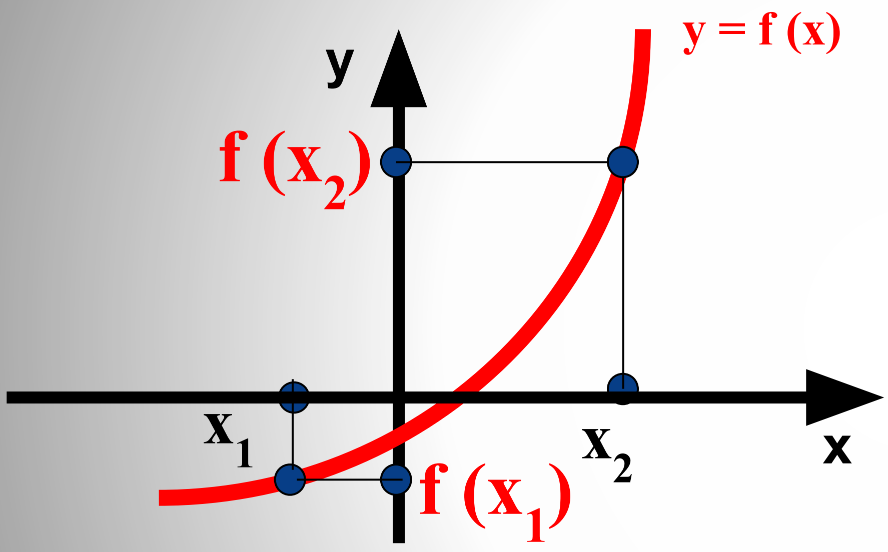
Немного повторения

- Понятия возрастающей и убывающей функций.
- Понятие монотонности функции.

Возрастающая функция



Функция f(x) называется

возрастающей

на некотором интервале,

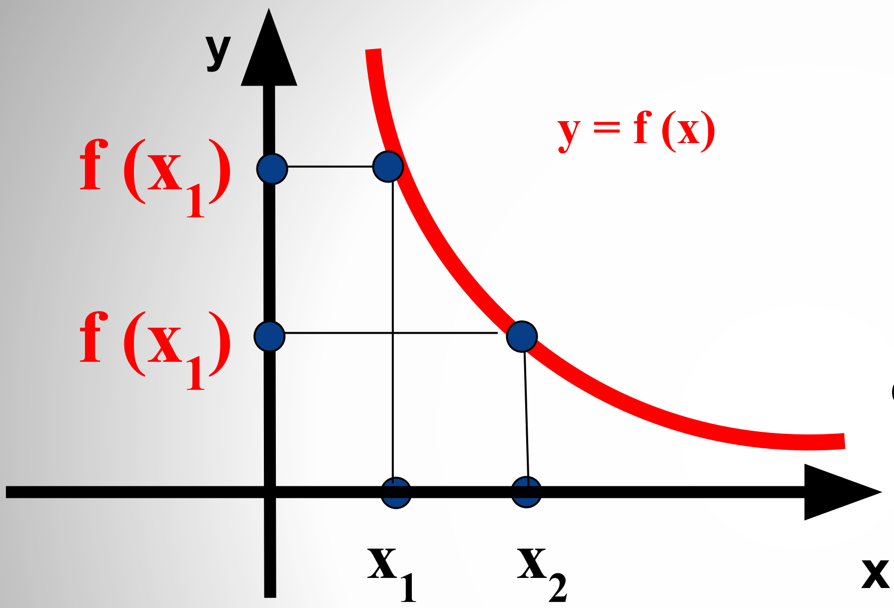
если для любых x_1 и x_2 из этого интервала, таких, что

$x_2 > x_1$

следует неравенство

$f(x_2) > f(x_1)$.

Убывающая функция



Функция f(x) называется

убывающей

на некотором интервале,

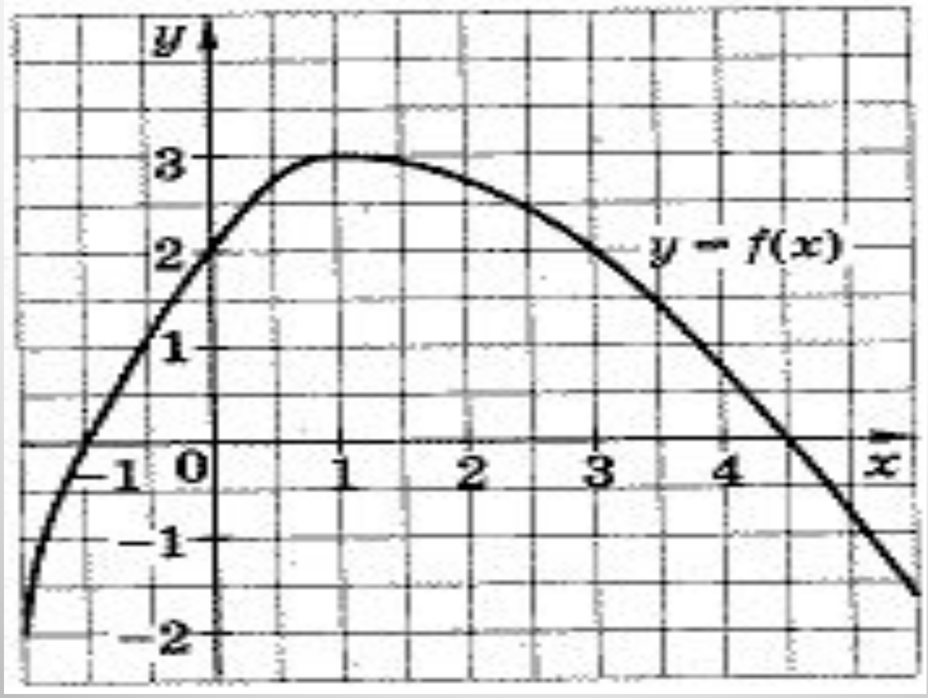
если для любых x_1 и x_2 из этого интервала, таких, что

$x_2 > x_1$

следует неравенство

$f(x_2) < f(x_1)$.

Возрастающие и убывающие функции называются *монотонными* функциями.



Способы исследования функций на монотонность

Способ 1. По определению возрастающей (убывающей) функции.

Способ 2. По графику функции.

Пример №1. Исследуйте функцию f(x)= 1/x на монотонность.

Решение.

D(f) : x ≠ 0

Пусть x_2 *и* x_1 - произвольные точки из *D(f)* такие, что

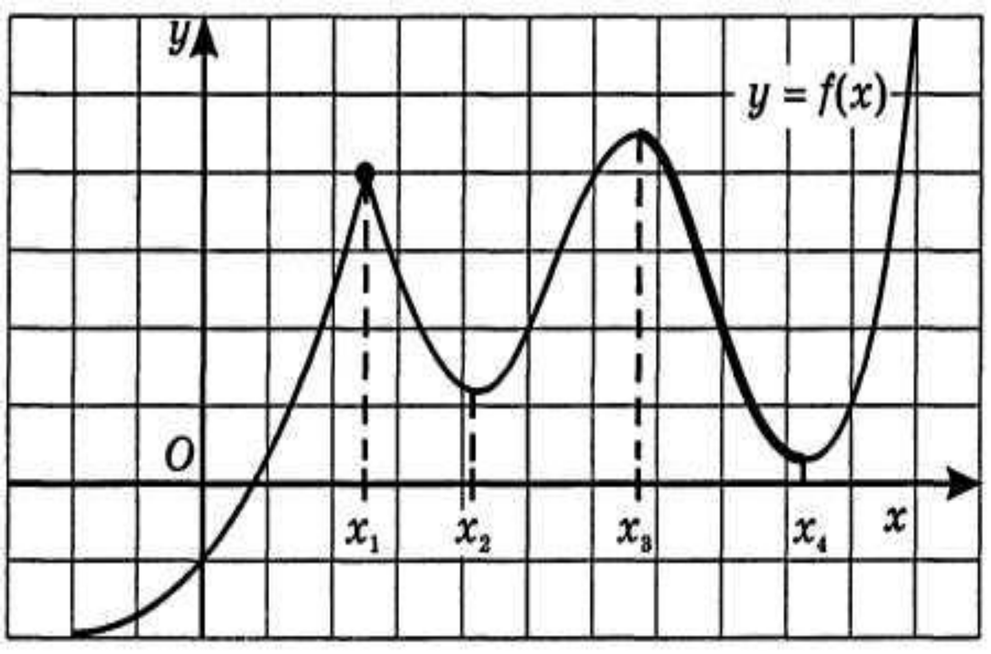
$x_2 > x_1$, тогда $f(x_2) - f(x_1) = 1/x_2 – 1/ x_1 = (x_1 – x_2)/ x_2 x_1 < 0$,

значит данная функция убывает на каждом из двух промежутков своей области определения.

Пример №2.

По графику функции y=f(x) ответьте на вопросы:

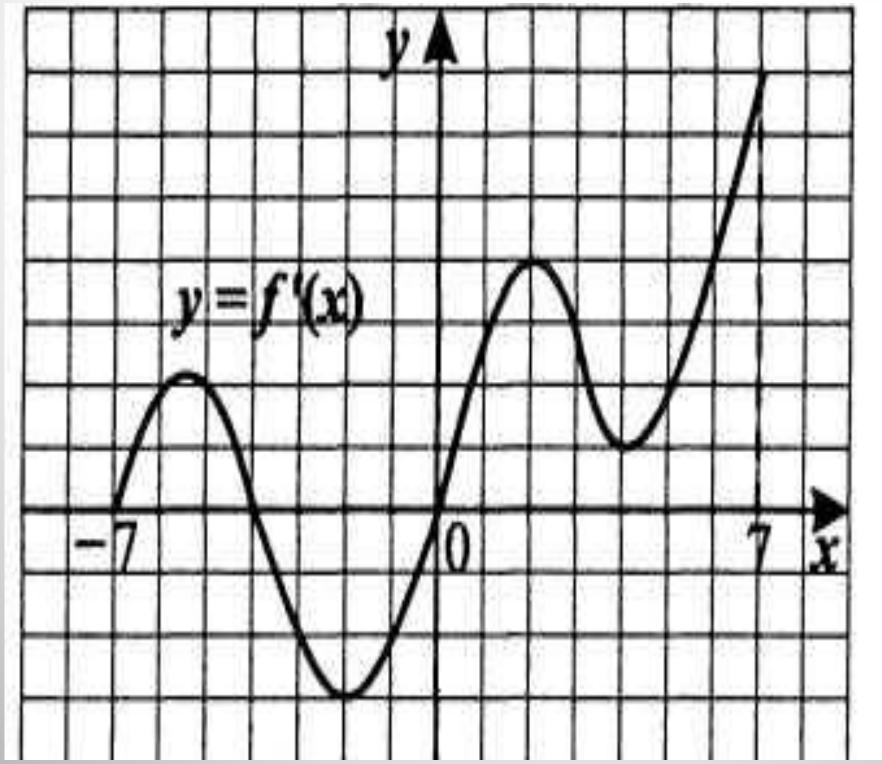
- Сколько промежутков возрастания у этой функции?
- Назовите наименьший из промежутков убывания этой функции.



Пример №3. (задание B_8 из тестов ЕГЭ по математике)

По графику функции y=f´(x) ответьте на вопросы:

- Сколько промежутков возрастания у функции f(x)?
- Найдите длину промежутка убывания этой функции.

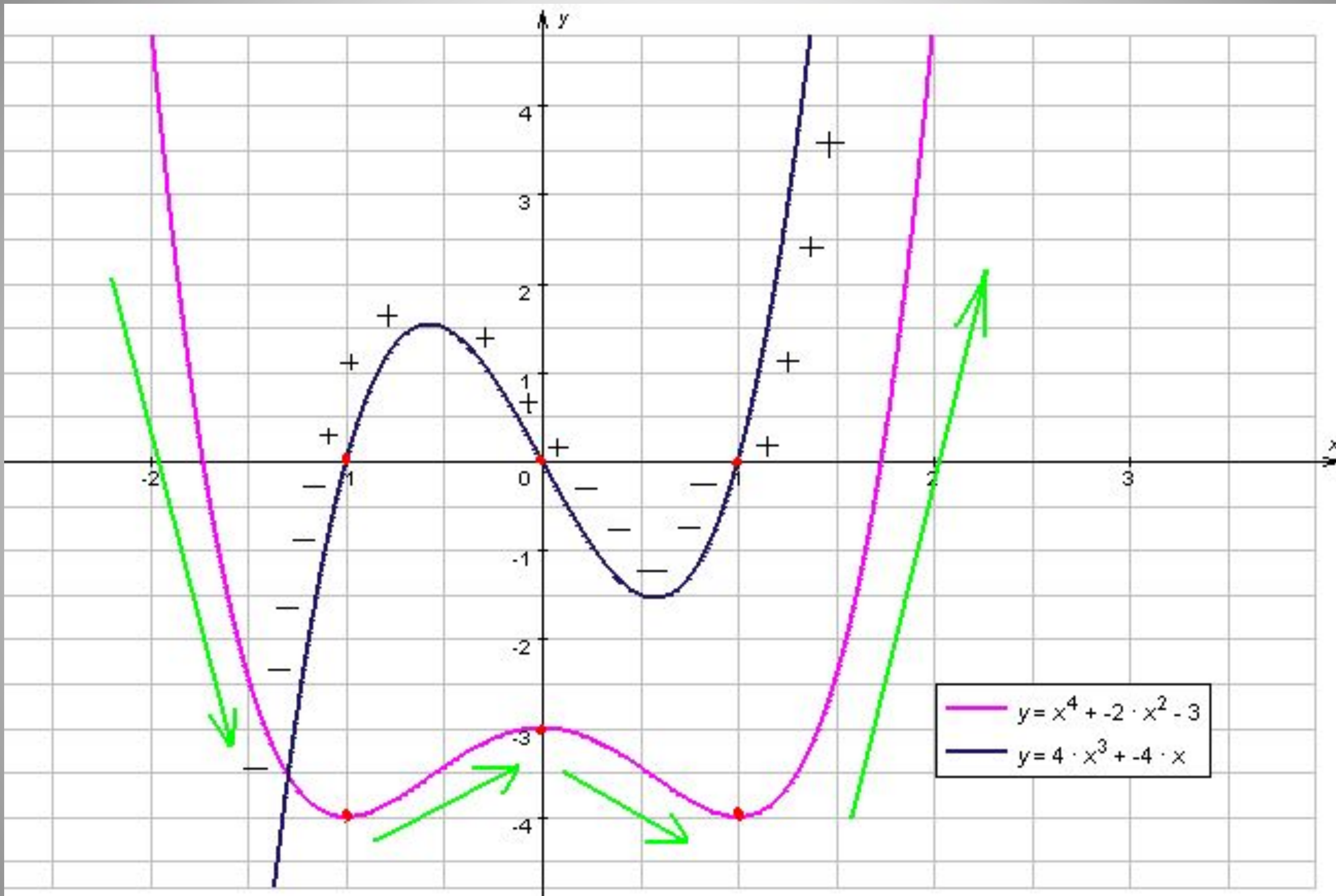


Наши цели

1. Найти связь между производной и свойством монотонности функции.

2. Создать алгоритм поиска промежутков монотонности функции с помощью производной.

Тема урока:
«Возрастание и убывание функции»


y
x
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-2
-1
1
2
3
y = x^4 + -2 · x^2 - 3
y = 4 · x^3 + -4 · x

≤

Гипотеза

- Если $\mathbf{f^{/}(x)} > 0$ на некотором интервале, то функция возрастает на этом интервале.
- Если $\mathbf{f^{/}(x)} < 0$ на некотором интервале, то функция убывает на этом интервале.

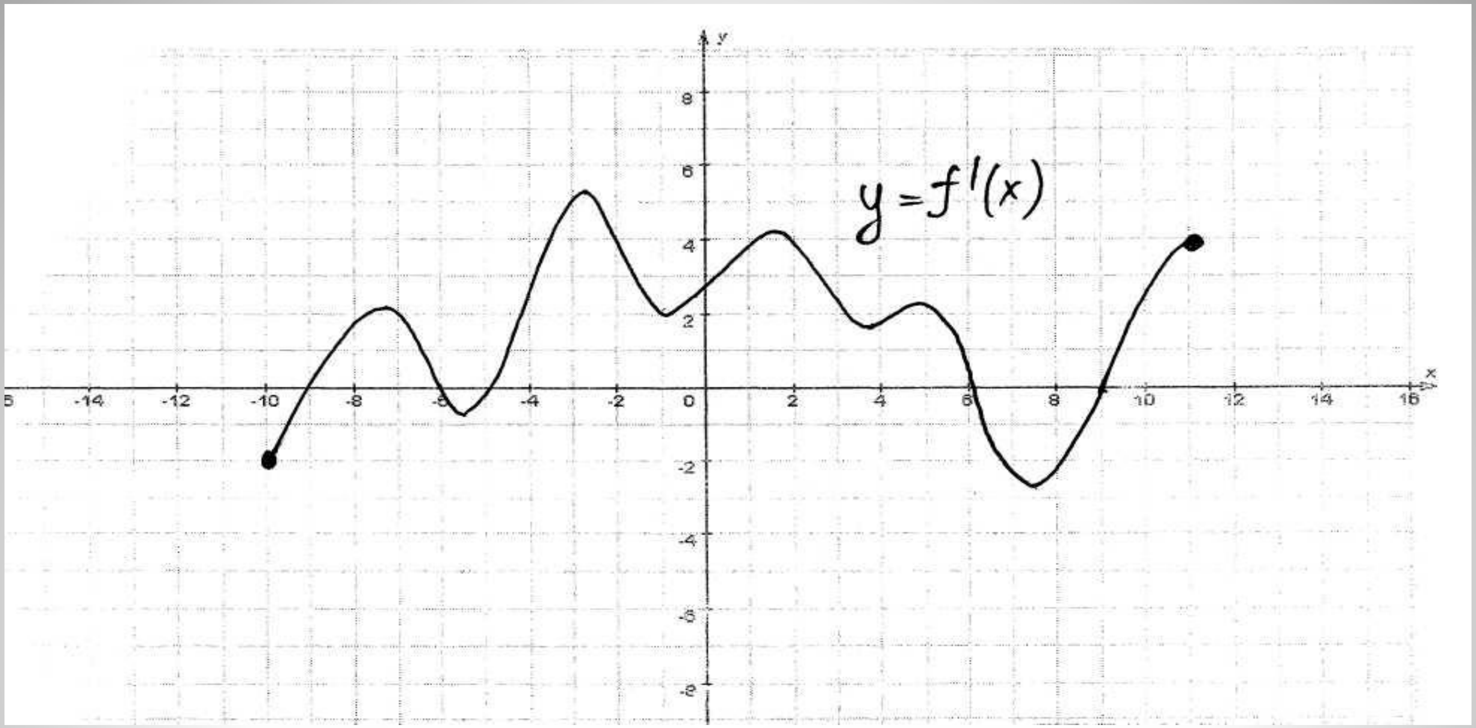
Достаточный признак возрастания (убывания) функции

- Теорема1.

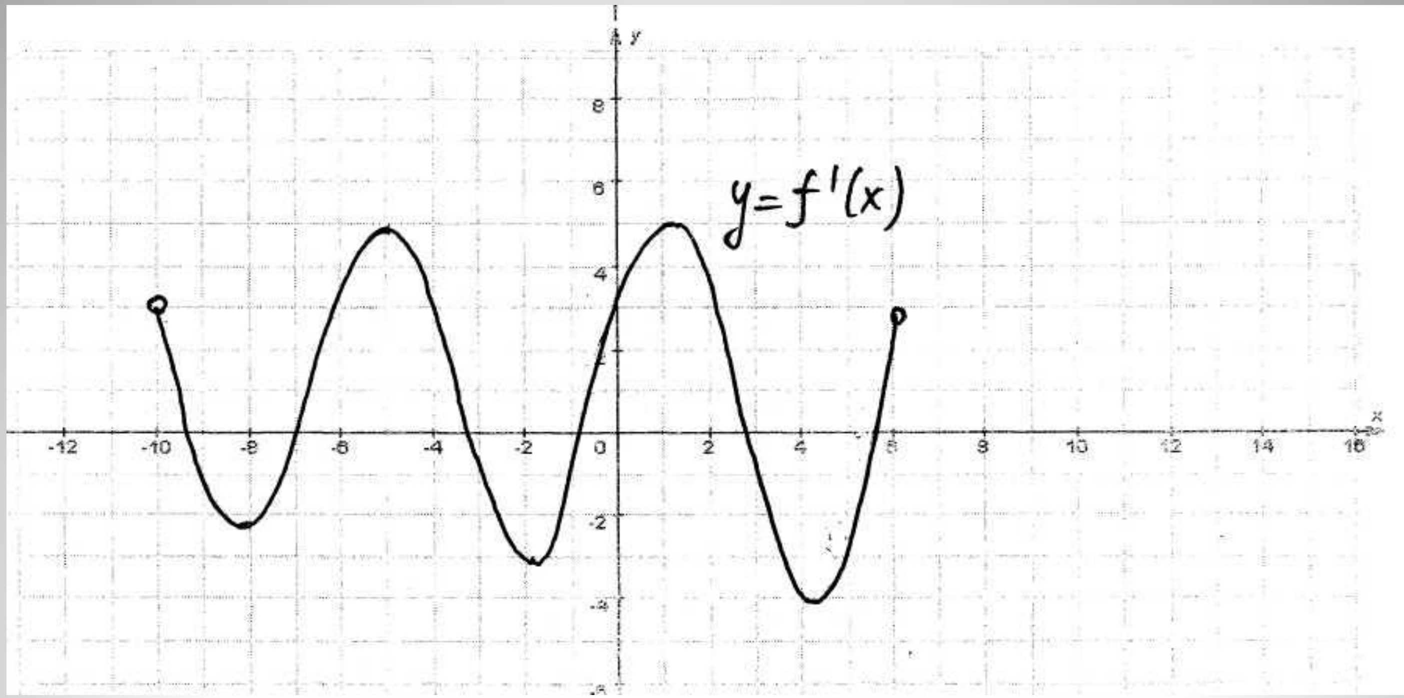
  Если функция f(x) дифференцируема на интервале (a;b) и $f^{/}(x) > 0$ для всех $x \in (a;b)$, то функция возрастает на интервале (a;b)

- Теорема 2.

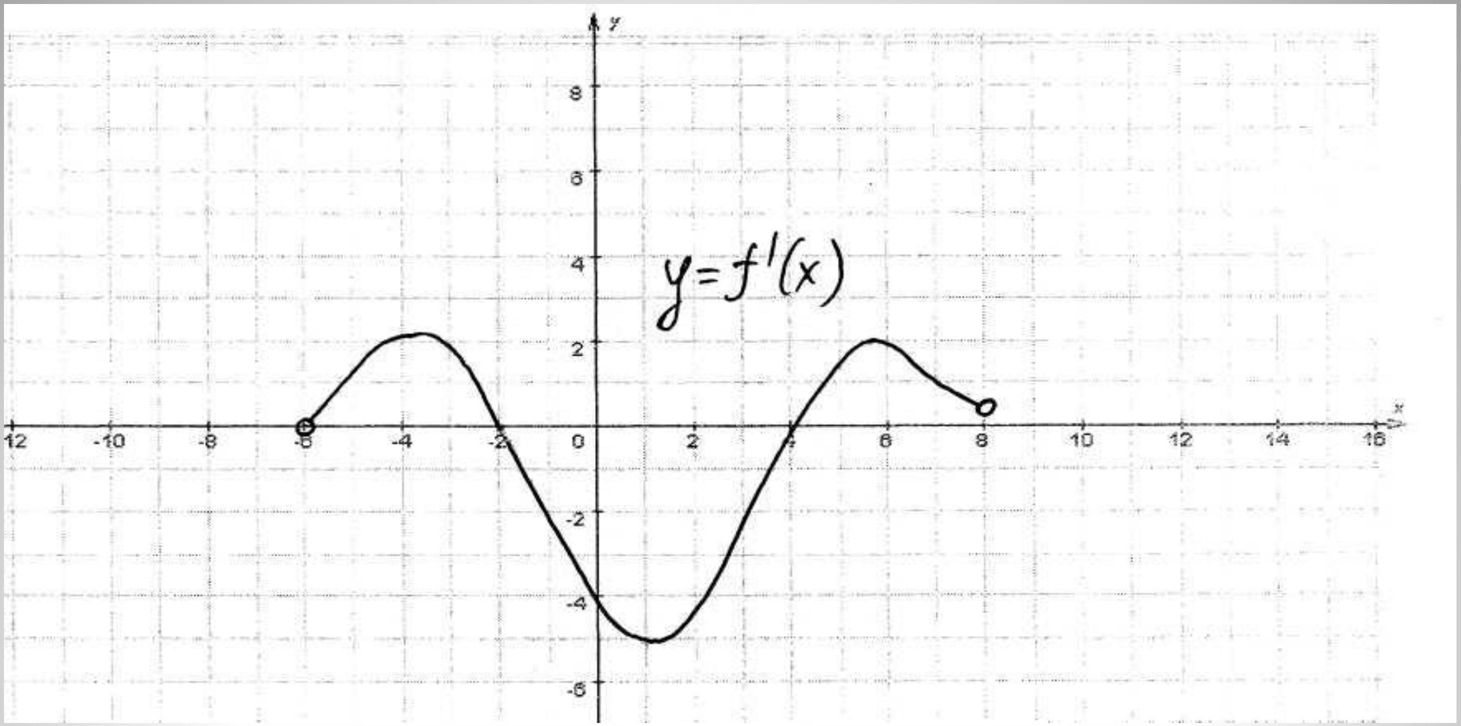
  Если функция f(x) дифференцируема на интервале (a;b) и $f^{/}(x) < 0$ для всех $x \in (a;b)$, то функция убывает на интервале (a;b)



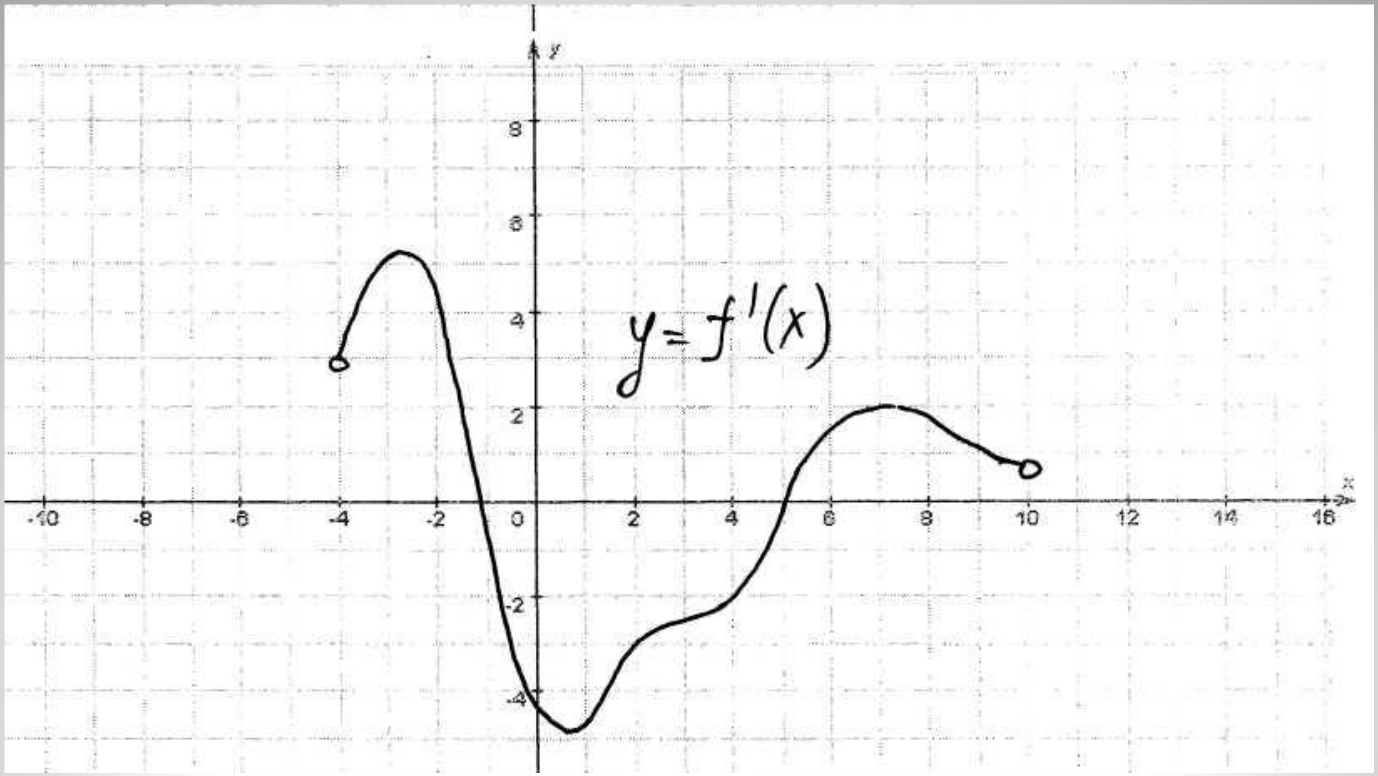
№1. Непрерывная функция y=f(x) задана на [-10;11]. На рисунке изображён график её производной. Укажите количество промежутков возрастания функции.



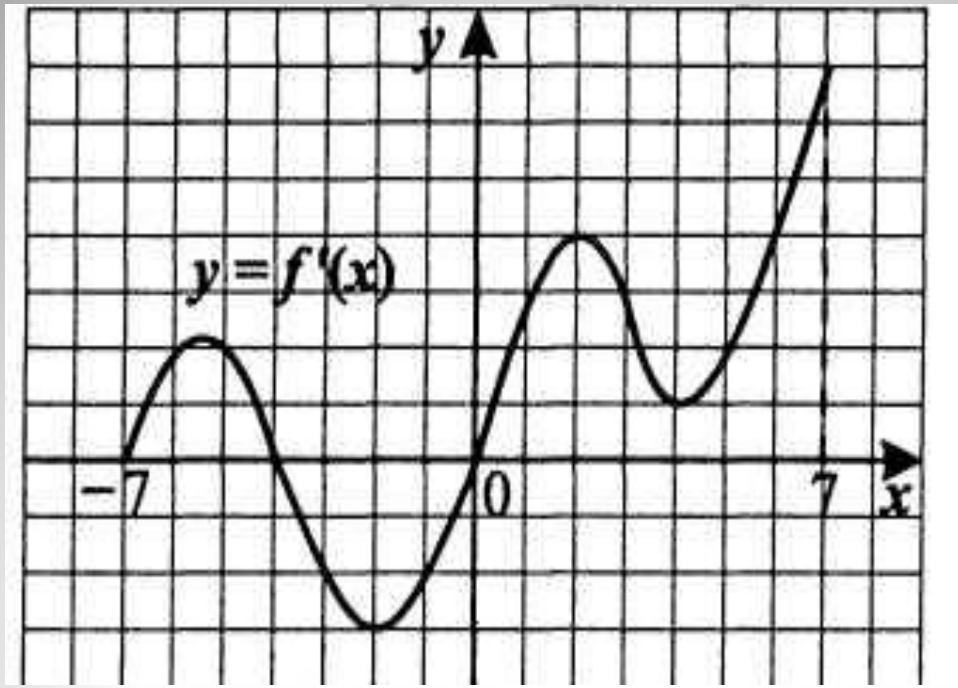
№2. Непрерывная функция y=f(x) задана на (-10;6). На рисунке изображён график её производной. Укажите количество промежутков убывания функции.



№3. Непрерывная функция y=f(x) задана на (-6;8). На рисунке изображён график её производной. Укажите длину промежутка убывания этой функции.



№4. Непрерывная функция y=f(x) задана на (-4;10). На рисунке изображён график её производной. Опишите последовательно типы монотонностей функции



№5. По графику функции y=f´(x) ответьте на вопросы:

- Сколько промежутков возрастания у этой функции?
- Найдите длину промежутка убывания этой функции.

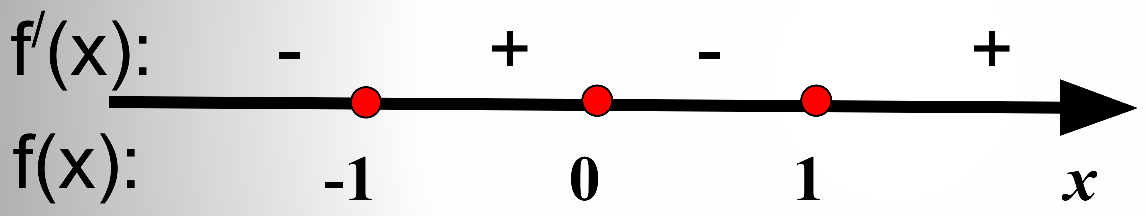
Алгоритм

1. Указать область определения функции.
2. Найти производную функции.
3. Определить промежутки, в которых $f^{/}(x) > 0$ и $f^{/}(x) < 0$.
4. Сделать выводы о монотонности функции.

Образец решения по алгоритму

$f(x) = x^4 - 2x^2$,

1. $D(f) = R$
2. $f'(x) = 4x^3 - 4x$,
3. $f'(x)>0$, если $4x^3 - 4x >0$, $x^3 - x >0$, $x(x-1)(x+1)>0$



4. Функция убывает на промежутках $(-\infty;-1)]$ и $[(0; 1)]$.

Функция возрастает на промежутках $[(-1; 0)]$ и $[(1; +\infty)]$

Домашнее задание:

- §49, стр. 257 (Выучить формулировки теорем и алгоритм исследования функции на монотонность) ,

Решать: №№ 900(1,2,4), 902(3), 903(2),956(1,4).

Дополнительно: №№ 904,905.