

Лекция **2**

ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

ДИНАМИКА, СТАТИКА

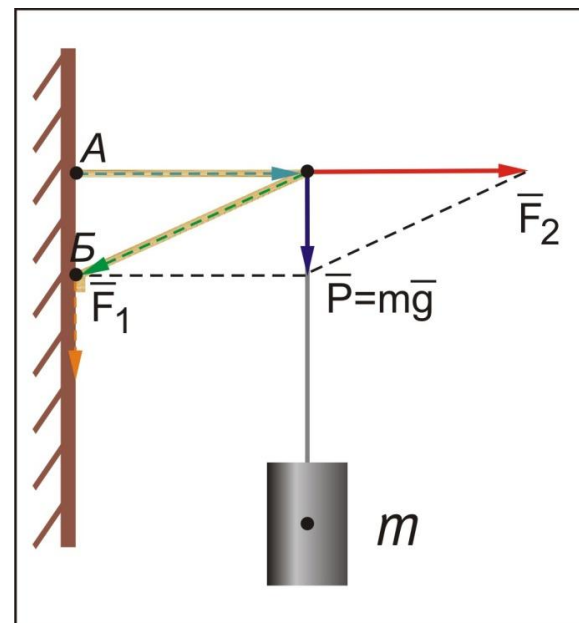
- **Динамика материальной точки**
- **Динамика системы материальных точек**
- **Динамика абсолютно твердого тела**

Динамика – установление связи между движением тела и причиной, его вызывающей

Статика – условия равновесия

Пример статики :

Условия равновесия в системе взаимодействующих тел



Законы динамики (законы Ньютона)

I закон:

Всякое тело находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит изменить это состояние.

«Покой» и «равномерное прямолинейное движение» суть одно и то же состояние! Это – **естественное состояние тела**, поскольку для этого ничего не надо делать.

Свойство тел сохранять состояние покоя или скорость при отсутствии воздействия каких-либо других тел называется инерцией. Системы отсчета, где эти свойства сохраняются – называются инерциальными системами отсчета(ИС)

Поэтому первый закон Ньютона называют **Законом инерции.**

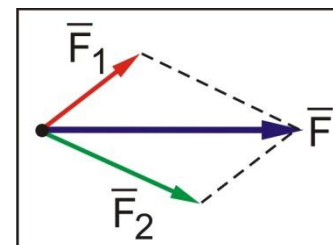
(2-й закон Ньютона)

II закон:

Мера воздействия – сила F :

- гравитационная
- трения
- упругая

Если много сил – то равнодействующая сила



Ускорение, приобретаемое телом в инерциальной системе отсчета, прямо пропорционально равнодействующей сил, приложенных к телу, и обратно пропорционально массе тела.

$$\vec{a} = \vec{F}/m \quad (2.5)$$

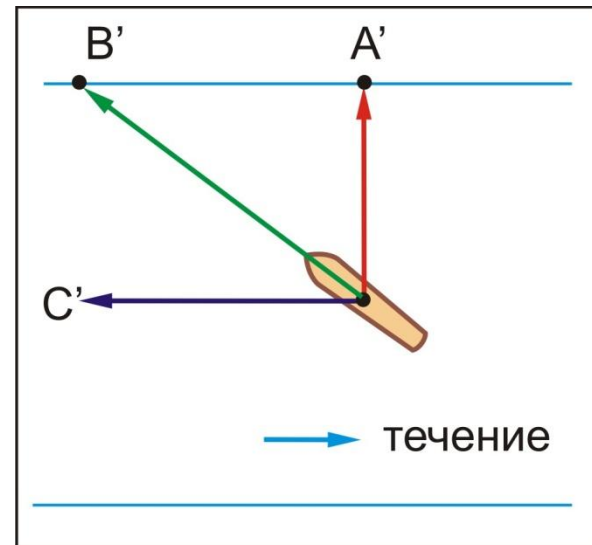
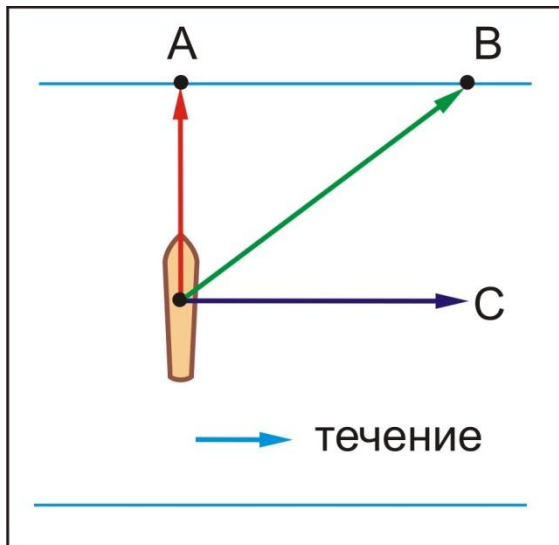
Масса тела –

- Мера инертности
- Количество вещества

Принцип независимости действия сил (движения)

Если на материальную точку одновременно действуют несколько сил, то каждая сообщает ей ускорение согласно второму закону Ньютона, как если бы других сил не было: **если тело участвует в сложном движении, то результирующее перемещение будет определяться векторной суммой перемещений.**

Движение лодки поперек течения реки



Система единиц Формула размерности

Единица измерения величины A – условно выбранная величина, имеющая тот же смысл, что и величина A .

Система единиц – совокупность единиц измерения, определенных установленным образом для всех величин конкретной области знания.

Основные единицы – независимо установленные единицы измерения произвольно выбранных величин.

Размерность, формула размерности – соотношение, определяющее связь между единицами измерения величины A и основными единицами измерения $A_1, A_2, A_3, \dots, A_i$, называется **формулой размерности** ($\alpha, \beta, \gamma, \dots, \nu$ – показатели степени)

$$A \sim A_1^\alpha A_2^\beta A_3^\gamma \dots A_i^\nu$$

Система единиц: СИ, СГС

Основные единицы :

длина l , $[L]$:	М	СМ
время t , $[T]$:	С	С
масса m , $[M]$:	КГ	Г

Производные единицы:

скорости $v:[v]=LT^{-1}$	М·С ⁻¹	СМ·С ⁻¹
ускорения $a:[a]=LT^{-2}$	М·С ⁻²	СМ·С ⁻²
силы $F(f):[F]=MLT^{-2}$	Н, КГ·М·С ⁻²	ДИН, Г·СМ·С ⁻²

$$1\text{Н(ньютон)} = 10^5 \text{ дин}$$

Техническая единица силы (МКГСС):

$$1 \text{ кгс} = 9.81 \text{ Н}$$

Импульс

$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} \quad \bar{F} = m\bar{a} = m \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d(m\bar{v})}{dt} = \frac{d\bar{p}}{dt} \quad (2.6)$$

$$\bar{p} = m\bar{v} \quad \text{Импульс материальной точки} \quad (2.6a)$$

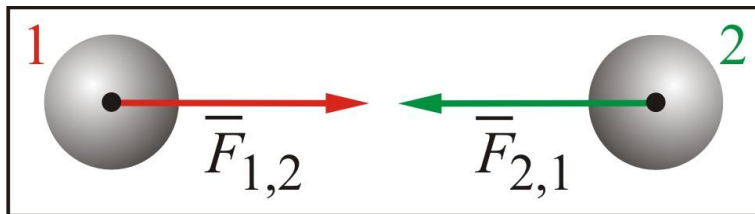
$$d\bar{p} = \bar{F}dt \quad \text{Импульс силы} \quad (2.6b)$$

Закон сохранения импульса материальной точки:

$$\bar{F} = 0 \quad d\bar{p} = 0 \quad (2.7)$$

III закон Ньютона:

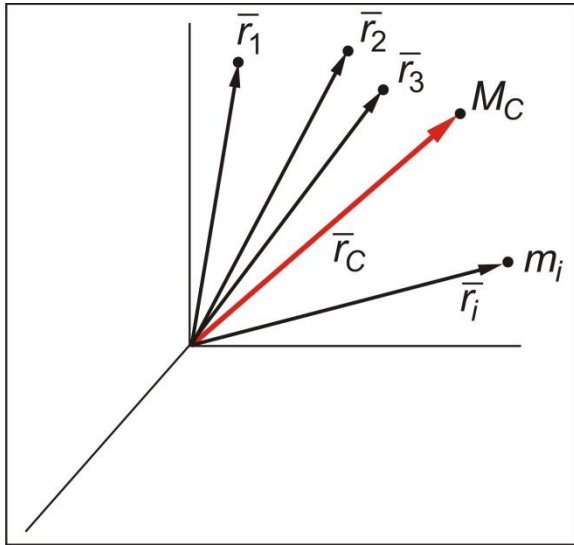
Сила действия равна силе противодействия



$$\bar{F}_{12} = -\bar{F}_{21} \quad (2.8)$$

(силы приложены к разным телам 1 и 2)

Динамика системы материальных точек



$$\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i \quad \vec{p} = \sum \vec{p}_i$$

координата центра инерции (масс) -

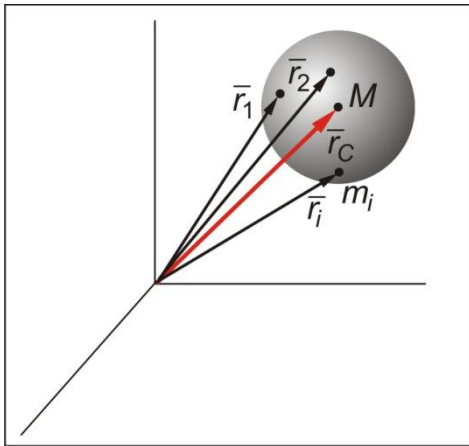
$$\vec{r}_C = \frac{m_1 \vec{r}_1 + \dots + m_i \vec{r}_i}{m_1 + m_2 + \dots + m_i} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i = M_C} \quad (2.9)$$

$$\frac{d\vec{r}_C}{dt} = \vec{v}_C = \frac{\sum m_i d\vec{r}_i / dt}{M_C} = \frac{1}{M_C} \sum \vec{p}_i = \frac{1}{M_C} \vec{p}_C \quad (2.10)$$

скорость перемещения центра масс (инерции)

или
$$\vec{p}_C = M_C \vec{v}_C \quad (2.10a)$$

Уравнение движения системы материальных точек или твердого тела



$$m_i \bar{a}_i = \bar{f}_{i,j}^{вн} + \bar{f}_i^{вш} \quad (2.11)$$

$$\sum m_i \bar{a}_i = \sum \bar{f}_{i,j}^{вн} + \sum \bar{f}_i^{вш} \quad \sum \bar{f}_{i,j}^{вн} = 0$$

$$\sum m_i \bar{a}_i = \sum \bar{f}_i^{вш} \quad (2.11a)$$

Ускорение элементарной массы m_i

$$\bar{r}_C = \frac{\sum m_i \bar{r}_i}{\sum m_i} \quad (2.11б)$$

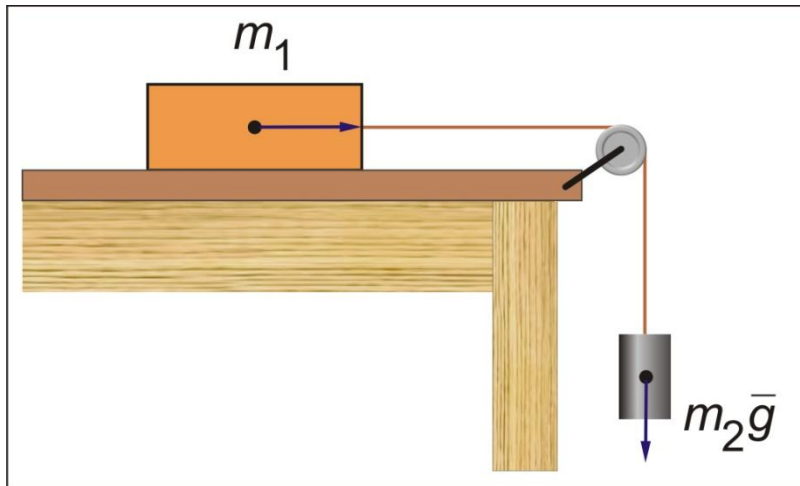
$$\bar{a}_i = \frac{d^2 \bar{r}_i}{dt^2} \Rightarrow$$

$$\bar{a}_C = \frac{d^2 \bar{r}_C}{dt^2} = \frac{\sum m_i \frac{d^2 \bar{r}_i}{dt^2}}{\sum m_i} \Rightarrow M \bar{a}_C = \sum m_i \bar{a}_i = \sum \bar{f}_i^{вш}$$

$$\Rightarrow M \bar{a}_C = \sum \bar{f}_i^{вш} \quad (2.12)$$

Центр инерции (масс, тяжести) движется так, как двигалась бы материальная точка с суммарной массой M под действием всех приложенных сил (равнодействующей).

Пример 1



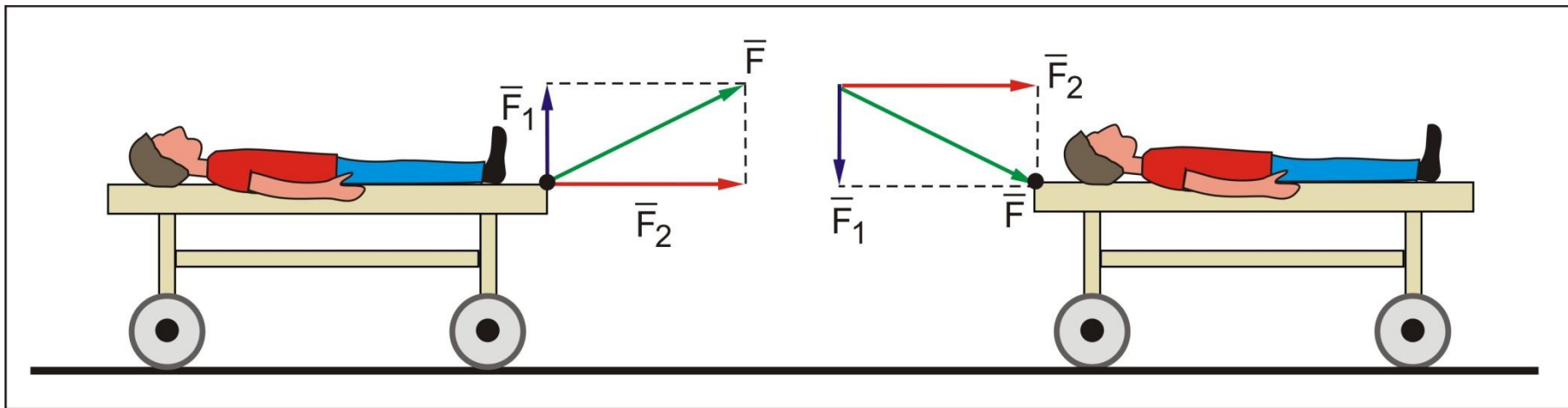
На рисунке изображена система тел m_1 и m_2 связанных нерастяжимой нитью. Сила трения между телом m_1 и столом отсутствует. С каким ускорением движется груз $m_1 = ?$ $m_2 = ?$

ответ

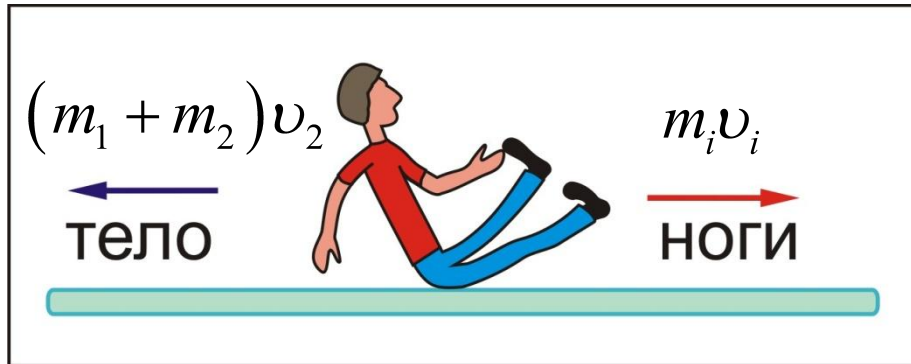
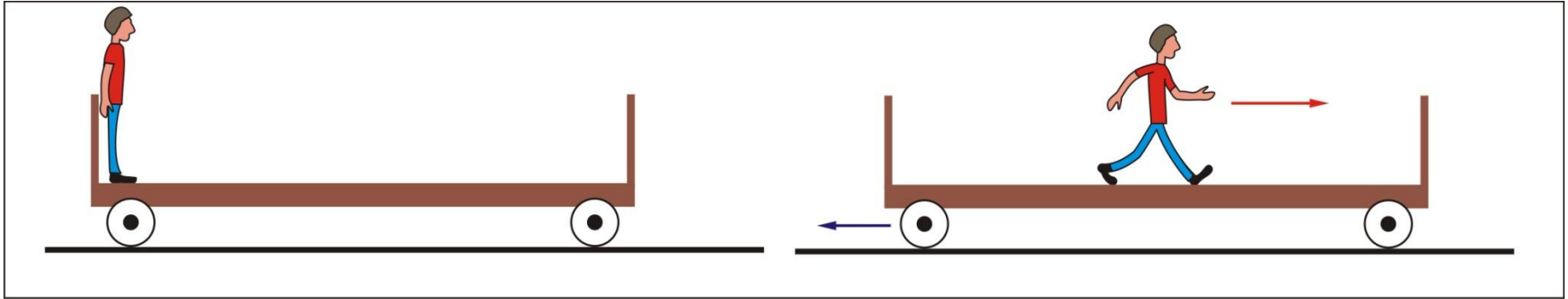
$$a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2}$$

Пример 2

Разложение сил на составляющие

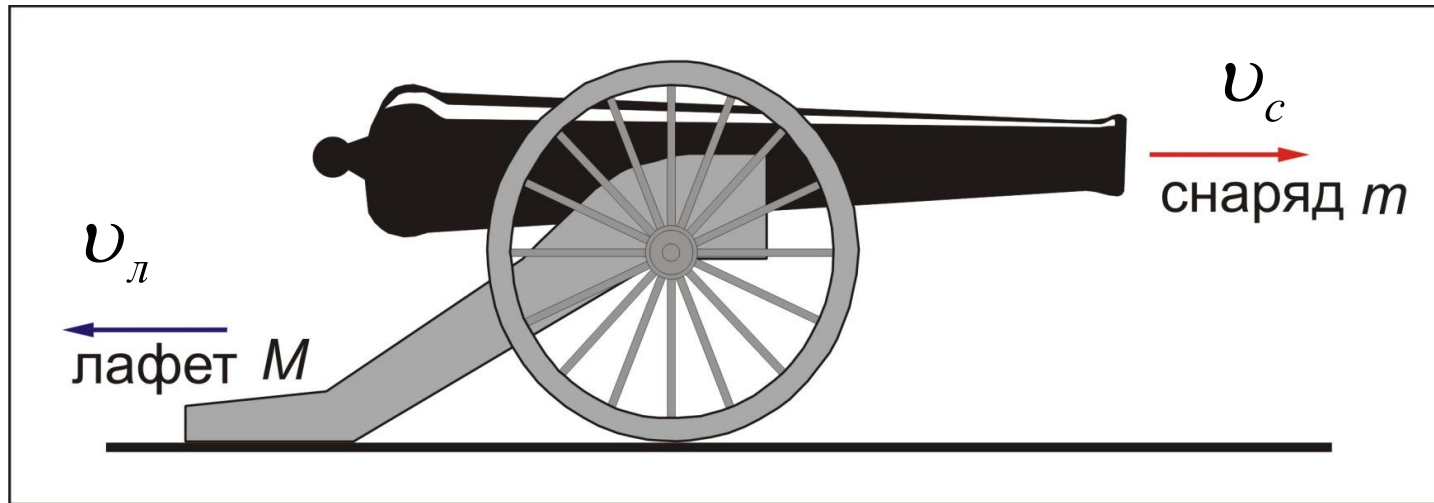


Пример 3



Идеально гладкая поверхность, как по ней перемещаться?

Пример 4



Пушка откатная

$$(M + m)v = 0 = Mv_l + mv_c \quad \text{тогда} \quad v_l = v_c \frac{m}{M}$$

$$m = 20 \text{ кг}$$

$$M = 2000 \text{ кг}$$

$$v_c = 1000 \text{ м/с}$$

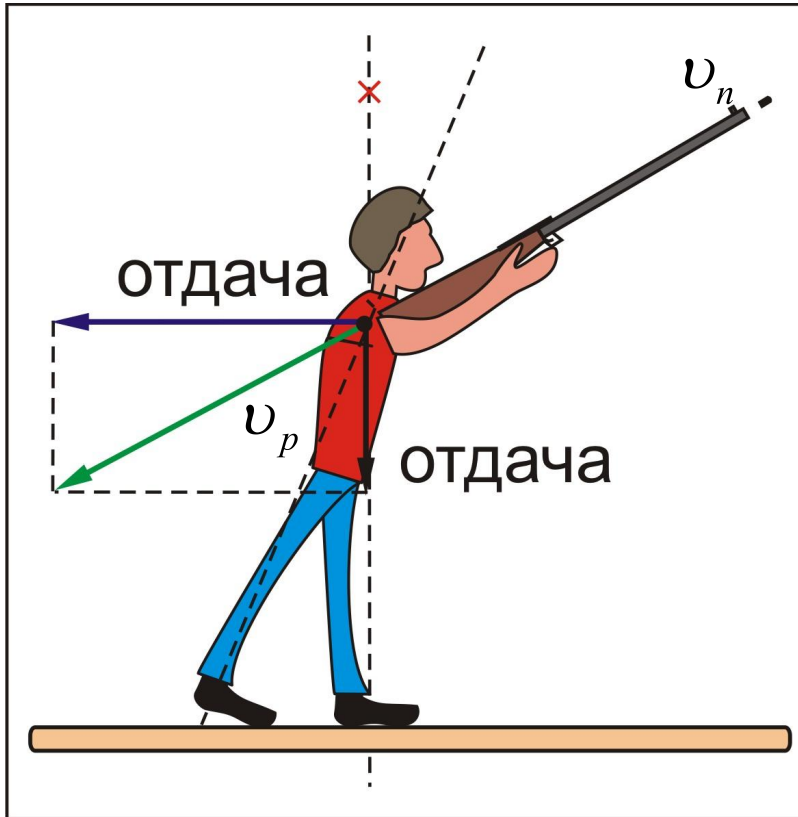
$$v_l = 1000 \frac{20}{2000} = 10$$

$$p_l = 2000 \cdot 10 = 20000 \quad .$$

Пусть $dt = 10 \text{ с}$, $a = 1 \text{ м/с}^2$ $\Delta F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = 2000 \text{ кг} = 2 \text{ ТОННЫ}$

$$S_{\text{отката}} = 0,5$$

Пример 5



$$m_n v_n = m_p v_p$$

Скорость пули – 300 м/с

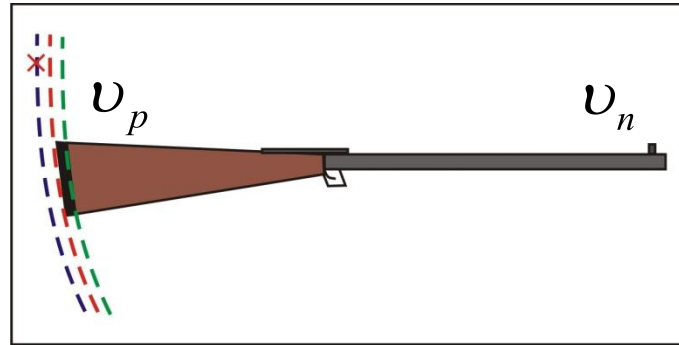
Масса пули $m_p = 0,03$ кг

$m v_n = 9$ кг·м/с

Масса ружья – 3 кг

$$v_p = v_n \frac{m_n}{m_p} = \frac{0,03}{3} v_n = 0,01 v_n = 3$$

Пример 5 (продолжение)



$$m_n v_n = m_p v_p$$

Контакт с телом (половиной) $M = 80 \text{ кг}/2 = 40 \text{ кг}$

Если ружье прижать плотно:

$$v_{\text{тела}} = v_n \frac{m_n}{m_p + M} = 300 \frac{0,03}{3 + 40} = 0,002$$

тело немного шелохнется, но если не прижимать плотно:

$$F = \frac{dp}{dt} \quad dP = m_p \cdot v_p = 3 \cdot 3 \text{ кг} \cdot \text{м/с} = 9 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

Все зависит от dt : если $dt = 0,1$, то $F = 90 \text{ кг} \cdot \text{м/с}^2 \approx 9 \text{ кг}$