Степени с действительным показателем

Степень с натуральным показателем

Помните!

$$a^n$$

Показатель

Степень

Основание

Таблица основных степеней

$2^2 =$ 4	$3^2 =$ 9	$5^2 =$ 25
$2^3 =$ 8	$3^3 =$ 27	$5^3 =$ 125
$2^4 =$ 16	$3^4 =$ 81	$5^4 =$ 625
$2^5 =$ 32	$3^5 =$ 243	
$2^6 =$ 64		
$2^7 =$ 128		

Учить!

$11^2 =$ 121	$12^2 =$ 144	$13^2 =$ 169	$14^2 =$ 196
$15^2 =$ 225	$25^2 =$ 625		

900igr.net

Свойства степеней

Одинаковые основания

Что это?

Произведение степеней с одинаковыми основаниями

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{n\ m}$$

Как это?

Показатели ***сложить***

вычесть

умножить

Разные основания

Что это?

Возведение произведения в степень

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Произведение степеней с одинаковыми показателями

Как это?

Возвести ***каждый множитель***

основания

числитель и знаменатель

Умножить ***b***

возвести в степень

Степень чисел, оканчивающихся нулями

Алгоритм

1. Возвести в степень число без нулей;

2. К результату приписать столько нулей, сколько их в основании, умноженном на показатель.

$20^3 = 8\,000$

$150^2 = 225\,00$

Выполните примеры

$20^3 =$ 8000

$150^2 =$ 22500

$400^2 =$ 160000

$360^2 =$ 129600

$110^2 =$ 12100

Степень десятичной дроби

Алгоритм

1. Возвести в степень число, не взирая на запятую;

2. Справа налево отсчитать столько знаков, сколько их в произведении количества знаков после запятой в основании

$0,2^3 = 0,008$

$1,1^2 = 1,21$

Выполните примеры

$0,2^3 =$ **0,008**

$1,1^2 =$ **1,21**

$0,04^2 =$ **0,0016**

$0,12^2 =$ **0,0144**

$0,15^2 =$ **0,0225**

Знак степени

Минус в четной степени будет плюс

Минус в нечетной степени будет минус

Определите к чему относятся минусы. Определите знак при возведении в степень:

$(-2)^4$	минус у основания	Знак +
$-(2x)^4$	минус у степени	Знак -
$(-2/5)^3$	минус у основания	Знак -
$-(-a)^5$	минус у основания и степени	Знак +
$-(x-1)^2$	минус у степени	Знак -

3.

1. основание

Минус возводим в степень

2. степень

Сначала знак, потом возводим в степень,

Минус возводим в степень, потом - общий знак

Определите к чему относятся минусы. Определите знак при возведении в степень:

$(-2)^4$	минус у основания	Знак _____
$-(2x)^4$	минус у степени	Знак _____
$(-2/5)^3$	минус у основания	Знак _____
$-(-a)^5$	минус у основания и степени	Знак _____
$-(x-1)^2$	минус у степени	Знак _____

3.

1. основание

Минус возводим в степень

2. степень

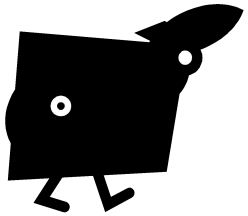
Сначала знак, потом возводим в степень,

Минус возводим в степень, потом - общий знак

и степень

Определите к чему относятся минусы. Определите знак при возведении в степень:

$(-2)^4$	минус у основания	Знак +
$-(2x)^4$	минус у степени	Знак -
$(-2/5)^3$	минус у основания	Знак -
$-(-a)^5$	минус у основания и степени	Знак +
$-(x-1)^2$	минус у степени	Знак -



1. плюс

2. минус

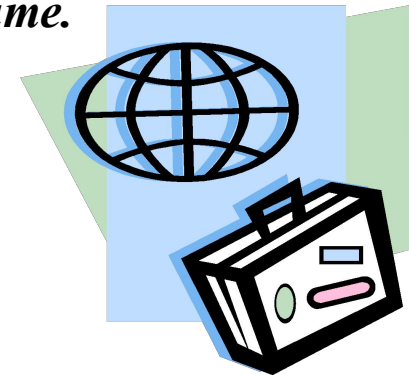
Выполните примеры. Сначала поставьте знак, потом вычисляйте.

$(-2)^4 = +16$

$-(2x)^4 = -16x^4$

$(-2/5)^3 = -8/125$

$-(-a)^5 = +a^5$



Степень с рациональным показателем

$a^{\frac{p}{q}}$ p – целое число, q – натуральное число, q ≥ 2

Примеры: 2^{-1}, $3^{1/2}$, $a^{3/4}$

Помните!

$$a^{0} = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^{n}}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$$

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^{p}}$$

Свойства степеней

Одинаковые основания

Что это?

Произведение степеней с одинаковыми основаниями

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{n\ m}$$

Как это?

Показатели ***сложить***

вычесть

умножить

Разные основания

Что это?

Возведение произведения в степень

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Произведение степеней с одинаковыми показателями

Как это?

Возвести ***каждый множитель***

основания

числитель и знаменатель

Умножить ***b***

возвести в степень

Свойства степеней с рациональным показателем такие же как свойства степеней с натуральным показателем

$$a^{1/5} \cdot a^{2/3} = a^{\overset{3}{\cancel{1/5}} + \overset{5}{\cancel{2/3}}} = a^{13/15}$$

$$a^{1/5} \cdot a^{-2/3} = a^{\overset{3}{\cancel{1/5}} - \overset{5}{\cancel{2/3}}} = a^{-7/15}$$

$$(5^{1/5})^{15} = a^{1/5 \cdot 15} = 5^{3} = 125$$

$$4^{-1/2} = \frac{1}{4^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

Действия в выражениях, содержащих степени

Действия с числовыми основаниями

1. Разложение числа на простые множители.

Представьте составное числа в виде произведения степеней с простыми основаниями:

1) $12 = 2^2 \cdot 3$ 2) $24 = 2^3 \cdot 3$ 3) $75 = 5^2 \cdot 3$ 4) $48 = 2^4 \cdot 3$

5) $72 = 2^3 \cdot 3^2$ 6) $250 = 5^3 \cdot 2$ 7) $54 = 3^3 \cdot 2$ 8) $80 = 2^4 \cdot 5$

Разложите числа на простые множители:

864	2
432	2
216	2
108	2
54	2
27	3^3

576

$864 = 2^5 \cdot 3^3$

$576 = 2^6 \cdot 3^2$

2. Сокращение дробей

Алгоритм

1. Возвести в степень при наличии; выполнить действия в числителе и знаменателе;

3. Сократить коэффициенты ;

4. Сократить буквенную часть.

$$\frac{2^2(4x)^2\cdot(3x^2y)^3}{72x^4y^5}=\frac{2^2\cdot16x^2\cdot3^3x^6y^3}{72x^4y^5}=\frac{\overset{2^3}{\cancel{2^6}}\cdot\overset{3}{\cancel{3^3}}\,\overset{x^4}{\cancel{x^8}}\,\overset{1}{\cancel{y^3}}}{\underset{1}{\cancel{2^3}}\cdot\underset{1}{\cancel{3^2}}\,\underset{1}{\cancel{x^4}}\,\underset{y^2}{\cancel{y^5}}}=$$

$$=\frac{24x^4}{y^2}$$

$$\frac{\overset{3}{\cancel{21}}\,\overset{a}{\cancel{a^4}}}{\underset{1}{\cancel{7}}\,\underset{1}{\cancel{a^3}}}=3a$$

$$\frac{\overset{2}{\cancel{22}}\,\overset{a}{\cancel{a^4}}\,\overset{1}{\cancel{b^6}}}{\underset{3}{\cancel{33}}\,\underset{1}{\cancel{a^2}}\,\underset{b^2}{\cancel{b^8}}}=\frac{2a^2}{3b^2}$$

Помните!

При сокращении дробей числовые основания разложить на множители

При сокращении буквенной части – сокращать на букву в меньшей степени

Можно не сокращать, а делить степени с одинаковым основанием, т.е.

вычитать показатели

$$\frac{2^{2n-1}\cdot 9^{n+1}}{3^{2n+1}\cdot 4^{n-2}} = \frac{2^{2n-1}\cdot 3^{2^{n+2}}}{3^{2n+1}\cdot 2^{2^{n-4}}} = 2^{2n-1-(2n-4)}\cdot 3^{2n+2-(2n+1)} =$$

$$= 2^3\cdot 3 = 24$$

Десятичную дробь надо перевести в обыкновенную

3. Преобразование выражений со степенями

Алгоритм

1. Привести числовые основания к степени с простым основанием;

2. Выполнить действия, используя свойства степеней или арифметические действия и таблицу степеней ;

Примеры:

Приведение к простому основанию:

1) $27^x = (3^3)^x = 3^{3x}$

2) $6^x = (2\cdot 3)^x = 2^x \cdot 3^x$

3) $0{,}5^x \cdot 8^x = (\frac{1}{2})^x \cdot 2^{3x} = 2^x \cdot 2^{3x} = 2^{4x}$

4) $3^x + 9^x = 3^x + 3^{2x}$

5) $2\cdot 0{,}25^x \cdot \sqrt{8} = 2 \cdot (\frac{1}{4})^x \cdot 2^3 = 2 \cdot 2^{-2x} \cdot 2^3 = 2^{-2x+4}$

Примеры:

Приведение к простому показателю («очищение показателя»):

1) $3^{x+1} = 3 \cdot 3^{x}$

$$a^{n+m} = a^{n} \cdot a^{m}$$

2) $2^{x} + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 2^{x} + 2 \cdot 2^{x} + 4 \cdot 2^{x} = 7 \cdot 2^{x}$

$$a^{n-m} = a^{-m} \cdot a^{n}$$

4) $3^{2x-1} + 3^{2x-2} + 3^{2x-3} = 39$

$$\overset{9}{\cancel{1/3}} \cdot 3^{2x} + \overset{3}{\cancel{1/9}} \cdot 3^{2x} + \overset{1}{\cancel{1/27}} \cdot 3^{2x} = \overset{27}{\cancel{39}}$$

$9 \cdot 3^{2x} + 3 \cdot 3^{2x} + 3^{2x} = 27 \cdot 39$

Не умножать!

$13 \cdot 3^{2x} = 27 \cdot 39$

$$3^{2x} = \frac{27 \cdot \overset{3}{\cancel{39}}}{\cancel{13}}$$

$3^{2x} = 27 \cdot 3 = 3^{4}$

$2x=4, \quad x=2.$