

# Степени с действительным показателем

## Степень с натуральным показателем



### Таблица основных степеней

$2^2 = 4$

$3^2 = 9$

$5^2 = 25$

$2^3 = 8$

$3^3 = 27$

$5^3 = 125$

$2^4 = 16$

$3^4 = 81$

$5^4 = 625$

$2^5 = 32$

$3^5 = 243$

$2^6 = 64$

$2^7 = 128$

$11^2 = 121$

$12^2 = 144$

$13^2 = 169$

$14^2 = 196$

$15^2 = 225$

$25^2 = 625$

# УЧИТЬ!

# Свойства степеней

## Одинаковые основания

### Что это?

Произведение степеней с

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

О  $a^{n+m}$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

Д  
И  
Н  
а  
к  
о

$a^{n-m}$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

а  
к  
о

$a^{n \cdot m}$

### Как это?

Показатели

сложить

вычесть

умножить

## Разные основания

### Что это?

Возведение произведения в

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

ы

м

и

б

т

н

н

н

н

н

и

я

м

$a^n \cdot b^n$

$$= a^n \cdot b^n$$

$(ab)^n$

$$= \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$\frac{a^n}{b^n}$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n$

### Как это?

Возвести каждый

множитель

основания

числитель и

знаменатель

$b$

Умножить возвести в степень

Произведение степеней с

# Степень чисел, оканчивающихся нулями

## Алгоритм

1. Возвести в степень число без нулей;

2. К результату приписать столько нулей, сколько их в основании, умноженном на показатель.

$$20^3 = 8\ 000$$

$$150^2 = 225\ 00$$

Выполните примеры

$$20^3 =$$

8000

$$150^2 =$$

22500

$$400^2 =$$

160000

$$360^2 =$$

129600

$$110^2 =$$

12100

# Степень десятичной дроби

## Алгоритм

1. Возвести в степень число, не взирая на запятую;

2. Справа налево отсчитать столько знаков,

сколь  
ко их  
в  
произ  
веден  
ии  
коли  
честв  
а  
знако  
в  
после  
запят  
ой в  
основ  
ании

$$0,2^3 = 0,008$$

$$1,1^2 = 1,21$$

Выполните примеры

$$0,2^3 =$$

0,008

$$1,1^2 =$$

1,21

$$0,04^2 =$$

0,0016

$$0,12^2 =$$

0,0144

$$0,15^2 =$$

0,0225

# Знак степени

Минус в четной степени будет **плюс**

Минус в нечетной степени будет **минус**

Определите к чему относятся минусы. Определите знак при возведении в степень:

$(-2)^4$	минус у <u>          <b>основания</b>          </u>	Знак <u>          <b>+</b>          </u>
$-(2x)^4$	минус у <u>          <b>степени</b>          </u>	Знак <u>          <b>-</b>          </u> <b>3.</b>
$(-2/5)^3$	минус у <u>          <b>основания</b>          </u>	Знак <u>          <b>-</b>          </u>
$-(-a)^5$	минус у <u>          <b>основания и степени</b>          </u>	Знак <u>          <b>+</b>          </u>
$-(x-1)^2$	минус у <u>          <b>степени</b>          </u>	Знак <u>          <b>-</b>          </u>



**1.**

**основание**

Минус возводим в  
степень

**2.**

**степень**

Сначала знак,  
потом возводим в  
степень,

Минус возводим в  
степень,  
потом - общий  
знак

**и степень**

Определите к чему относятся минусы. Определите знак при возведении в степень:

$(-2)^4$	минус у _____ <b>основания</b> _____	Знак _____
$-(2x)^4$	минус у _____ <b>степени</b> _____	Знак _____ <b>3.</b>
$(-2/5)^3$	минус у _____ <b>основания</b> _____	Знак _____
$-(-a)^5$	минус у _____ <b>основания и степени</b> _____	Знак _____
$-(x-1)^2$	минус у _____ <b>степени</b> _____	Знак _____



**1.**

**основание**

**Минус возводим в  
степень**

**2.**

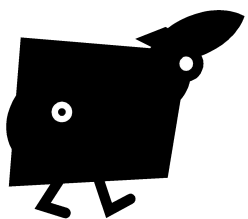
**степень**

**Сначала знак,  
потом возводим в  
степень,**

**Минус возводим в  
степень,  
потом - общий  
знак  
и степень**

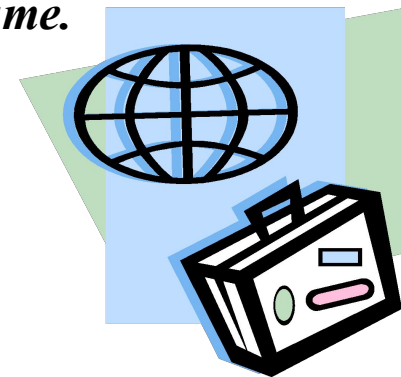
**Определите к чему относятся минусы. Определите знак при возведении в степень:**

$(-2)^4$	минус у <u>          <b>основания</b>          </u>	Знак <u>          <b>+</b>          </u>
$-(2x)^4$	минус у <u>          <b>степени</b>          </u>	Знак <u>          <b>-</b>          </u>
$(-2/5)^3$	минус у <u>          <b>основания</b>          </u>	Знак <u>          <b>-</b>          </u>
$-(-a)^5$	минус у <u>          <b>основания и степени</b>          </u>	Знак <u>          <b>+</b>          </u>
$-(x-1)^2$	минус у <u>          <b>степени</b>          </u>	Знак <u>          <b>-</b>          </u>



**Выполните примеры. Сначала поставьте знак, потом вычисляйте.**

$$\begin{aligned}
 (-2)^4 &= \underline{\underline{+ 16}} \\
 -(2x)^4 &= \underline{\underline{- 16x^4}} \\
 (-2/5)^3 &= \underline{\underline{- 8/125}} \\
 -(-a)^5 &= \underline{\underline{+ a^5}}
 \end{aligned}$$



# Степень с рациональным показателем

$$a^{\frac{p}{q}}$$

$p$  – целое число,  $q$  – натуральное число,  $q \geq 2$

Примеры:  $2^{-1}$ ,  $3^{\frac{1}{2}}$ ,  $a^{\frac{3}{4}}$



Помните!

$$a^0 = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$



# Свойства степеней

## Одинаковые основания

### Что это?

Произведение степеней с

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

о  
Д  
и  
н  
а  
к  
о

### Как это?

Показатели

сложить

**вычесть**

**умножить**

## Разные основания

### Что это?

Возведение произведения в

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$= a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

ы  
м  
и  
б  
т  
н  
н  
н  
н  
н  
н  
я  
м

### Как это?

Возвести каждый

множитель

**основания**

**числитель и**

**знаменатель**

**b**

Умножить возвести в степень

Произведение степеней с

**Свойства степеней с рациональным показателем  
такие же как  
свойства степеней с натуральным показателем**

$$a^{1/5} \cdot a^{2/3} = a^{\frac{3}{15} + \frac{5}{15}} = a^{13/15}$$

$$a^{1/5} \cdot a^{-2/3} = a^{\frac{3}{15} - \frac{5}{15}} = a^{-7/15}$$

$$(5^{1/5})^{15} = a^{1/5 \cdot 15} = 5^3 = 125$$

$$4^{-1/2} = \frac{1}{4^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

# Действия в выражениях, содержащих степени

## Действия с числовыми основаниями

### 1. Разложение числа на простые множители.

Представьте составное числа в виде произведения степеней с простыми основаниями:

$$1) 12 = 2^2 \cdot 3 \quad 2) 24 = 2^3 \cdot 3 \quad 3) 75 = 5^2 \cdot 3 \quad 4) 48 = 2^4 \cdot 3$$

$$5) 72 = 2^3 \cdot 3^2 \quad 6) 250 = 5^3 \cdot 2 \quad 7) 54 = 3^3 \cdot 2 \quad 8) 80 = 2^4 \cdot 5$$

Разложите числа на простые множители:

864	2	576
432	2	
216	2	
108	2	
54	2	
27	$3^3$	

$$864 = 2^5 \cdot 3^3$$

$$576 = 2^6 \cdot 3^2$$

## 2. Сокращение дробей

### Алгоритм

1. Возвести в степень при наличии;

ВЫП  
ОЛН  
ИТЬ  
дейс  
ТВИ  
С Д

$$\frac{\overset{3}{\cancel{21}}\overset{a}{\cancel{a^4}}}{\underset{1}{\cancel{7}}\underset{1}{\cancel{a^3}}} = 3a$$

$$\frac{\overset{2}{\cancel{22}}\overset{a}{\cancel{a^4}}\overset{1}{\cancel{b^6}}}{\underset{3}{\cancel{33}}\underset{1}{\cancel{a^2}}\underset{b^2}{\cancel{b^8}}} = \frac{2a^2}{3b^2}$$

3. Сократить коэффициенты ;

4. Сократить буквенную часть.

$$\frac{2^2 (4x)^2 \cdot (3x^2 y)^3}{72x^4 y^5} = \frac{2^2 \cdot \overset{2^2}{\cancel{16}}x^2 \cdot \overset{3^3}{\cancel{27}}x^6 y^3}{\underset{2^3}{\cancel{72}}x^4 y^5} = \frac{\overset{2^3}{\cancel{2^6}} \cdot \overset{3}{\cancel{3^3}} \overset{x^4}{\cancel{x^8}} \overset{1}{\cancel{y^3}}}{\underset{1}{\cancel{2^3}} \cdot \underset{1}{\cancel{3^2}} \overset{x^4}{\cancel{x^4}} \underset{y^2}{\cancel{y^5}}} = \frac{24x^4}{y^2}$$



**ПОМНИТЕ!**

*При сокращении дробей числовые основания  
разложить на множители*

*При сокращении буквенной части –  
сокращать на букву в меньшей степени*

*Можно не сокращать, а делить степени с  
одинаковым основанием, т.е.*

*вычитать показатели*

$$\frac{2^{2n-1} \cdot 9^{n+1}}{3^{2n+1} \cdot 4^{n-2}} = \frac{2^{2n-1} \cdot 3^{2n+2}}{3^{2n+1} \cdot 2^{2n-4}} = 2^{2n-1-(2n-4)} \cdot 3^{2n+2-(2n+1)} =$$
$$= 2^3 \cdot 3 = 24$$

*Десятичную дробь надо перевести в  
обыкновенную*

### 3. Преобразование выражений со степенями

## Алгоритм

1. Привести числовые основания к степени с простым основанием;

2. Выполнить действия, используя свойства степеней или арифметические действия и **таблицу степеней** ;

*Примеры:*

*Приведение к простому основанию:*

$$1) 27^x = (3^3)^x = 3^{3x}$$

$$2) 6^x = (2 \cdot 3)^x = 2^x \cdot 3^x$$

$$3) 0,5^x \cdot 8^x = \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot 2^{3x} = 2^x \cdot 2^{3x} = 2^{4x}$$

$$4) 3^x + 9^x = 3^x + 3^{2x}$$

$$5) 2 \cdot 0,25^x \cdot \sqrt{8} = 2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x \cdot 2^3 = 2 \cdot 2^{-2x} \cdot 2^3 = 2^{-2x+4}$$

## Примеры:

Приведение к простому показателю («очищение показателя»):

$$1) 3^{x+1} = 3 \cdot 3^x$$

$$a^{n+m} = a^n \cdot a^m$$

$$2) 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 2^x + 2 \cdot 2^x + 4 \cdot 2^x = 7 \cdot 2^x$$

$$4) 3^{2x-1} + 3^{2x-2} + 3^{2x-3} = 39$$

$$a^{n-m} = a^{-m} \cdot a^n$$

$$\frac{9}{1} \cdot 3^{2x} + \frac{3}{1} \cdot 3^{2x} + \frac{1}{27} \cdot 3^{2x} = \frac{27}{39}$$

$$9 \cdot 3^{2x} + 3 \cdot 3^{2x} + 3^{2x} = 27 \cdot 39$$

**Не умножать!**

$$13 \cdot 3^{2x} = 27 \cdot 39$$

$$3^{2x} = \frac{27 \cdot \cancel{39}}{\cancel{13}}$$

$$3^{2x} = 27 \cdot 3 = 3^4$$

$$2x=4, \quad x=2.$$