френеля.
- Область *дифракции Фраунгофера* - $p >> 1$. Открыта часть зоны Френеля.
- Отметим, что нет резких границ между различными областями дифракции. Они постепенно переходят друг в друга.

- ***<u>РАЗНЫЙ ВЫБОР ПАРАМЕТРА p в литературе!</u>***
- ***У ИРОДОВА И.Е.***

Таким образом, безразмерный параметр p определяется следующим выражением:

$$\boxed{p = h^2/l\lambda,} \qquad (5.10)$$

где h — некоторый характерный размер: радиус или диаметр (это не существенно) круглого отверстия, или, например, ширина щели и т. п.

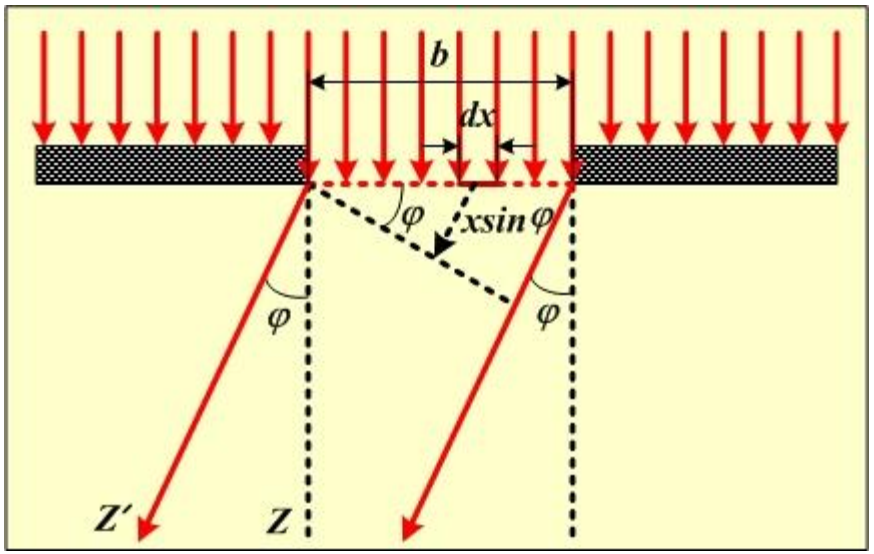
Значение именно этого безразмерного параметра и определяет характер дифракции:

$$\begin{aligned} &p \ll 1 \text{ — дифракция Фраунгофера,} \\ &p \sim 1 \text{ — дифракция Френеля,} \\ &p \gg 1 \text{ — приближение геометрической оптики.} \end{aligned} \qquad (5.11)$$

В главе 4 «Дифракция света»: Явления, когда на объект дифракции (отверстие, щель или нить и др.) падает ***плоская волна*** (параллельный пучок света), а картина перераспределения светового потока наблюдается в ***дальней волновой зоне*** (на достаточно большом расстоянии $L \gg b^2/\lambda$, где b - характерный размер объекта, например, ширина щели) относятся к **дифракции Фраунгофера** (дифракция плоских волн).

Дифракция Фраунгофера на щели

Каждая точка отверстия является источником вторичных волн волн. Рассмотрим участок длиной *dx*, расположенный внутри отверстия на расстоянии *x* от края.



Волны, излучённые с отрезка *dx* распространяются по всем направлениям ($-\pi/2 < \varphi < \pi/2$).

Рассмотрим волны, распространяющиеся вдоль прямой, образующей угол φ с перпендикуляром к преграде.

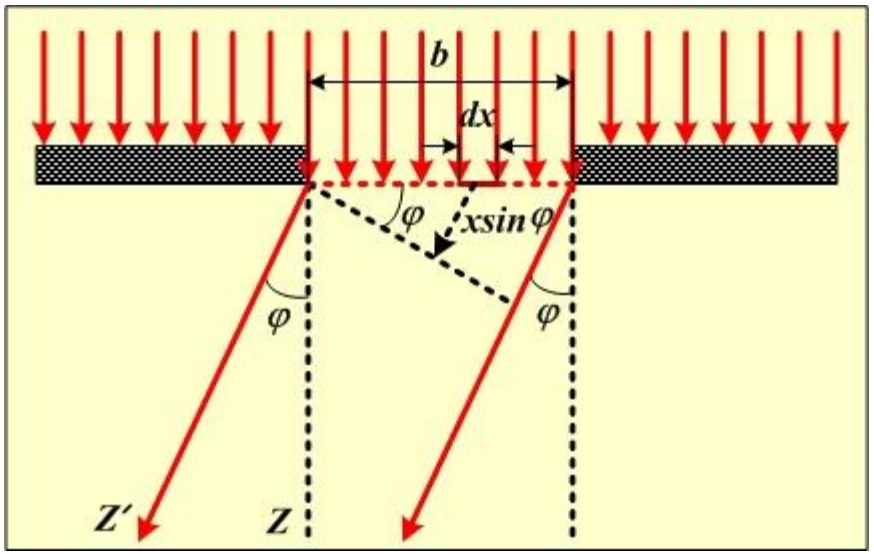
Волны, излучённые с отрезка *dx*, запаздывают по фазе на

$$\Delta = kx\sin\varphi,$$

$k = \dfrac{\omega}{\mathrm{v}}$ - волновое число (модуль волнового вектора).

Дифракция Фраунгофера на щели
Точная теория (Углубленный уровень)

Запишем уравнение волны, испущенной с участка dx в рассматриваемом направлении. Пусть E_0 – амплитуда волны, испущенной из всего отверстия в рассматриваемом направлении, тогда амплитуда волны, испущенной с участка dx равна



$$E_{0x} = \frac{E_0}{b} dx.$$

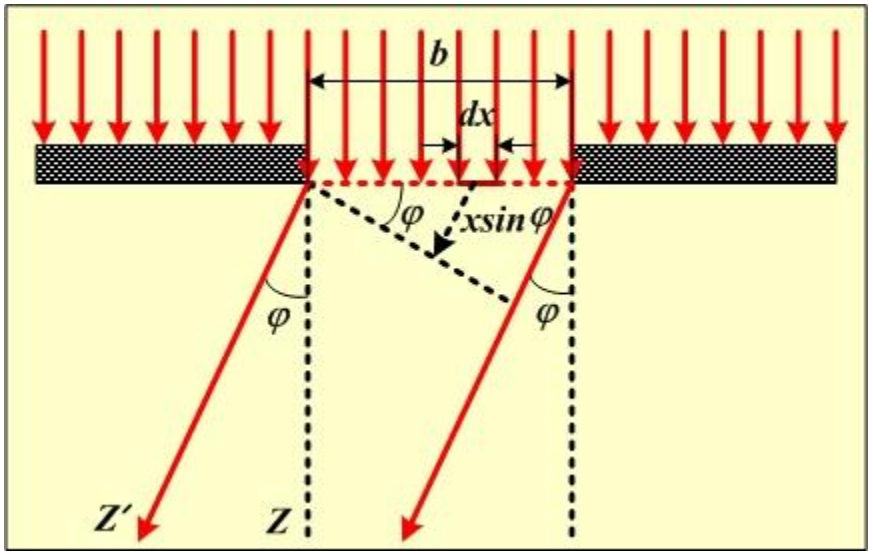
Уравнение волны, испущенной с участка dx в рассматриваемом направлении:

$$dE_\varphi = \frac{E_0}{b} e^{i(\omega t - kx\sin\varphi)} dx.$$

Точная теория

$$dE_\varphi = \frac{E_0}{b} e^{i(\omega t - kx\sin\varphi)} dx.$$

Для волны, испущенной из всего отверстия в рассматриваемом направлении.



$$E_\varphi = \int_0^b \frac{E_0}{b} e^{i(\omega t - kx\sin\varphi)} dx.$$

$$E_\varphi = \int_0^b \frac{E_0}{b} e^{i(\omega t - kx\sin\varphi)} dx = \frac{E_0}{b} e^{i\omega t} \int_0^b e^{-ikx\sin\varphi} dx =$$

$$= \frac{E_0}{b} e^{i\omega t} \left. \frac{e^{-ikx\sin\varphi}}{-ik\sin\varphi} \right|_0^b = E_0 e^{i\omega t} \frac{e^{-ikb\sin\varphi} - 1}{-ikb\sin\varphi}.$$

Точная теория

$$E_\varphi = E_0 e^{i\omega t}\,\frac{e^{-ikb\sin\varphi}-1}{-ikb\sin\varphi}.$$

Преобразуем полученное выражение к симметричной форме.

$$\frac{e^{-ikb\sin\varphi}-1}{-ikb\sin\varphi} = \frac{e^{-ik\frac{b}{2}\sin\varphi}e^{-ik\frac{b}{2}\sin\varphi} - e^{-ik\frac{b}{2}\sin\varphi}e^{+ik\frac{b}{2}\sin\varphi}}{-ikb\sin\varphi} =$$

$$= \frac{e^{-ik\frac{b}{2}\sin\varphi} - e^{+ik\frac{b}{2}\sin\varphi}}{-2ik\frac{b}{2}\sin\varphi}\,e^{-ik\frac{b}{2}\sin\varphi} = \frac{e^{-iu}-e^{+iu}}{-2iu}\,e^{-iu},$$

где $\quad u = k\frac{b}{2}\sin\varphi.$

Точная теория

$$\frac{e^{-iu}-e^{+iu}}{-2iu}e^{-iu}=\frac{\sin u}{u}e^{-iu}.$$

Итак, $$E_\varphi = E_0 e^{i\omega t}\frac{e^{-ikb\sin\varphi}-1}{-ikb\sin\varphi}=E_0 e^{i(\omega t-u)}\frac{\sin u}{u}.$$

где $$u=k\frac{b}{2}\sin\varphi.$$

Уравнение волны, испущенной из всей щели в рассматриваемом направлении:

$$E_\varphi = E_0\frac{\sin u}{u}e^{i\left(\omega t-k\frac{b}{2}\sin\varphi\right)}.$$

Точная теория

Интенсивность излучения, испущенного из всей щели в рассматриваемом направлении определяется квадратом амплитуды

$$I \approx \left|E\right|^2$$

$$E_\varphi^2 = E_0^2 \left|e^{i(\omega t - u)}\right|^2 \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 .$$

$$I_\varphi = I_0 \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 ,$$

где $$u = k\frac{b}{2}\sin\varphi.$$

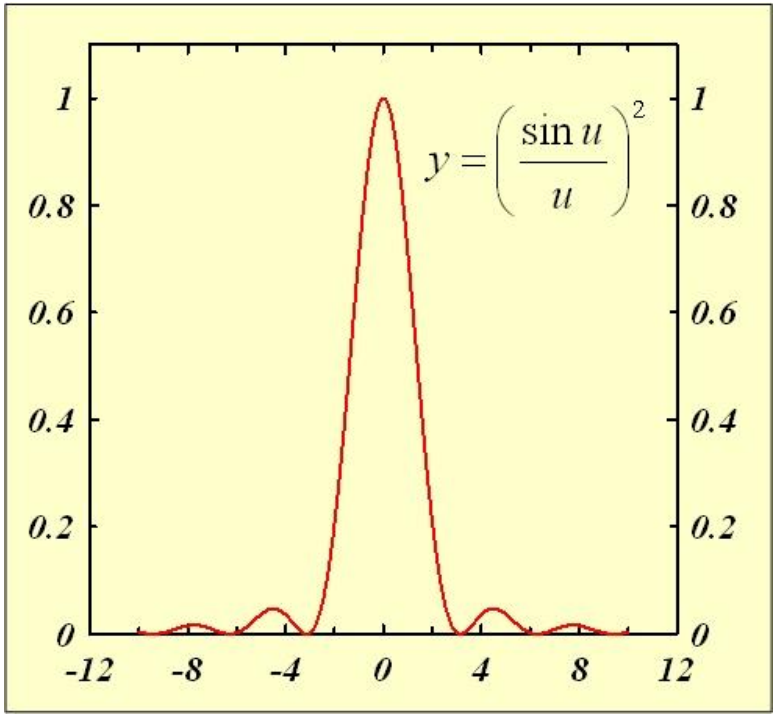
Точная теория

$$I_\varphi = I_0\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\right)}{\left(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\right)^2}$$

Исследуем полученную функцию. При u → 0 $\frac{\sin u}{u} \to 1.$

Это максимальное значение этой функции. При возрастании модуля u функция будет убывать. Это убывание не будет монотонным вследствие осцилляций числителя.

Теперь можно определить, при каких значениях угла дифракции наблюдаются максимумы и минимумы интенсивности излучения.



Точная теория

$$u = k\frac{b}{2}\sin\varphi, \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

$$u = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{b}{2}\sin\varphi = \frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi.$$

Функция

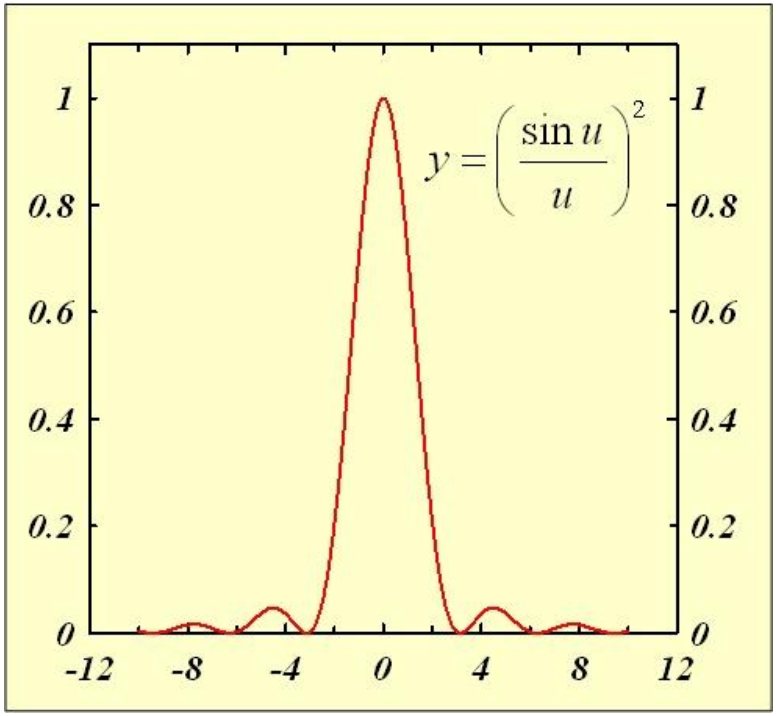
$$I_\varphi = I_0\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2$$

имеет локальные ***<u>минимумы</u>*** при условии

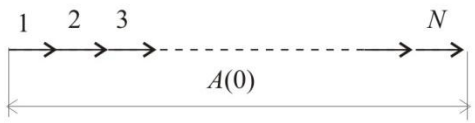
$$\sin u = 0.$$

$$u = m\pi, \qquad \frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi = m\pi,$$

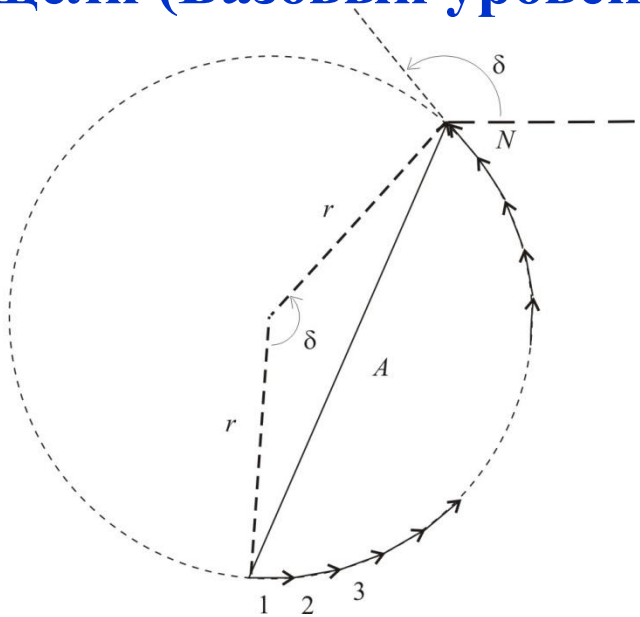
$$\boxed{b\sin\varphi = m\lambda.}$$



2.6. Метод векторных диаграмм для вывода дифракции Фраунгофера на щели (Базовый уровень)



а)



б)

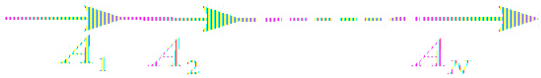


Рис.1.

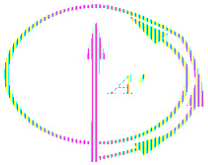


Рис.2

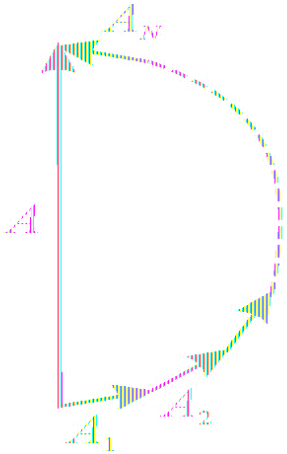


Рис.3.

Дифракция Фраунгофера на щели

$$\sin\theta_m = m\frac{\lambda}{b}$$

$$m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$$

$$x_m = \frac{m\lambda L}{b} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{m\lambda}{b}\right)^2}}$$

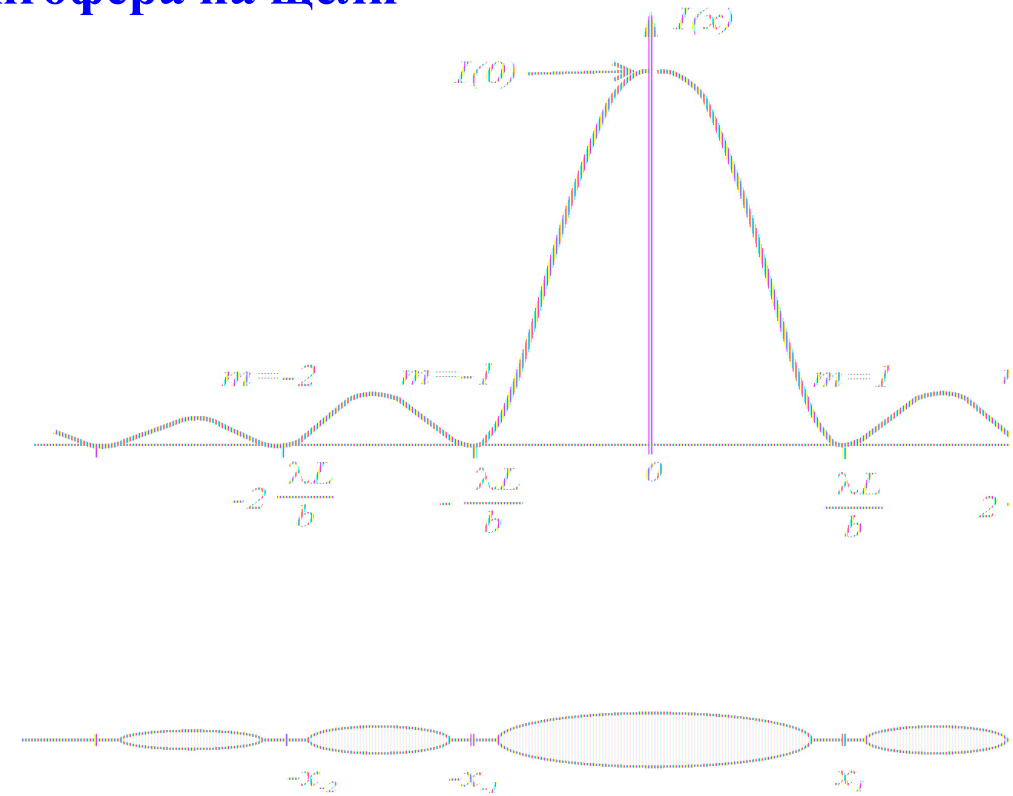


Рис. Дифракция узкого светового пучка на щели:
а) распределение интенсивности;
б) картина из светлых пятен

При малых углах, когда

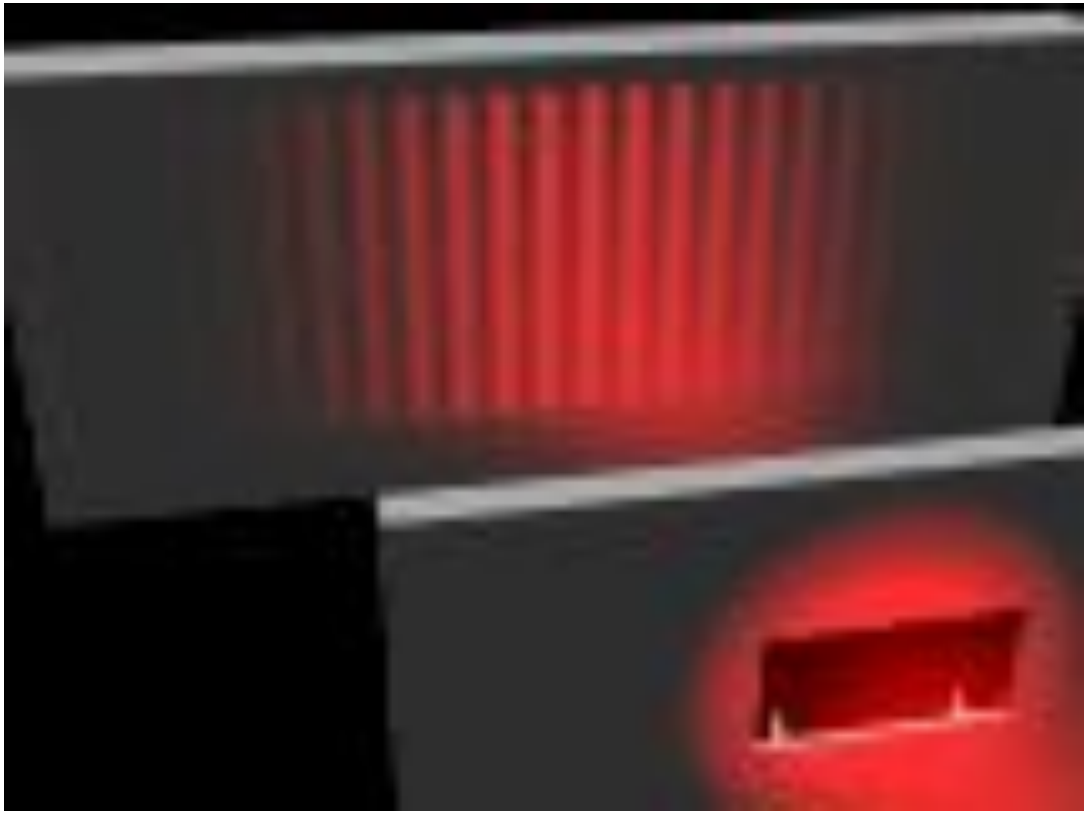
$$\sin\theta_m << 1$$

$$x_m = \frac{m\lambda L}{b}$$

$$I = I(0)\left(\frac{\sin\frac{\delta}{2}}{\frac{\delta}{2}}\right)^2, \delta = \frac{2\pi}{\lambda} b \sin\theta$$

Дифракция Фраунгофера на одной щели при изменении её ширины. Ширина дифракционного максимума на экране увеличивается обратно пропорционально ширине щели. Можно наблюдать также два боковых максимума.

Анимация показывает эксперимент с дифракцией Фраунгофера на двух щелях, когда ширина каждой щели меняется, а расстояние между щелями остается постоянным. В результате период интерференционных полос на экране остаётся неизменным, но меняется общее наблюдаемое число полос. Чем уже щели, тем шире интерференционная картина, тем меньше её яркость.

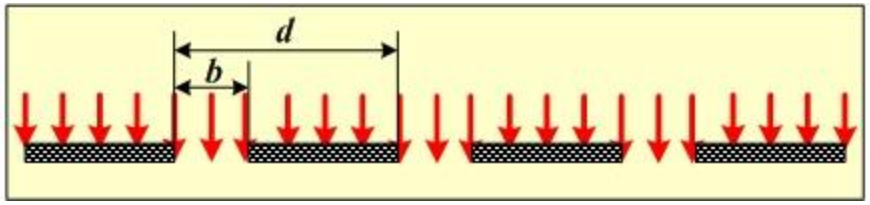


Анимация показывает эксперимент с дифракцией Фраунгофера на двух щелях, когда ширина щелей остается постоянной, а расстояние между щелями меняется. Мы видим, что период интерференционных полос на экране изменяется обратно пропорционально расстоянию между щелями, а общая ширина дифракционной картины остаётся неизменной.

2.7.Дифракция Фраунгофера на периодической структуре (решётке)

Дифракция Фраунгофера на периодической структуре

Дифракционная решётка – совокупность большого числа регулярно расположенных штрихов (канавок, щелей, выступов), нанесённых на плоскую или сферическую поверхность.



Период дифракционной решётки – наименьшая часть решётки, перемещая которую, можно воспроизвести всю решётку.

Для плоской одномерной дифракционной решётки длина периода равна

$$d = b + a,$$

где b – ширина отверстия, a – ширина штриха (непрозрачной части).
Период дифракционной решётки связан с числом нанесённых на неё штрихов соотношением

$$d = \frac{1}{N},$$

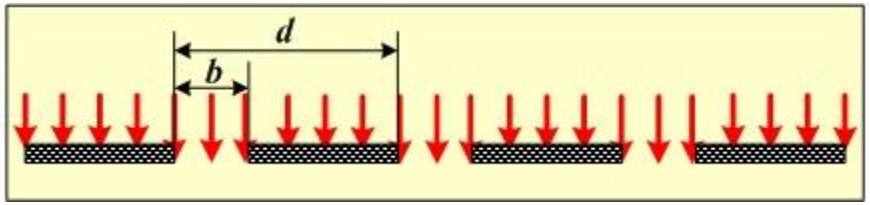
где N – число штрихов на единицу длины.

АМПЛИТУДНЫЕ ДИФРАКЦИОННЫЕ РЕШЕТКИ

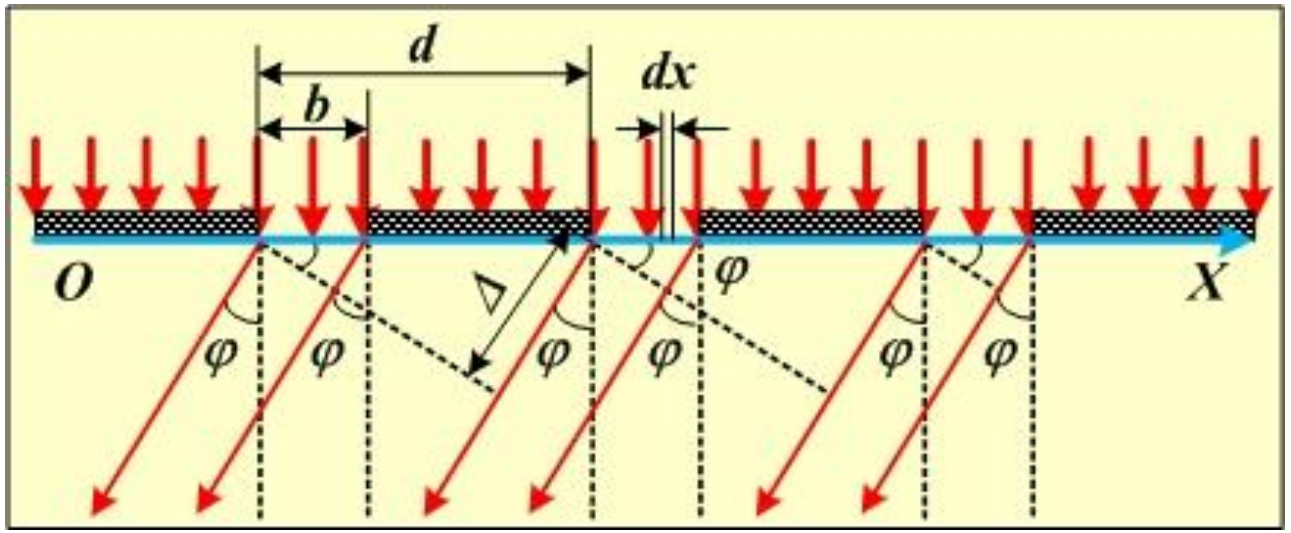
http://lectoriy.mipt.ru/lecture/Physics-Optics-D10-Gavrikov-08.02-150702.01

Наиболее яркие дифракционные максимумы соответствуют низшим порядкам. Это позволяет наблюдать дифракционную картину даже от источника белого цвета. В центре расположена белая (ахроматическая) полоса, поскольку положение нулевого максимума для всех волн одинаковое.

Дифракция Фраунгофера на периодической структуре



На дифракционную решётку падает плоская волна (волновой фронт – плоскость). Известна длина волны λ, размер отверстия *b,* период решётки *d,* расстояние до экрана *L*. Требуется определить, как распределена интенсивность излучения по направлениям (на экране).



Дифракция Фраунгофера на периодической структуре

Чтобы решить поставленную задачу, нам необходимо просуммировать вклады в интенсивность результирующей волны от всех точечных источников, расположенных во всех щелях дифракционной решётки. Всю процедуру вывода формулы можно разделит на четыре этапа.

1. Записать уравнение волны, излучаемой одним точечным источником.

2. Записать уравнение волны, излучаемой всеми точечными источниками одной щели.

3. Записать уравнение волны, излучаемой всеми щелями дифракционной решётки.

4. Записать и исследовать выражение для суммарной интенсивности излучения по заданному направлению

Дифракция Фраунгофера на периодической структуре

Результирующая интенсивность является произведением двух функций:

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2} \cdot \frac{\sin^2(N\delta)}{\sin^2(\delta)},$$

где $$\delta = \frac{\pi}{\lambda} d \sin\varphi, \quad u = \frac{\pi}{\lambda} b \sin\varphi.$$

На следующем рисунке этот факт проиллюстрирован для соотношения между шириной щели и периодом дифракционной решётки

$$\frac{d}{b} = 4.$$

Дифракция Фраунгофера на периодической структуре

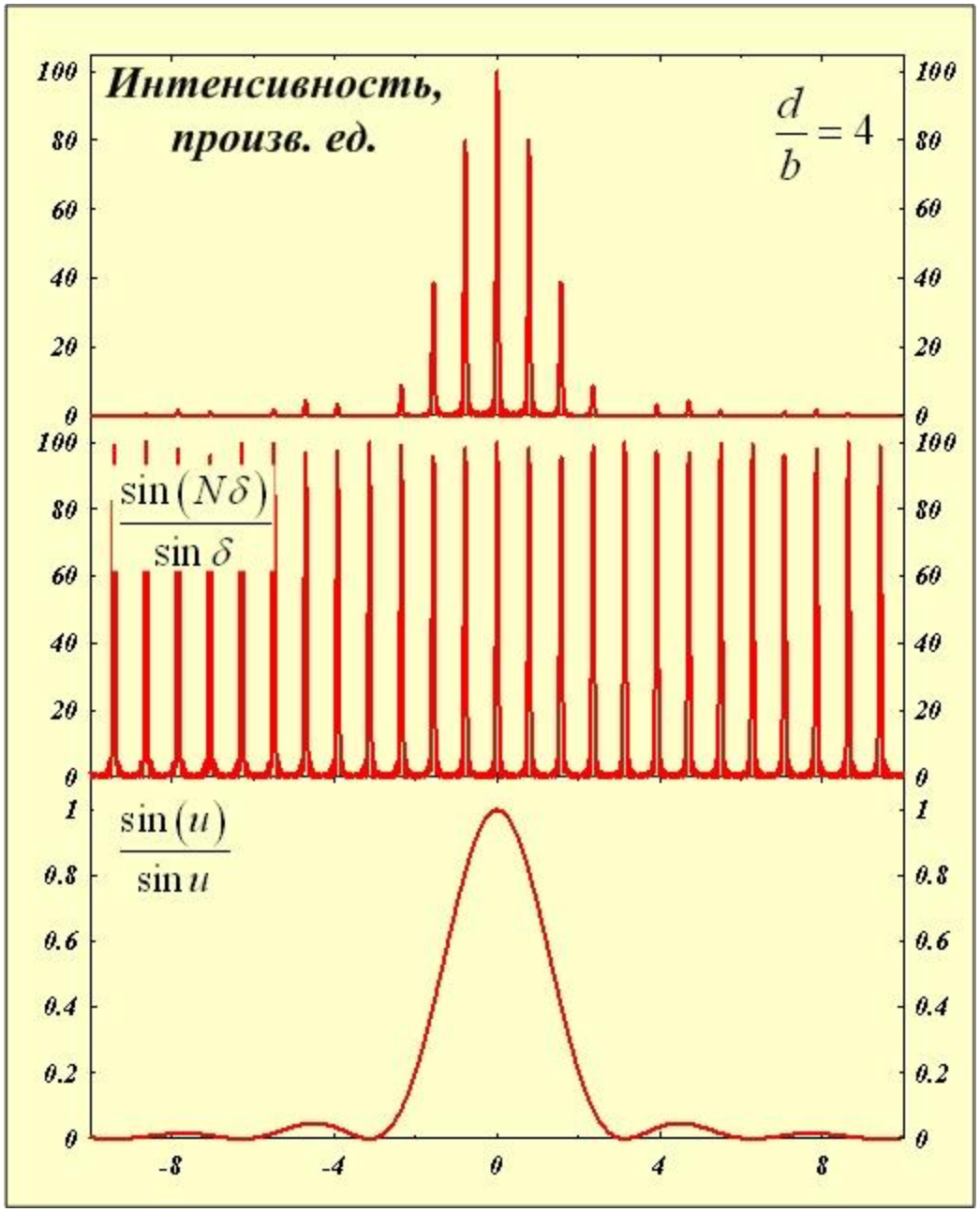
Распределение интенсивности излучения

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2} \cdot \frac{\sin^2(N\delta)}{\sin^2(\delta)},$$

где

$$\delta = \frac{\pi}{\lambda} d \sin\varphi,$$

$$u = \frac{\pi}{\lambda} b \sin\varphi.$$



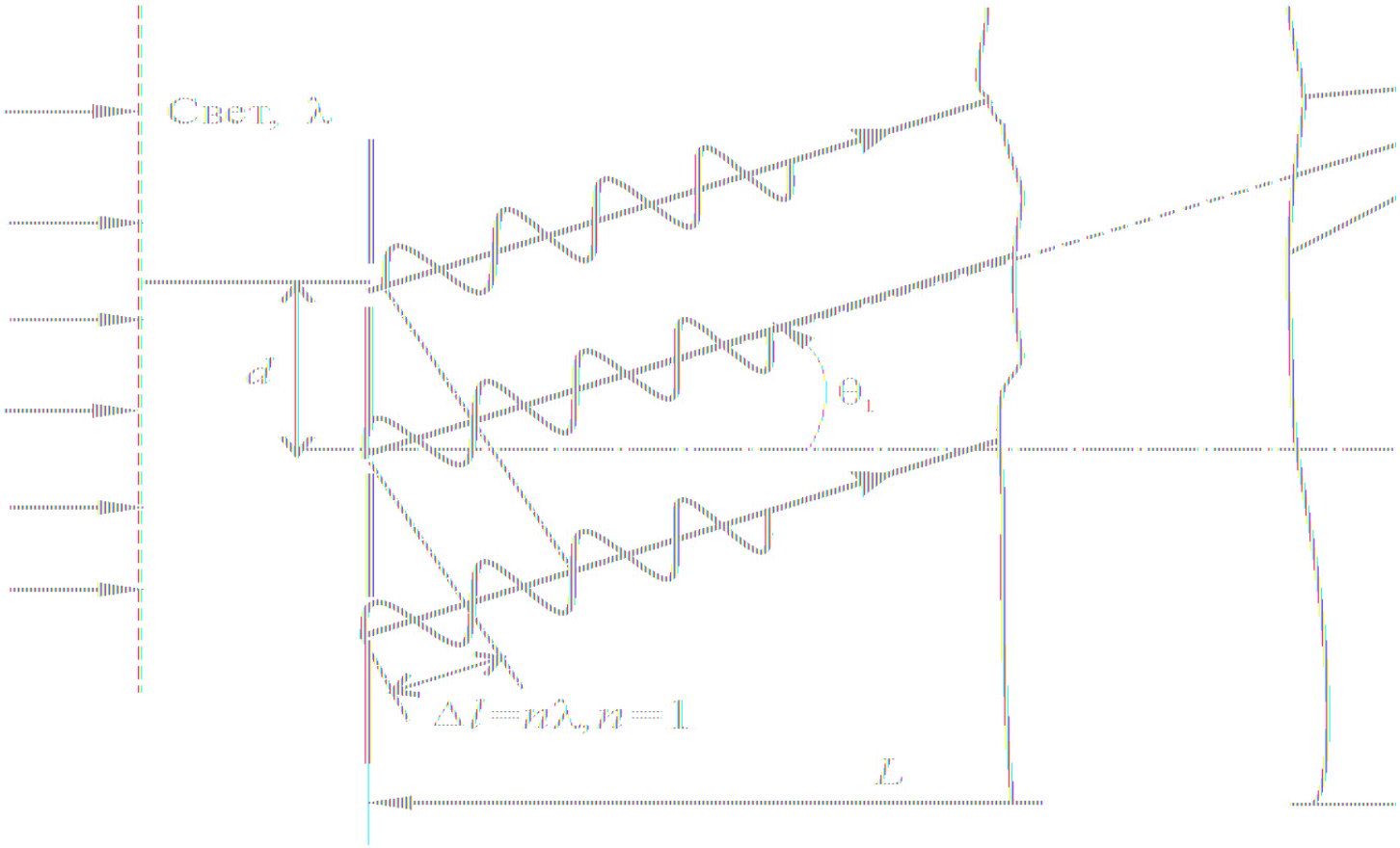
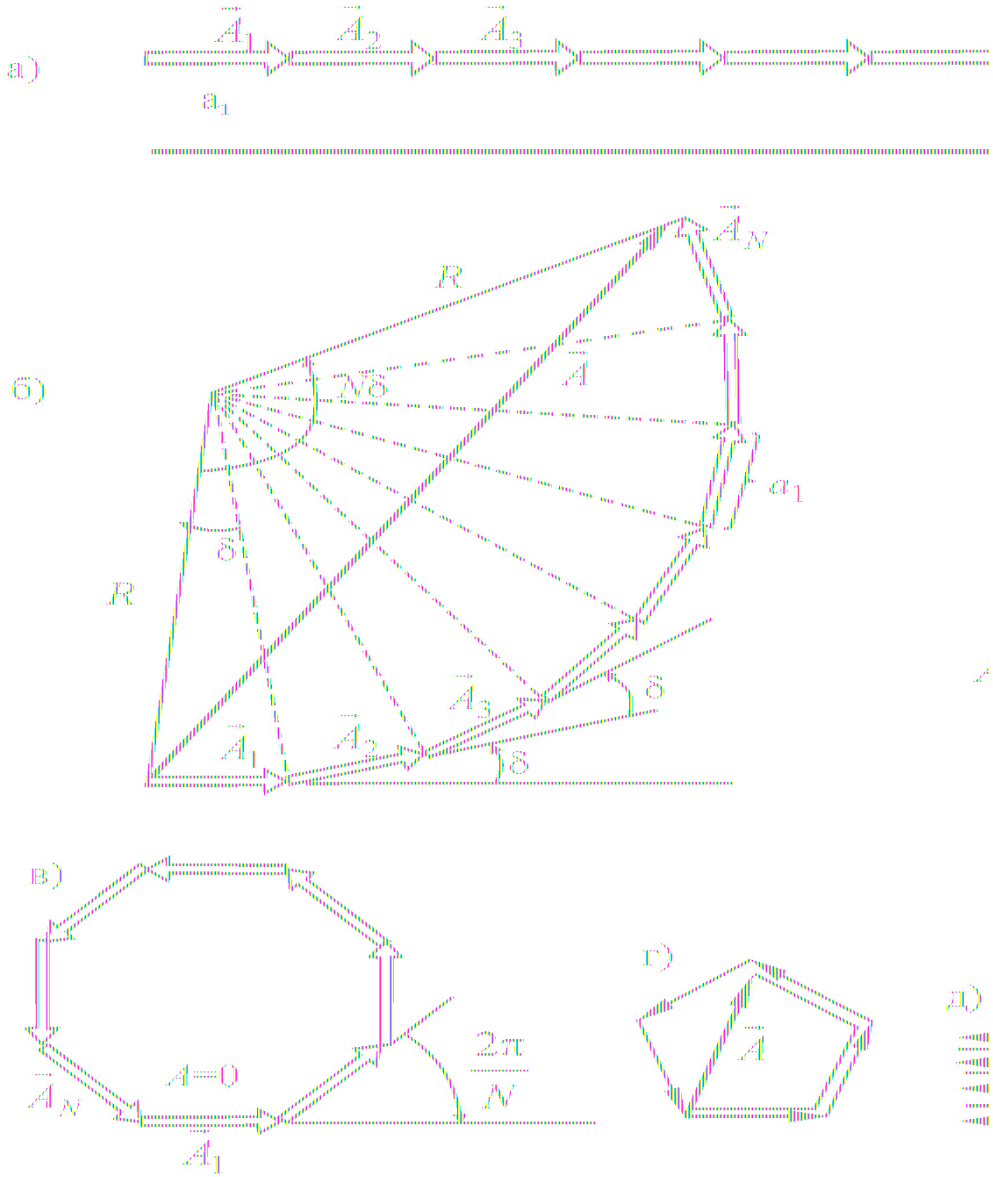
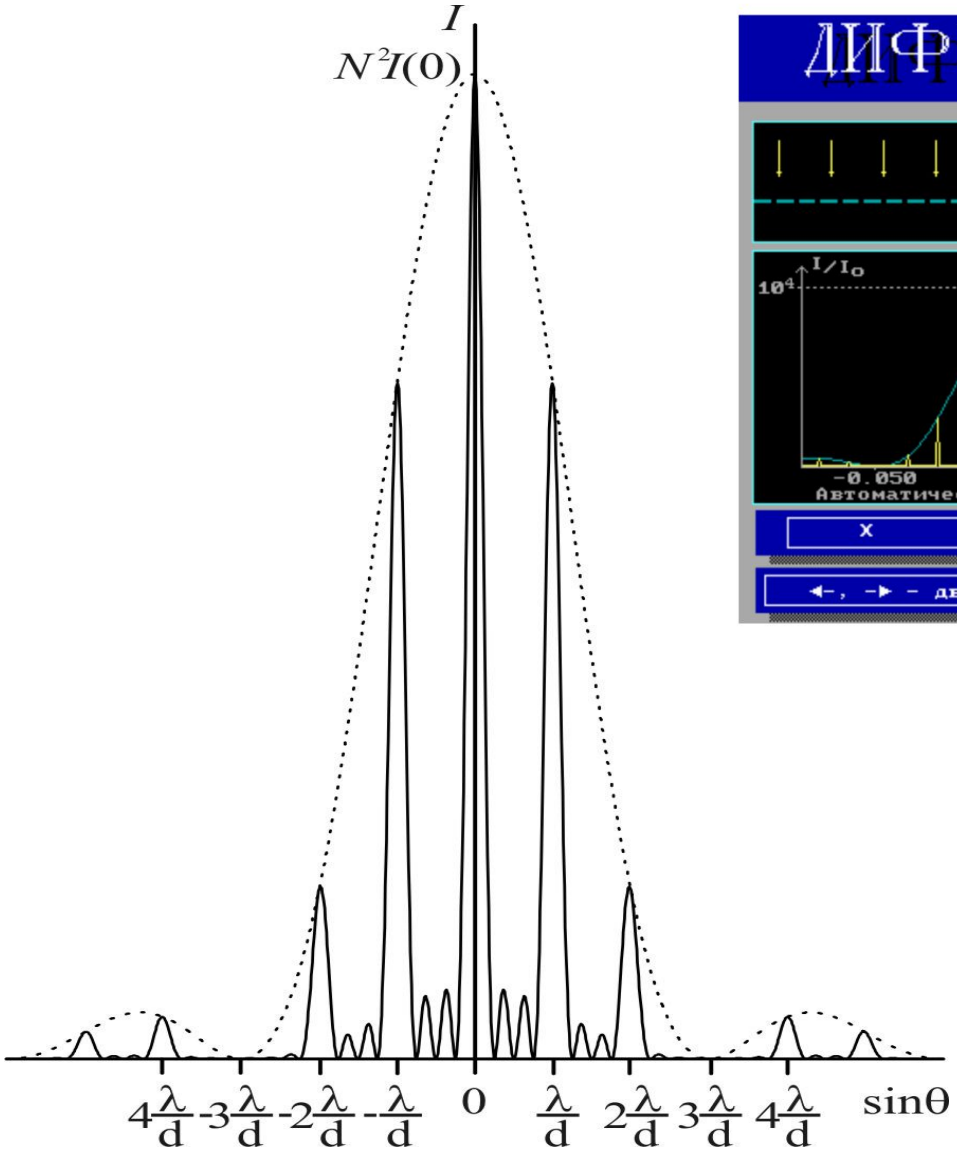


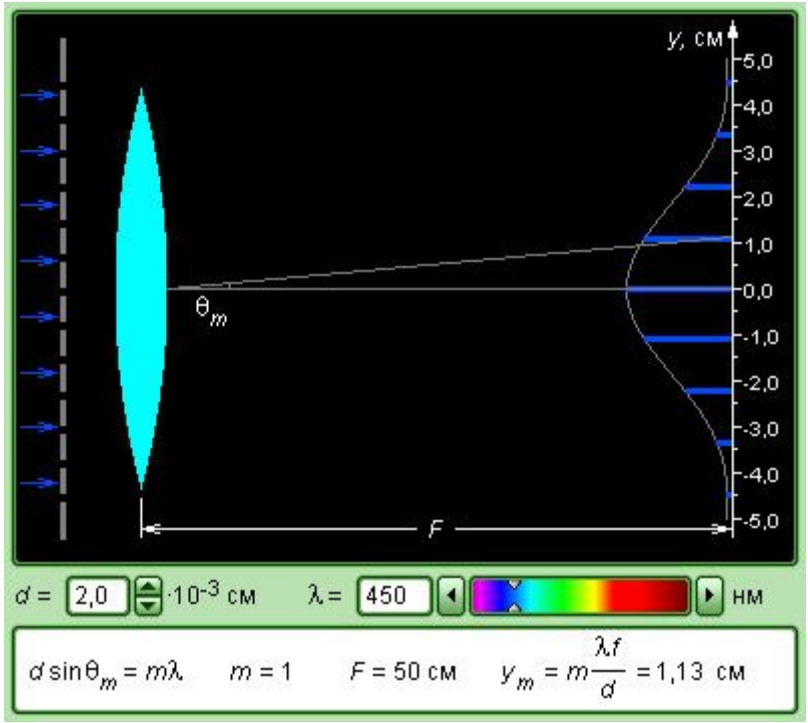
Рис. Схема дифракции света на решет
d – период, L – расстояние от решетки до экрана
Показаны только два главных максимума на экр

Векторная диаграмма при дифракции на решетке

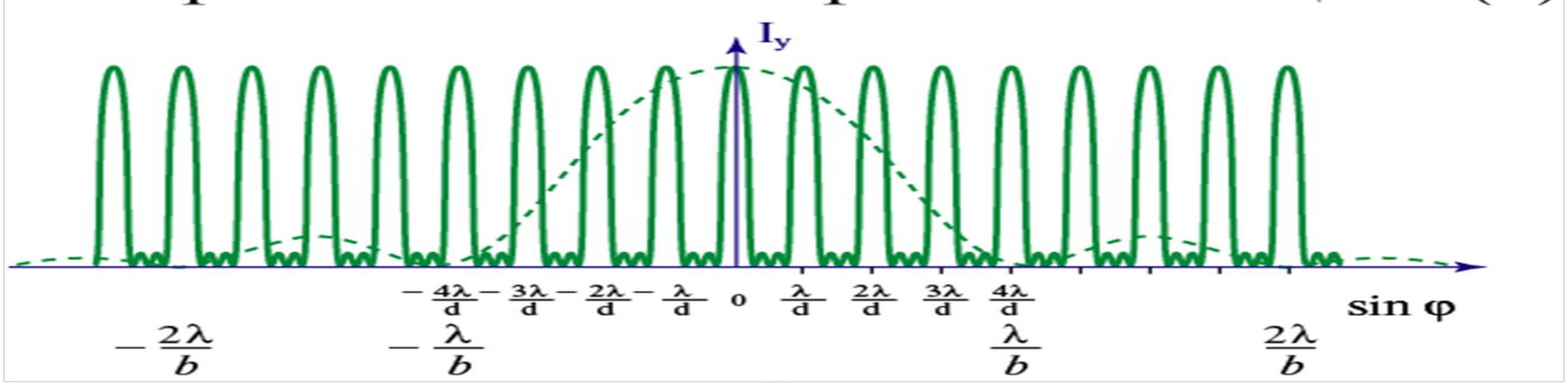


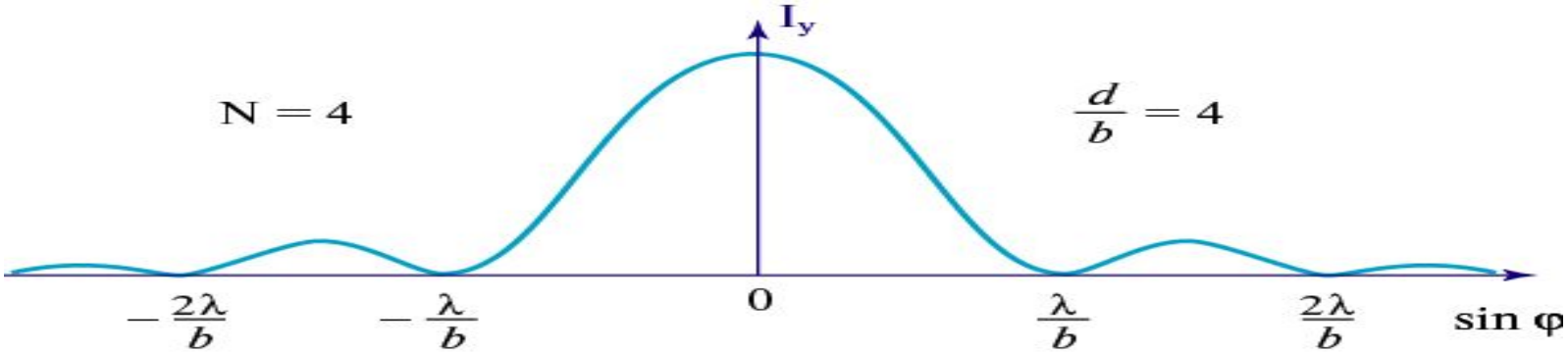
http://www.physics.ru/courses/op25part2/design/index.htm

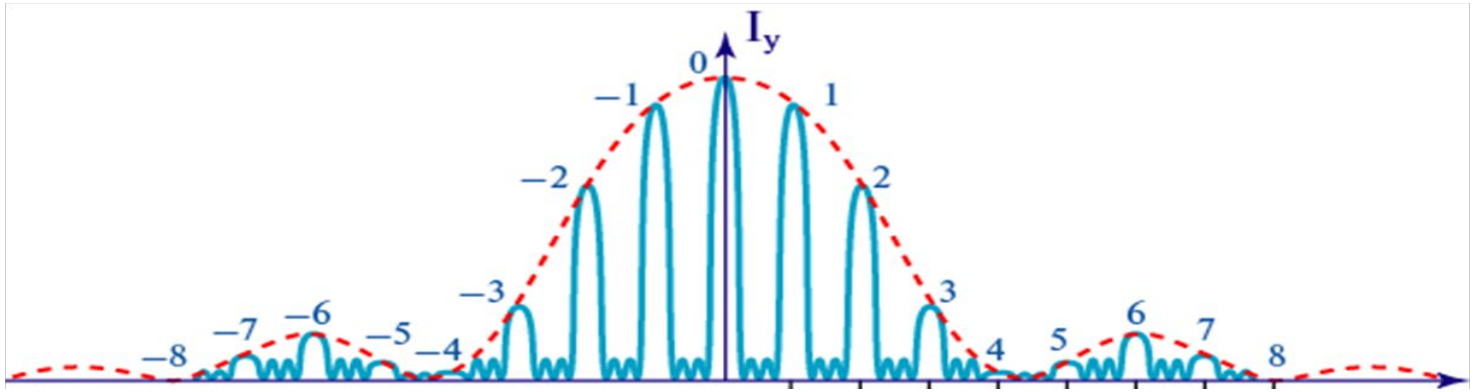


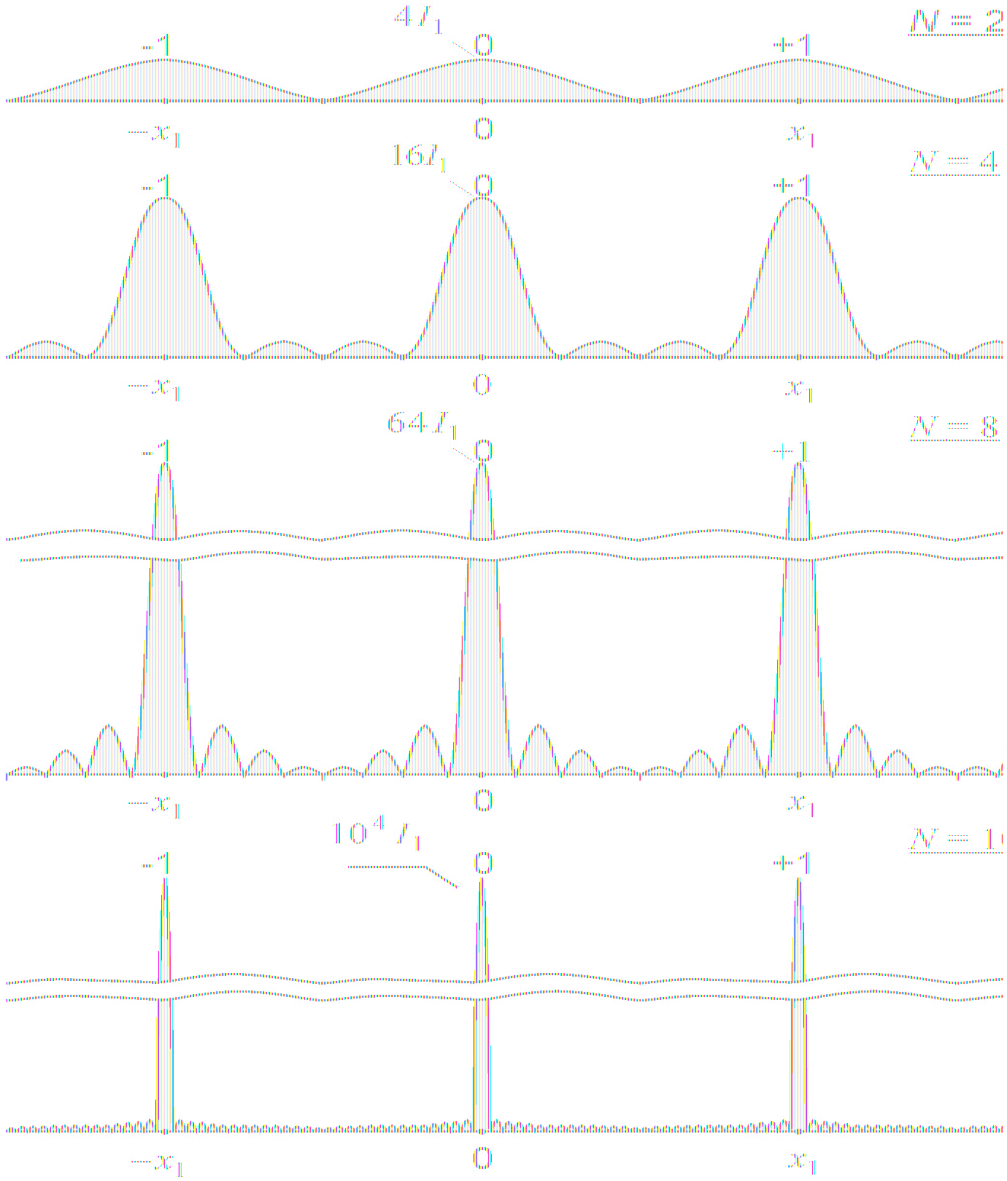


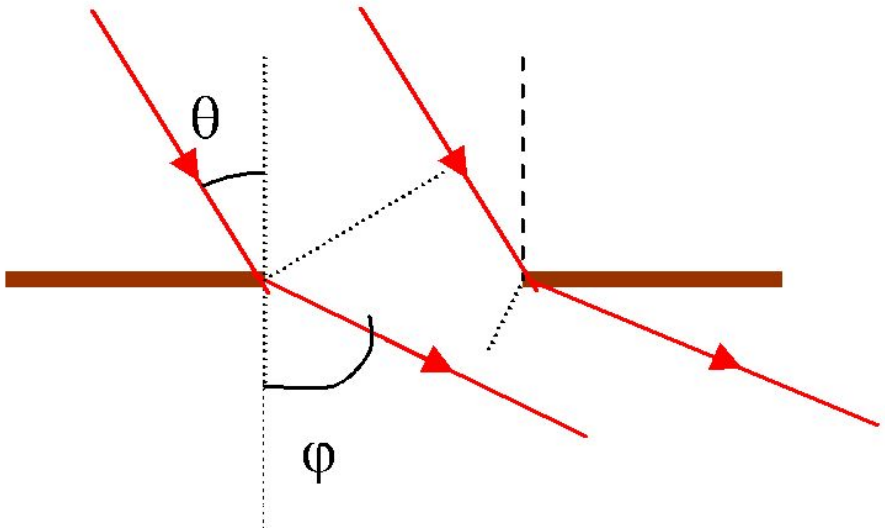
Распределение интенсивности при дифракции Фраунгофера на дифракционной решетке.


I_y
$-\frac{4\lambda}{d}$ $-\frac{3\lambda}{d}$ $-\frac{2\lambda}{d}$ $-\frac{\lambda}{d}$ 0 $\frac{\lambda}{d}$ $\frac{2\lambda}{d}$ $\frac{3\lambda}{d}$ $\frac{4\lambda}{d}$
sin φ
$-\frac{2\lambda}{b}$ $-\frac{\lambda}{b}$ $\frac{\lambda}{b}$ $\frac{2\lambda}{b}$


I_y
$N = 4$
$\frac{d}{b} = 4$
$-\frac{2\lambda}{b}$ $-\frac{\lambda}{b}$ 0 $\frac{\lambda}{b}$ $\frac{2\lambda}{b}$
sin φ


I_y
0 −1 1 −2 2 −3 3 −8 −7 −6 −5 −4 4 5 6 7 8
m = −2 m = −1 0 m = 1 m = 2
$\frac{\sin\varphi \cdot b}{\lambda}$


$N = 2$
$4I_1$
-1
0
$+1$
$-x_1$
0
x_1
$N = 4$
$16I_1$
-1
0
$+1$
$-x_1$
0
x_1
$N = 8$
$64I_1$
-1
0
$+1$
$-x_1$
0
x_1
$N = 1$
$10^4 I_1$
-1
0
$+1$
$-x_1$
0
x_1



Если рассмотреть ***наклонное падение*** волны на дифракционную решетку, то разность хода между крайними точками равна

$$\Delta l = d(\sin\varphi - \sin\theta)$$

отсюда условие минимумов

$$d(\sin\varphi - \sin\theta) = m\lambda,$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \ldots$$

Дифракция Фраунгофера на периодической структуре

Краткие выводы.

1. Распределение интенсивности излучения при дифракции монохроматической волны на периодической структуре можно представить, как результат двух процессов: 1) дифракции волны на отверстии, 2) интерференции пучков, исходящих из всех отверстий.

2. Положение главных дифракционных максимумов определяется интерференцией пучков, исходящих из разных отверстий решётки. Условие наблюдения главных максимумов

$$\boxed{d \sin \varphi = m\lambda}$$

3. Интенсивность главных максимумов определяется как процессом дифракции на отдельном отверстии, так и процессом интерференции волн, исходящих из всех отверстий.

Дифракционная решетка как спектральный прибор

Положение узких главных максимумов зависит от длины волны λ. Это позволяет использовать решетку в качестве спектрального прибора. Решетка способна разлагать свет в спектр. Для этого могут быть использованы дифракционные максимумы различных порядков (кроме m=0). Практически, однако, используются главные максимумы, расположенные в пределах основного лепестка диаграммы излучения одиночной щели, имеющего полуширину $\frac{\lambda}{b}$. Отсюда можно получить оценку:

$$m_{\max} \le \frac{d}{b}$$

Угловая дисперсия

$$D = \frac{d\theta}{d\lambda}$$

Угловой дисперсией спектральных приборов называется величина

В случае решетки, угловая дисперсия равна $D = \frac{m}{d\cos\theta}$

Приближенное выражение справедливо в случае малых дифракционных углов $D \approx \frac{m}{d}$

Разрешающая способность

Разрешающей способностью спектрального прибора принято называть отношение $R = \dfrac{\lambda}{\delta\lambda}$,

где $\delta\lambda$ – минимальный интервал между двумя близкими спектральными линиями, при котором они могут быть разрешены, то есть, отделены одна от другой.

В качестве критерия разрешения используется обычно ***критерий разрешения Рэлея***. Спектральные линии с близкими значениями λ и $\lambda + \delta\lambda$ считаются разрешенными, если главный максимум дифракционной картины для одной спектральной линии совпадает по своему положению с первым дифракционным минимумом для другой спектральной линии.

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN$$

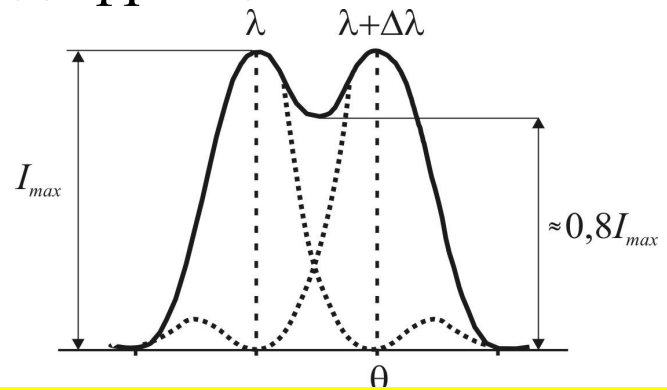
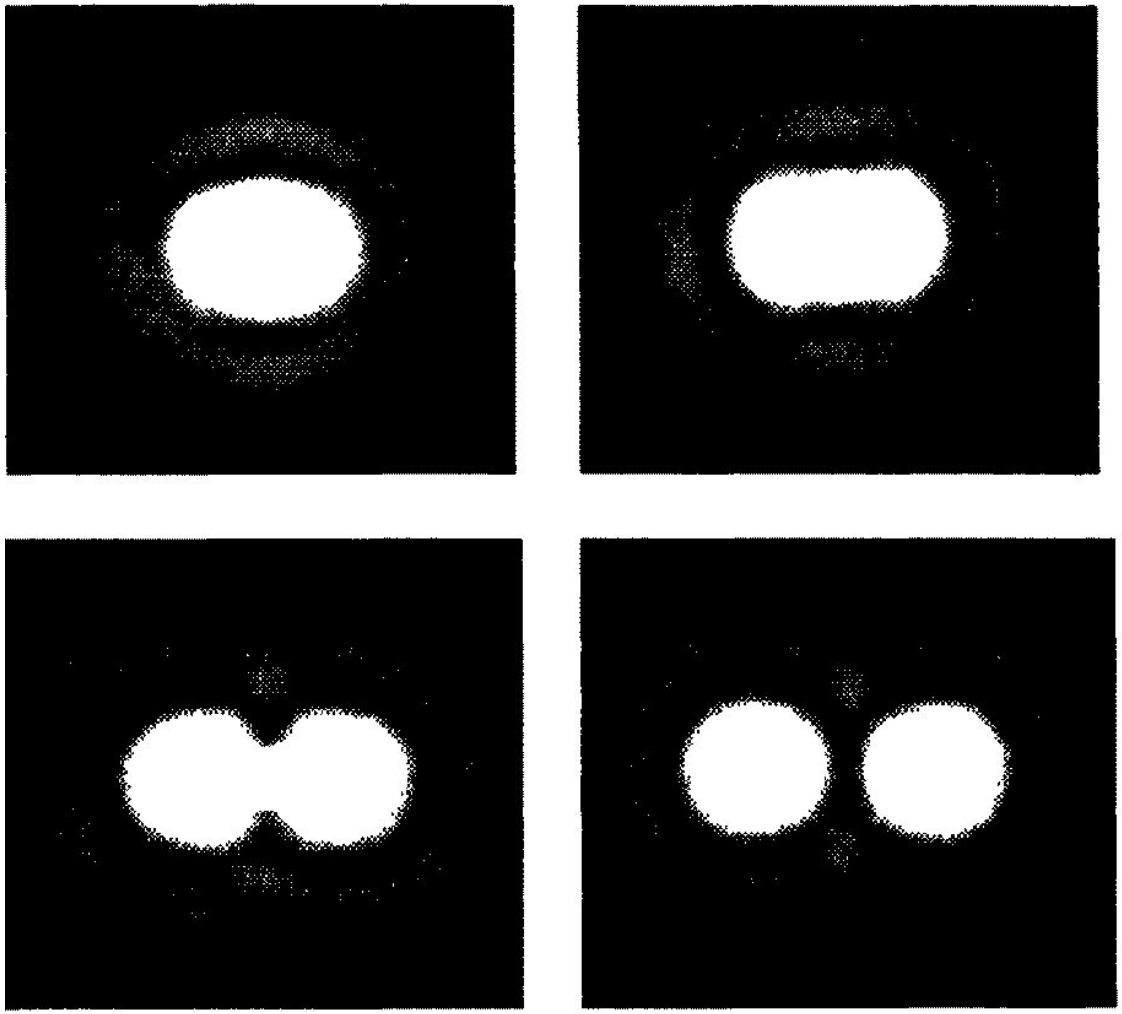


Рис. Критерий Рэлея.



Фотографии дифракционных изображений двух близких источников приведены на рис. 8.14. На первых двух фотографиях представлены случаи недостаточного разрешения, на двух следующих — искомые точки разрешаются.

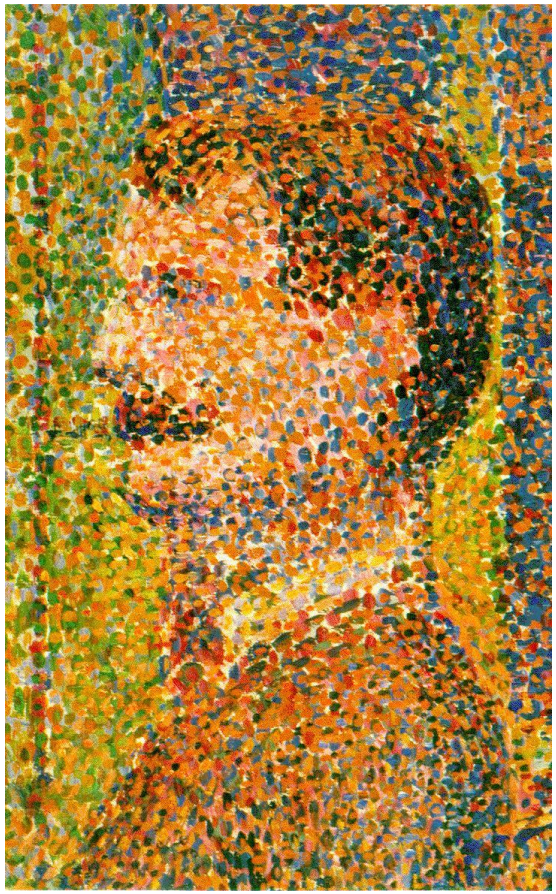
Разрешающая способность объектива

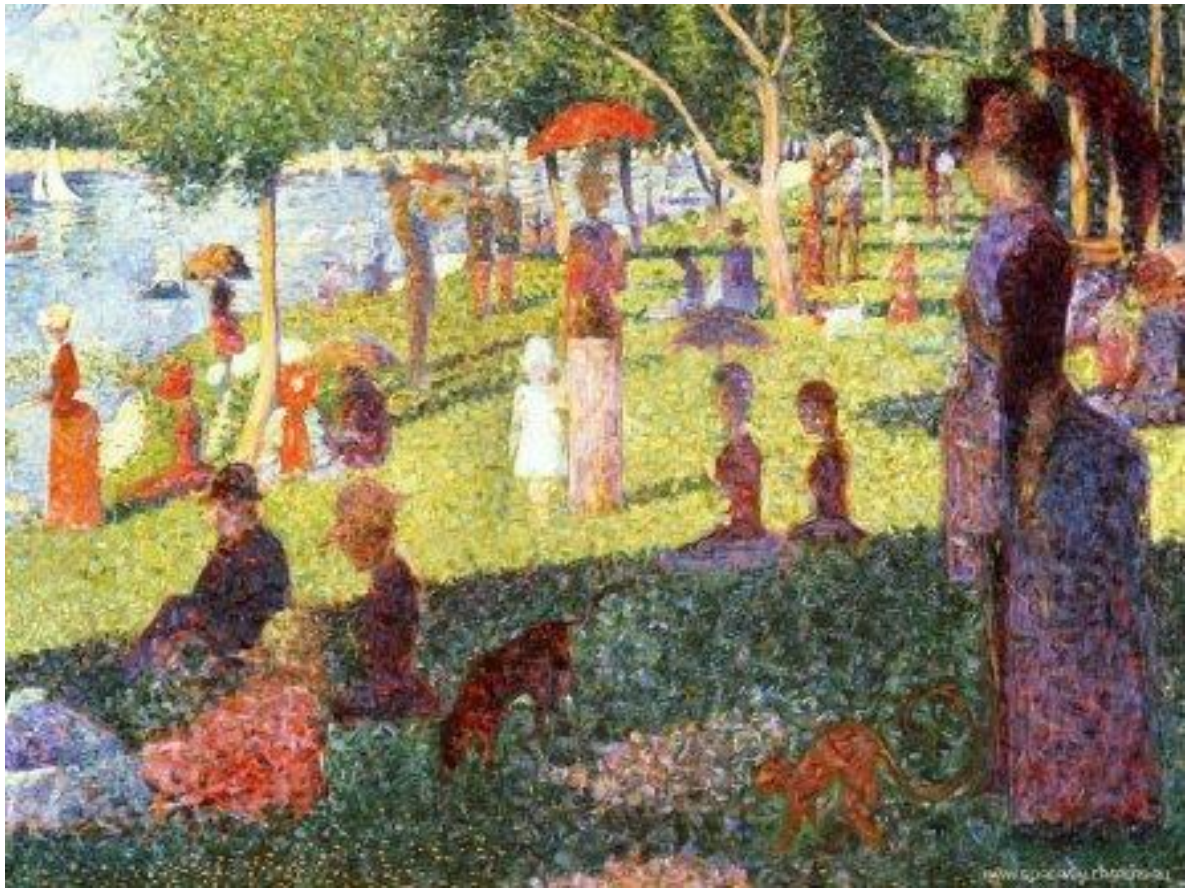
- **Критерий разрешения Релея:** расстояние между центрами дифракционных пятен не меньше радиуса диска Эйри → минимальное угловое разрешение объектива:
  $\theta_{min} = 1{,}22\ \lambda/D$
- **Космический телескоп Хаббла** $D = 2{,}4$ м
  $\theta_{min} = 1{,}22\ \lambda/D = 2.8\ 10^{-7}$
- **Разрешающая способность глаза?**

Задача

- Французский художник-импрессионист второй половины XIX столетия Жорж Сёра рисовал картины путём нанесения на полотно множества близкорасположенных цветных точек (пятен). Предполагая, что расстояние между центрами пятен равно d = 2,0 мм, оцените с какого минимального расстояния L_{min} нужно рассматривать картины Сера, чтобы отдельные пятна слились в единый цветовой фон. Диаметр зрачка $d_{зр}$ глаза примите равным 1,5 мм.
-

Жорж Сёра





- **Решение**

- Каждая цветная точка изображается на сетчатке дифракционным кружком, радиус r которого равен: $$r = 1{,}22\frac{\lambda}{d_{зр}} \cdot F,$$

- где F – фокусное расстояние глазной оптики, λ – длина волны света. Расстояние Δl между центрами дифракционных изображений соседних цветных точек на картинке равно: $$\Delta l = \frac{d}{L}F,$$

- где L – расстояние до картины. Согласно критерию разрешения Релея, Δl = r, откуда следует:
$$L_{min} = \frac{d \cdot d_{зр}}{1{,}22\lambda}.$$

- Как видно из приведённой формулы, минимальное расстояние, при котором цветные точки на картине оказываются неразличимыми, зависит от длины волны λ, то есть от цвета точек. Если условие перекрывания изображений соседних точек будет выполнено для наиболее короткой длины волны в диапазоне видимого света, то оно будет выполнено для всех длин волн. Поэтому при количественной оценке расстояния L_{min} в формулу следует подставить значение λ≈ 400 нм (коротковолновый край диапазона видимого света).

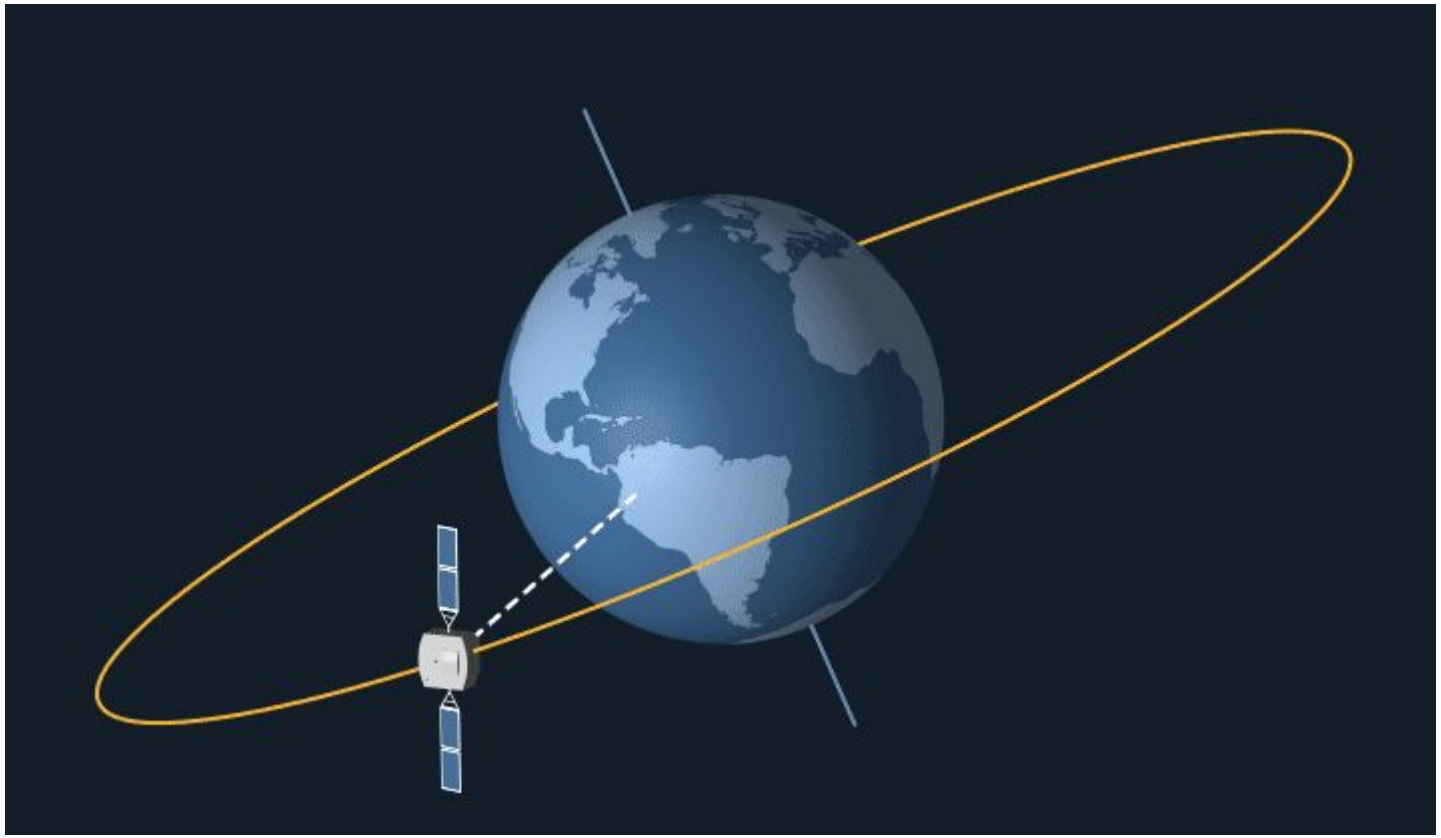
- **L_{min} ≈ 6 м.**

Задача

- Для приёма телевизионного сигнала используется спутниковая тарелка диаметром d = 75 см. Используя **критерий Рэлея**, найдите, какое должно быть минимальное расстояние между спутниками на геостационарной орбите, чтобы сигналы, излучаемые ими на одинаковой частоте, не мешали друг другу при приёме. Радиус геостационарной орбиты $R_0 \approx 42\,000$ км. Частота радиоволн $\nu = 12$ ГГц.

Спутниковая тарелка – это параболическое зеркало, в фокусе которого расположено приёмное устройство (конвертер).

- Если орбитальный период *T*сп равен периоду вращения Земли вокруг собственной оси (примерно 24 часа), то спутник будет "висеть" над одним и тем же районом Земли, а такая орбита называется *геостационарной*. Геостационарная орбита лежит в плоскости экватора Земли. Её радиус составляет 42164 км, что примерно в 6 раз больше радиуса Земли. Небесные координаты спутника на геостационарной орбите остаются постоянными и мы можем легко направить на него параболическую антенну (например, для приема спутникового телевидения).



- Из-за дифракции на тарелке радиоволны фокусируются не в точку, а в пятно, радиус которого:

$$r \approx \frac{1,22\lambda}{d}F,$$

- где λ – длина волны, F – фокусное расстояние тарелки.
- Для того чтобы сигналы спутников не мешали друг другу, необходимо, чтобы расстояние между центрами пятен согласно критерию Рэлея было не меньше их радиуса. Потому угловое расстояние между спутниками должно быть:

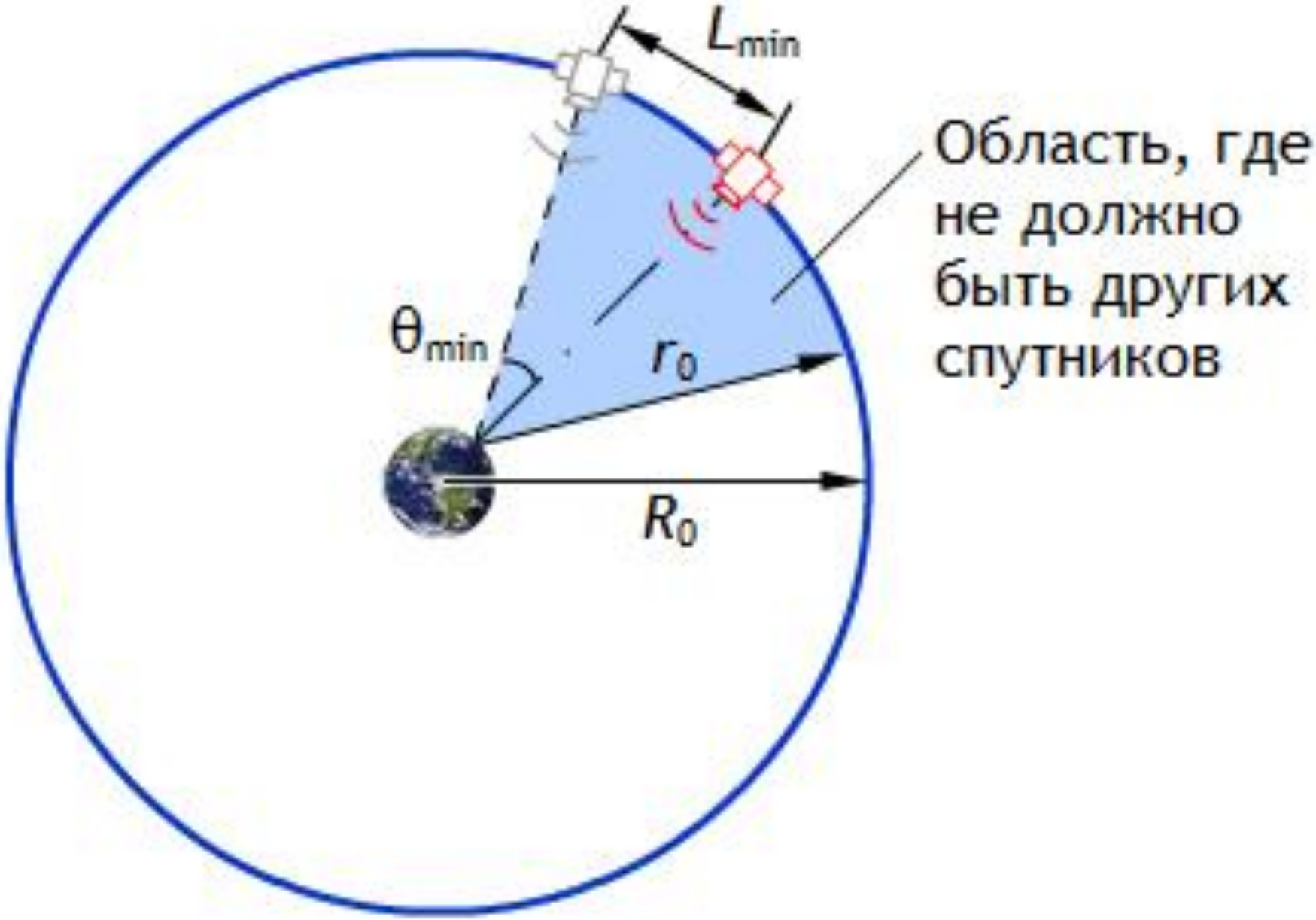
$$\theta_{min} \approx \frac{r}{F} \approx \frac{1,22\lambda}{d}.$$

- Для малых углов длина дуги между спутниками примерно равна расстоянию между ними:

$$L_{min} \approx r_0\theta_{min} \approx \frac{1,22\lambda}{d}r_0,$$

- где r_0 – расстояние от тарелки до спутника. С учётом радиуса Земли $R_З$ = 6 400 км, $r_0 = R_0 - R_З \approx$ 35 600 км.

- Учитывая, что λ = c/ν, где c – скорость света, минимальное расстояние между спутниками получаем:
- $$L_{min} \approx R_0\theta_{min} \approx \frac{1,22cR_0}{\nu d} \approx 1\,500 \text{ км}.$$


L_{min}
Область, где не должно быть других спутников
θ_{min}
r_0
R_0

КАМЕРА СМАРТФОНА

- Камера смартфона: важны не только пиксели, но и оптика. Реклама цифровых камер и смартфонов часто подчеркивает количество пикселей на матрице камеры на том основании, что большие цифры хороши, и огромные - еще лучше. Разрешающая способность объектива никогда не упоминается - в самом деле, при описании смартфонов объектив камеры вообще редко упоминается. Производители телефонов часто разделяют матрицы и линзы, так как светочувствительные матрицы являются относительно дешевыми по сравнению с качественными линзами, и не редкость найти матрицу с высоким разрешением в сочетании с объективом низкой разрешающей способности. В этом случае, разрешение камеры ограничено разрешением объектива и истинное разрешение камеры ниже, чем заявляется в рекламе.

Подробнее:
http://pro-spo.ru/mobilnye-texnologii-i-telefony/5069-kamera-smartfona-vazhny-ne-tolko-pikseli-no-i-optika

Примеры решения задач. (Дифракция Фраунгофера)

http://www.ph4s.ru/zadathi_optika.html

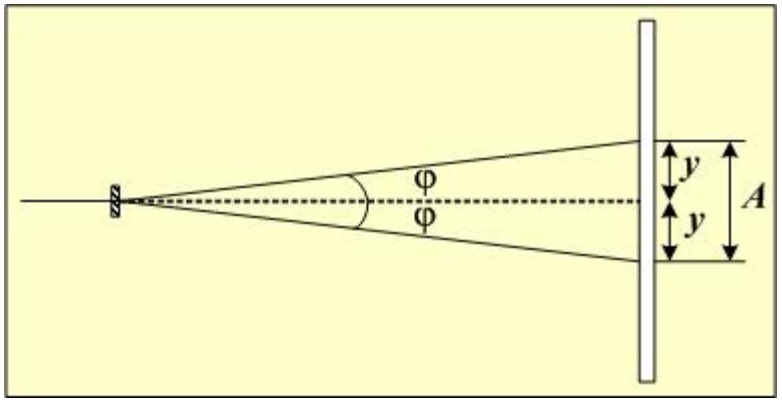
1. На щель шириной b = 20 мкм падает нормально параллельный пучок монохроматического света (λ = 500 нм). Найти ширину изображения *A* щели на экране, удаленном от щели на расстояние L = 1 м.

Дано:
λ = 500 нм
L = 1 м
b = 20 мкм

A - ?

Решение

Шириной изображения будем считать расстояние между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны от главного максимума освещенности.



Положение дифракционных минимумов на экране определяется формулой

$$b\sin\varphi = m\lambda.$$

$$\sin\varphi = tg\varphi = \frac{y}{L}. \qquad m = 1.$$

$$b\frac{y}{L} = \lambda, \qquad y = \lambda\frac{L}{b}, \qquad A = 2y = 2\lambda\frac{L}{b},$$

$$A = 2\lambda\frac{L}{b} = 2\cdot 500\cdot 10^{-9}\cdot\frac{1}{2\cdot 10^{-7}} = 5\cdot 10^{-2}\text{(м)}.$$

Ответ: A= 5см.

2. На щель шириной $b = 6\lambda$ падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны λ. Под каким углом α будет наблюдаться третий дифракционный минимум интенсивности света?

Дано:
$b = 6\lambda$

α - ?

Решение

Положение дифракционных минимумов на экране определяется формулой

$$b\sin\alpha = m\lambda.$$

$$\sin\alpha = \frac{m\lambda}{b}.$$

$$\alpha = \arcsin\frac{m\lambda}{b} = \arcsin\frac{3\lambda}{6\lambda} = \arcsin\frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}.$$

Ответ: **α** = 30°.

3. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. Натриевая линия (λ_1 = 589 нм) дает в спектре первого порядка угол дифракции $\varphi_1 = 17°8'$. Некоторая линия дает в спектре второго порядка угол дифракции $\varphi_2 = 24°12'$. Найти длину волны этой линии и число штрихов на единицу длины решетки.

Дано:

$\lambda_1 = 589$ *нм*

$\varphi_1 = 17°8'$

$\varphi_2 = 24°12'$

λ_2 - ?

N - ?

Решение

Положение дифракционных максимумов на экране определяется формулой

$$d \sin\varphi = m\lambda.$$

Запишем условие максимума для обеих линий:

$$\begin{cases} d \sin\varphi_1 = \lambda_1, \\ d \sin\varphi_2 = 2\lambda_2. \end{cases}$$

Разделив второе уравнение на первое, получим:

$$\frac{\sin\varphi_2}{\sin\varphi_1} = 2\frac{\lambda_2}{\lambda_1}.$$

Отсюда:

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2}\frac{\sin\varphi_2}{\sin\varphi_1} \approx 410 \text{ (нм)}.$$

3. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. Натриевая линия (λ_1 = 589 нм) дает в спектре первого порядка угол дифракции φ_1 = 17°8'. Некоторая линия дает в спектре второго порядка угол дифракции φ_2 = 24°12'. Найти длину волны этой линии и число штрихов на единицу длины решетки.

Решение (продолжение)

Число штрихов на единицу длины решётки

$$N = \frac{1}{d}.$$

$$d \sin\varphi_1 = \lambda_1, \quad d = \frac{\lambda_1}{\sin\varphi_1}.$$

$$d = \frac{\lambda_1}{\sin\varphi_1} \approx 5 \cdot 10^{-7} \text{ (м)}.$$

Ответ: λ_2 = 409,9 нм; N = 500 мм$^{-1}$.

4. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной гелием. На какую линию в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия (λ_1 = 670 нм) спектра второго порядка?

Дано:
$\lambda_1 = 670$ нм
$m_1 = 3$
$m_2 = 2$

λ_2 - ?

Решение

Дифракционные максимумы на экране накладываются друг на друга, если для них равны углы дифракции.

Величины углов дифракции определяется формулой

$$d \sin\varphi = m\lambda.$$

Следовательно,

$$\sin\varphi = \frac{m\lambda}{d}.$$

$$\varphi_1 = \varphi_2, \quad \frac{m_1\lambda_1}{d} = \frac{m_2\lambda_2}{d}.$$

$$m_1\lambda_1 = m_2\lambda_2, \qquad \lambda_2 = \frac{\lambda_1 m_1}{m_2}.$$

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1 m_1}{m_2} = \frac{2 \cdot 670}{3} \approx 447 \text{ (нм)}.$$

Ответ: $\lambda = 447$ нм

5. Найти наибольший порядок спектра k для желтой линии натрия (λ = 589 нм), если период дифракционной решетки d = 2 мкм.

Дано:
λ = 589 нм
d = 2 мкм

m_{max} - ?

Решение

Величины углов дифракции определяется формулой

$$d\sin\varphi = m\lambda.$$

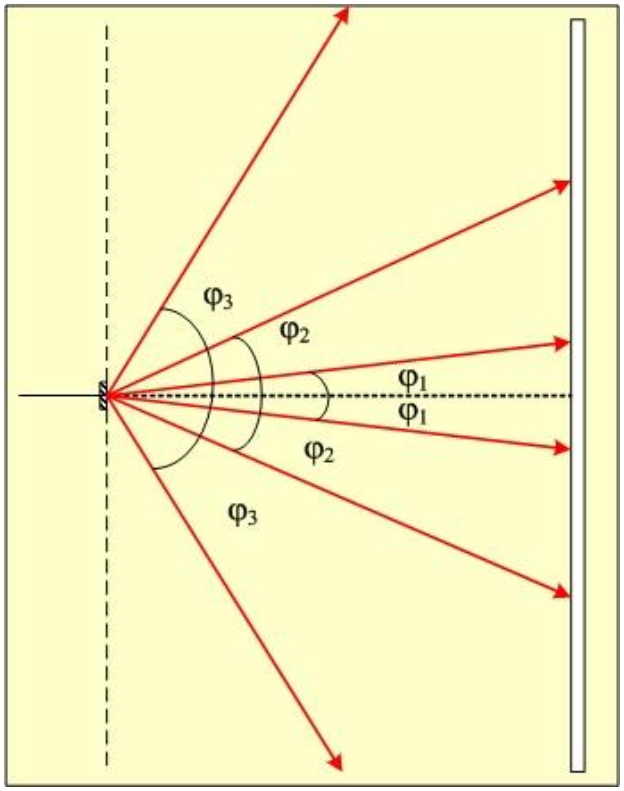
Следовательно,

$$\sin\varphi = \frac{m\lambda}{d}.$$

Допустимы такие m, когда $\frac{m\lambda}{d} \le 1.$

$$m \le \frac{d}{\lambda}. \qquad m \le \frac{2\cdot 10^{-6}}{0,589\cdot 10^{-6}} \approx 3,396.$$

$$k = m_{\max} = 3.$$



Ответ: ***k*** = 3.

Лекция окончена