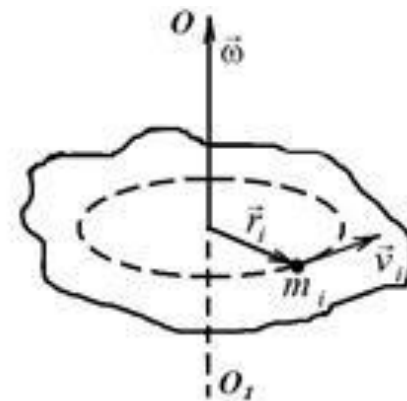


Работа при повороте тела.
Кинетическая энергия
вращающегося твердого тела.

Шампоров Н. К.
БТЭ 18-01

Определим кинетическую энергию твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси. Разобьём это тело на n материальных точек. Каждая точка движется с линейной скоростью $v_i = \omega r_i$, тогда кинетическая энергия точки равна:

$$E_k = \frac{m_i v_i^2}{2} \quad \text{или} \quad E_k = \frac{m_i r_i^2 \omega^2}{2}$$



Полная кинетическая энергия вращающегося
твёрдого тела равна сумме кинетических
энергий всех его материальных точек:

$$E_k = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \frac{J\omega^2}{2}$$

(J - момент инерции тела относительно оси вращения)

Если траектории всех точек лежат в параллельных, это *плоское движение*. В соответствии с принципом Эйлера плоское движение всегда можно бесчисленным количеством способов разложить на поступательное и вращательное движение.

Если тело совершает поступательное и вращательное движения одновременно, то его полная кинетическая энергия равна:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$$

Из сопоставления формул кинетической энергии для поступательного и вращательного движений видно, что мерой инертности при вращательном движении служит момент инерции тела.

При вращении твёрдого тела его потенциальная энергия не изменяется, поэтому элементарная работа внешних сил равна приращению кинетической энергии тела:

$$dA = dE = d \left| \frac{J\omega^2}{2} \right| = J\beta\omega * dt$$

Учитывая, что $J\beta = M$, $\omega dr = d\varphi$, имеем α тела на конечный угол φ равна:

$$A = \int_0^0 M d\varphi$$

При вращении твёрдого тела вокруг неподвижной оси работа внешних сил определяется действием момента этих сил относительно данной оси. Если момент сил относительно оси равен нулю, то эти силы работы не производят.

Примеры решения задач

Два маховика в виде дисков одинаковых радиусов и масс были раскручены до скорости вращения $n = 480$ об/мин и предоставили самим себе. Под действием сил трения валов о подшипники первый остановился через $t = 80$ с, а второй сделал $N = 240$ оборотов до остановки. У какого и маховика момент сил трения валов о подшипники был больше и во сколько раз.

Дано: $R_1 = R_2$, $m_1 = m_2$, $n = 480$ об/мин, $t_1 = 80$ с, $N_2 = 240$ об

Найти: M_2 / M_1

Решение:

$$M_1 \Delta t = I \omega_2 - I \omega_1, \quad I = m r^2, \quad \omega = 2\pi n, \quad M_1 = \frac{I(\omega_2 - \omega_1)}{\Delta t} \Rightarrow M_1 = -\frac{I \omega_1}{\Delta t}$$

$$A = M_2 * \Delta \varphi = E_{\text{к}} = \frac{I(\omega_2^2 - \omega_1^2)}{\Delta t} \Rightarrow M_2 = -\frac{I \omega_1^2}{2 \Delta \varphi}, \quad \Delta \varphi = 2\pi N$$

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{I \omega_1^2}{2 \Delta \varphi} * \frac{\Delta t}{I \omega_1} = \frac{\Delta t * \omega_1}{2 \Delta \varphi} = \frac{\Delta t * 2\pi * n}{2 * 2\pi N}$$

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{80 * 8}{2 * 240} = 1.33$$

Ответ:
1,33

Найти кинетическую энергию платформы, движущейся со скоростью 9 км/ч, если масса платформы вместе с колесами 78 кг. Колеса считать однородными дисками. Общая масса колес 3 кг.

Дано: $m_{\text{п}} = 78$ кг, $4m_{\text{к}} = m = 3$ кг, $v_{\text{п}} = 9$ км/ч = 2,5 м/с.

Найти: $E_{\text{к}}$

Решение:

$$E_{\text{к}} = E_{\text{пост}} + E_{\text{вращ}}$$