

# ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

# МАТРИЦЫ И ОПРЕДЕЛИТЕЛИ

## Определение

*Матрицей* порядка  $(m \times n)$  называется таблица элементов, состоящая из  $m$  – строк и  $n$  - столбцов.

Обозначаются матрицы заглавными латинскими буквами: A, B, C, D...

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \dots a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} \dots a_{mn} \end{pmatrix}$$

Значения  $m$  и  $n$  называются ее *размерностью*.

## ***Виды матриц:***

- ⊙ Матрица называется ***квадратной***, если количество столбцов равно количеству строк, т.е.  $m = n$ .  
Элементы  $a_{11}, a_{22} \dots a_{nn}$  образуют главную диагональ матрицы.
- ⊙ Квадратная матрица называется ***диагональной***, если все ее элементы, не стоящие на главной диагонали, равны нулю.
- ⊙ Квадратная матрица называется ***треугольной***, если все ее элементы, стоящие над или под диагональю, равны нулю.
- ⊙ Диагональная матрица называется ***единичной***, если все ее элементы, стоящие на главной диагонали, равны 1.

- Матрица называется *нулевой*, если все ее элементы равны нулю.
- Матрица называется *транспонированной* к *данной*, если элементы строк и столбцов исходной матрицы поменять местами.

Например:

*исходная матрица*

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

*транспонированная*

$$A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}$$

## Действия над матрицами.

1) Матрицы *с одинаковой размерностью* можно *складывать* путем алгебраического сложения соответствующих элементов матриц  $A$  и  $B$ , т.е.

$$c_{ij} = a_{ij} \pm b_{ij}, \text{ где } i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$$

2) *Любую матрицу* можно *умножить на число*, для этого достаточно каждый элемент матрицы умножить на это число.

3) Две матрицы можно *перемножать*, если *количество столбцов одной матрицы равно количеству строк другой матрицы*.

Если матрица  $A$  имеет размерность  $(m \times n)$ , а матрица  $B$  имеет размерность  $(n \times k)$ , то размерность матрицы произведения  $C = AB$ , равна  $(m \times k)$ , а элементы вычисляются по формуле

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + a_{i3}b_{3j} + \dots + a_{in}b_{nj}$$

где  $i=1,2,\dots,m, j=1,2,\dots,k$ .

## Примеры:

$$1) \begin{pmatrix} 3 & 1 & -10 \\ 0 & -1 & 6 \\ 5 & -3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & 2 & -1 \\ 0 & 6 & -5 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -11 \\ 0 & 5 & 1 \\ 6 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2) 5 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 5 & -5 \\ 0 & -5 & 15 \\ 5 & -15 & 5 \end{pmatrix}$$



## Примеры:

Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 0 & -5 & -2 \\ 5 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

Вычислить произведение матриц

## Решение:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 0 & -5 & -2 \\ 5 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + 0 + 25 & 1 - 15 - 5 & -3 - 6 + 0 \\ 0 + 0 + 15 & 0 + 10 - 3 & 0 + 4 + 0 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 26 & -19 & -9 \\ 15 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Для каждой *квадратной матрицы* можно вычислить *определитель*.

Определитель – это **число**.

Обозначается определитель греческой буквой  $\Delta$  или  $\det$

Пусть дана *квадратная матрица 2-ого порядка*

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

тогда ее определитель равен

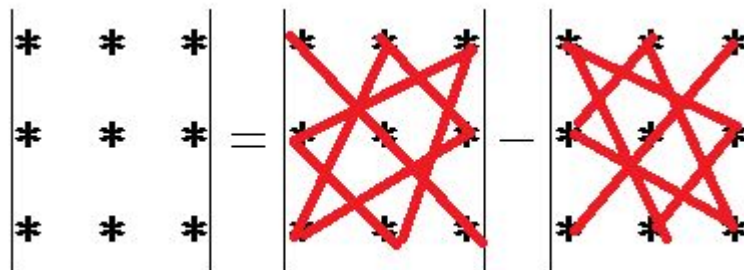
$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Определитель *квадратной матрицы 3-ого*  
порядка равен

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{21}a_{13}a_{32} -$$

$$(a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})$$

Схематично можно представить в виде:



## Пример.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 3 \cdot 5 - 6 \cdot 2 = 3$$

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 1 & 5 & -2 \\ 0 & 7 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 7 \cdot 2 + 5 \cdot (-1) \cdot 1 + 0 \cdot 3 \cdot (-2) - \\ &\quad - (1 \cdot 7 \cdot (-2) + 0 \cdot 5 \cdot 2 + 1 \cdot 3 \cdot (-1)) = \\ &= 14 - 5 + 0 - (-14 + 0 - 3) = 26 \end{aligned}$$

# Свойства определителей.

1. Определитель *не* меняется при транспонировании.
2. Если две строки или два столбца определителя поменять местами, то определитель *меняет знак*.
3. Общий множитель строки или столбца можно выносить за знак определителя.
4. Если элементы какой-либо строки (или столбца) равны элементам другой строки (или столбца), то данный определитель *равен нулю*.

5. Если элементы какой-либо строки (или столбца) пропорциональны элементам другой строки (или столбца), то данный определитель *равен нулю*.
  
6. Если элементы какой-либо строки (или столбца) определителя равны нулю, то данный определитель *равен нулю*.

**Минором элемента**  $a_{ij}$  матрицы  $A$  называется определитель, полученный вычеркиванием строки и столбца, на пересечении которых стоит данный элемент.

Обозначается минор  $M_{ij}$

Например, для матрицы  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$

минор элемента  $a_{33}$  будет иметь вид

$$M_{33} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

*Алгебраическим дополнением* элемента матрицы  $a_{ij}$  называется значение минора этого элемента, взятого с тем же знаком, если  $i+j$  четное и с противоположным знаком, если  $i+j$  нечетное, т.о.

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$$

7) *Определитель равен* сумме произведений элементов какой-либо строки (или какого-либо столбца) на их алгебраические дополнения.

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13}$$



Такой способ вычисления определителя называется *разложением по строке* (или по столбцу).

Этот способ является универсальным в том смысле, что вычислять можно определители любого порядка.

**Пример.**

$$\begin{aligned}\Delta &= \begin{vmatrix} 1 & 5 & -2 \\ 0 & 7 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} \\ &= 1 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 7 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 5 \cdot (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - 2 \cdot (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 0 & 7 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \\ &= 17 - 5 + 14 = 26\end{aligned}$$

# МАТРИЦА, ОБРАТНАЯ К ДАННОЙ

Матрица называется *невырожденной*,  
если ее определитель *не равен нулю*.

Матрица  $A^{-1}$  называется, обратной к  
данной матрице

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

если она удовлетворяет условию:

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$$

где  $E$  – единичная матрица.

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Можно доказать, что любая  
**невырожденная** матрица имеет  
обратную.

# *Нахождение обратной матрицы с помощью союзной*

Дана невырожденная матрица:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Составим матрицу *из алгебраических дополнений* элементов матрицы  $A$  и *транспонируем* ее.

В результате получим матрицу, которая называется *союзной*:

$$A^* = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$$

Тогда обратная матрица вычисляется по формуле  $A^{-1} = \frac{1}{\det A} A^*$  .

## Пример

Найти матрицу, обратную данной

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

## Решение

1) Вычислим определитель матрицы

$$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -3 + 2 + 0 - (1 + 0 + 0) = -2 \neq 0$$

значит, матрица  $A$  - невырожденная и имеет обратную матрицу.

Вычислим алгебраические дополнения элементов матрицы A:

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1;$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 4$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 1$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 1$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 1$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -6$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -3$$



тогда союзная матрица имеет вид

$$A^* = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Вычислим обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot A^* = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & -1/2 \\ -1 & -2 & 3 \\ -1/2 & -1/2 & 3/2 \end{pmatrix}$$

Выполним проверку, согласно определению:

$$A \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 & -0,5 \\ -1 & -2 & 3 \\ -0,5 & -0,5 & 1,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E.$$

Условие выполнено, значит, матрица найдена верно.

**Ответ:** обратная матрица имеет вид

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 & -0,5 \\ -1 & -2 & 3 \\ -0,5 & -0,5 & 1,5 \end{pmatrix}$$

# СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Системой  $n$  линейных уравнений с  $n$

неизвестными называется система вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$  - матрица коэффициентов  
при неизвестных,

$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  - неизвестные переменные системы,

$B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$  - свободные коэффициенты.

**Решить систему линейных уравнений (СЛУ),**  
значит, найти такие значения  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$   
которые при подстановке в уравнения системы  
дают верное равенство.

Система называется **совместной**, если она имеет  
хотя бы одно решение, и **несовместной**, если  
она не имеет решений.

Совместная система уравнений называется  
**определенной**, если она имеет единственное  
решение, и **неопределенной**, если она имеет  
более одного решения.

Таким образом, система может иметь *единственное решение, множество решений или не иметь решения.*

Матрица  $A$  называется *невыврожденной*, если ее определитель не равен нулю.

*Если матрица коэффициентов при неизвестных является невырожденной, то СЛУ имеет единственное решение.*

В противном случае СЛУ может иметь множество решений (является неопределенной) или не иметь решения (является несовместной).

Если свободные коэффициенты СЛУ равны нулю, то СЛУ называется *однородной* (ОСЛУ).

Если матрица коэффициентов при неизвестных ОСЛУ является *вырожденной*, то система имеет *множество решений*.

Если матрица коэффициентов при неизвестных является *невырожденной*, то ОСЛУ имеет *единственное нулевое решение*.

## Решение СЛУ методом Крамера.

Дана СЛУ

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

Пусть определитель матрицы коэффициентов при неизвестных не равен нулю:

$$\det A = \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0.$$

т.е. матрица  $A$  – невырожденная.

Значит, система имеет единственное решение.



Вычислим определители  $\Delta_{x_1}, \Delta_{x_2}, \Delta_{x_3}$ :

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}; \quad \Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}; \quad \Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

Тогда решение системы линейных уравнений будет единственным и вычисляется по формулам:

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta}; \quad x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta}; \quad x_3 = \frac{\Delta_{x_3}}{\Delta}$$

## Пример

Решить СЛУ

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = 4 \end{cases}$$

*Решение:*

Вычислим определитель коэффициентов при неизвестных

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \end{vmatrix} = -5 + 8 - 3 - (2 + 30 + 2) = -34 \neq 0$$

## Вычислим определители

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{vmatrix} = -25 + 16 - 1 - (4 + 10 + 10) = -10 - 24 = -34$$

$$\Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} 1 & 5 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \end{vmatrix} = 5 + 20 - 12 - (-2 + 75 + 8) = 13 - 81 = -68;$$

$$\Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{vmatrix} = -4 + 4 + 15 - (-10 + 24 + 1) = 0$$

Тогда решение СЛУ имеет вид

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta} = \frac{-34}{-34} = 1; \quad x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta} = \frac{-68}{-34} = 2; \quad x_3 = \frac{\Delta_{x_3}}{\Delta} = \frac{0}{-34} = 0$$

При подстановке полученных значений в заданную систему получаем верное

ТОЖДЕСТВО:

$$\begin{cases} 1 + 2 \cdot 2 - 0 = 5 \\ 3 \cdot 1 - 2 + 2 \cdot 0 = 1 \\ 2 \cdot 1 + 2 + 5 \cdot 0 = 4 \end{cases}$$

Значит, решение найдено верно.

*Ответ:*  $x_1 = 1; x_2 = 2; x_3 = 0.$

# Решение СЛУ с помощью обратной матрицы

СЛУ можно представить в матричной форме

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = B$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} - \text{ невырожденная}$$

матрица коэффициентов при  
неизвестных  $X$ ;

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \text{ столбец неизвестных искомым}$$

переменных;

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} - \text{ столбец свободных}$$

коэффициентов.

По условию, матрица  $A$  - невырожденная, то обратная к ней существует и решение СЛУ будет *единственным*.

Тогда из матричного уравнения

$$A \cdot X = B \text{ следует, что } A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B \text{ или}$$

$$E \cdot X = A^{-1} \cdot B \text{ или } X = A^{-1} \cdot B$$

Итак, чтобы найти решение СЛУ, необходимо найти обратную матрицу, а затем умножить ее на столбец свободных коэффициентов.

## Пример 1.

Решить СЛУ

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = 4 \end{cases}$$

**Решение:**

Вычислим определитель коэффициентов  
при неизвестных

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \end{vmatrix} = -5 + 8 - 3 - (2 + 30 + 2) = -34 \neq 0$$



Найдем решение системы с помощью  
обратной матрицы)

Исходная матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

Найдем обратную матрицу к данной с  
помощью *союзной* матрицы.

Найдем алгебраические дополнения  
элементов матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = -7$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = -11$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 5$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = -11$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 7$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 3$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 3$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -5$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -7$$

Союзная матрица имеет вид

$$A^* = \begin{pmatrix} -7 & -11 & 3 \\ -11 & 7 & -5 \\ 5 & 3 & -7 \end{pmatrix}$$

Обратная матрица

$$A^{-1} = \frac{1}{-34} \begin{pmatrix} -7 & -11 & 3 \\ -11 & 7 & -5 \\ 5 & 3 & -7 \end{pmatrix}$$

## Находим решение заданной системы линейных уравнений

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{-34} \begin{pmatrix} -7 & -11 & 3 \\ -11 & 7 & -5 \\ 5 & 3 & -7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Ответ:*  $x_1 = 1; x_2 = 2; x_3 = 0.$