

## Лекция **2**

# ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

# ДИНАМИКА, СТАТИКА

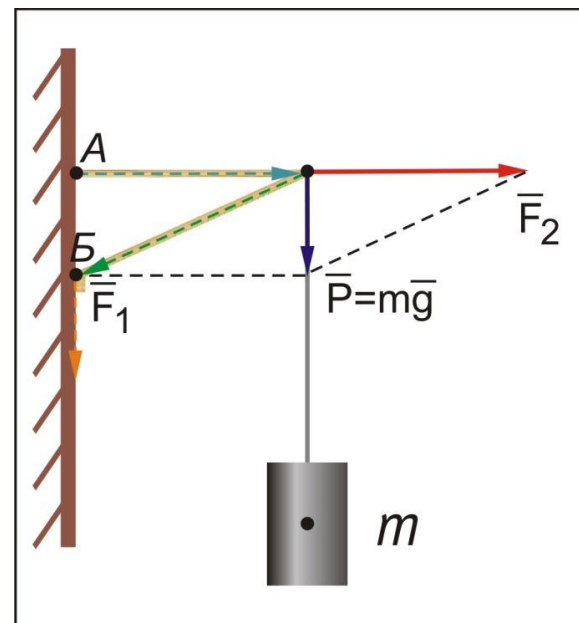
- **Динамика материальной точки**
- **Динамика системы материальных точек**
- **Динамика абсолютно твердого тела**

**Динамика** – установление связи между движением тела и причиной, его вызывающей

**Статика** – условия равновесия

**Пример статики :**

**Условия равновесия в системе взаимодействующих тел**



# Законы динамики (законы Ньютона)

## I закон:

**Всякое тело находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит изменить это состояние.**

«Покой» и «равномерное прямолинейное движение» суть одно и то же состояние! Это – **естественное состояние тела**, поскольку для этого ничего не надо делать.

Свойство тел сохранять состояние покоя или скорость при отсутствии воздействия каких-либо других тел называется инерцией. Системы отсчета, где эти свойства сохраняются – называются инерциальными системами отсчета(ИС)

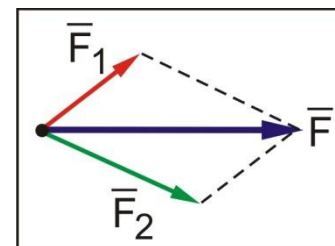
Поэтому первый закон Ньютона называют **Законом инерции.**

# (2-й закон Ньютона)

## II закон:

Мера воздействия – сила  $F$  :   
 гравитационная   
 упругая   
 трения

Если много сил – то равнодействующая сила



Ускорение, приобретаемое телом в инерциальной системе отсчета, прямо пропорционально равнодействующей сил, приложенных к телу, и обратно пропорционально массе тела.

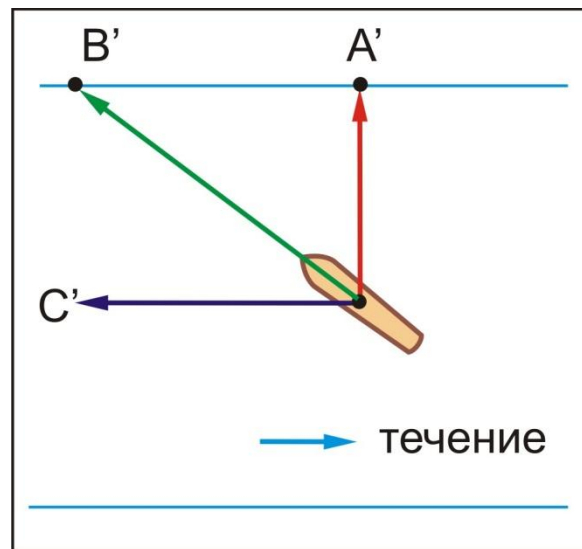
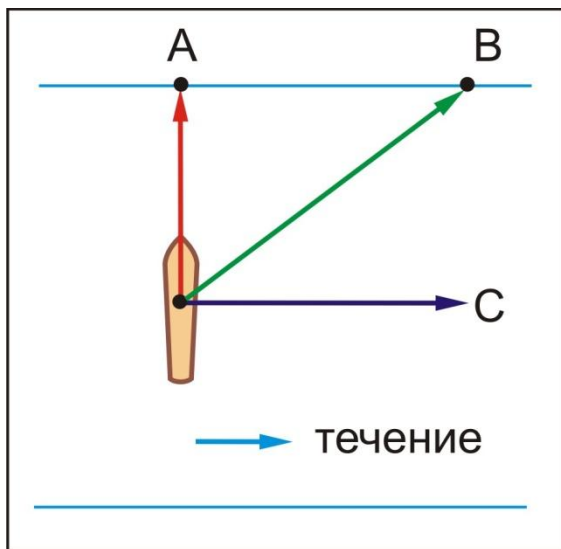
$$\vec{a} = \vec{F}/m \quad (2.5)$$

Масса тела –   
 Мера инертности   
 Количество вещества

# Принцип независимости действия сил (движения)

Если на материальную точку одновременно действуют несколько сил, то каждая сообщает ей ускорение согласно второму закону Ньютона, как если бы других сил не было: **если тело участвует в сложном движении, то результирующее перемещение будет определяться векторной суммой перемещений.**

## Движение лодки поперек течения реки



# Система единиц Формула размерности

**Единица измерения величины  $A$**  – условно выбранная величина, имеющая тот же смысл, что и величина  $A$ .

**Система единиц** – совокупность единиц измерения, определенных установленным образом для всех величин конкретной области знания.

**Основные единицы** – независимо установленные единицы измерения произвольно выбранных величин.

**Размерность, формула размерности** – соотношение, определяющее связь между единицами измерения величины  $A$  и основными единицами измерения  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_i$ , называется **формулой размерности** ( $\alpha, \beta, \gamma, \dots, \nu$ ),

# Система единиц: СИ, СГС

## Основные единицы :

длина $l$ , $[L]$ :	М	СМ
время $t$ , $[T]$ :	с	с
масса $m$ , $[M]$ :	кг	г

## Производные единицы:

скорости $v:[v]=LT^{-1}$	$М \cdot с^{-1}$	$СМ \cdot с^{-1}$
ускорения $a:[a]=LT^{-2}$	$М \cdot с^{-2}$	$СМ \cdot с^{-2}$
силы $F(f):[F]=MLT^{-2}$	$Н, кг \cdot м \cdot с^{-2}$	$дин, г \cdot см \cdot с^{-2}$

$$1Н(ньютон) = 10^5 \text{ дин}$$

**Техническая единица силы (МКГСС):**

$$1 \text{ кгс} = 9.81 \text{ Н}$$



# Импульс

$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} \quad \bar{F} = m\bar{a} = m \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d(m\bar{v})}{dt} = \frac{d\bar{p}}{dt} \quad (2.6)$$

$$\bar{p} = m\bar{v} \quad \text{Импульс материальной точки} \quad (2.6a)$$

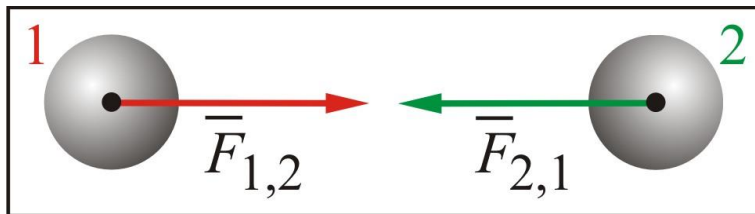
$$d\bar{p} = \bar{F}dt \quad \text{Импульс силы} \quad (2.6b)$$

**Закон сохранения импульса материальной точки:**

$$\bar{F} = 0 \quad d\bar{p} = 0 \quad (2.7)$$

**III закон Ньютона:**

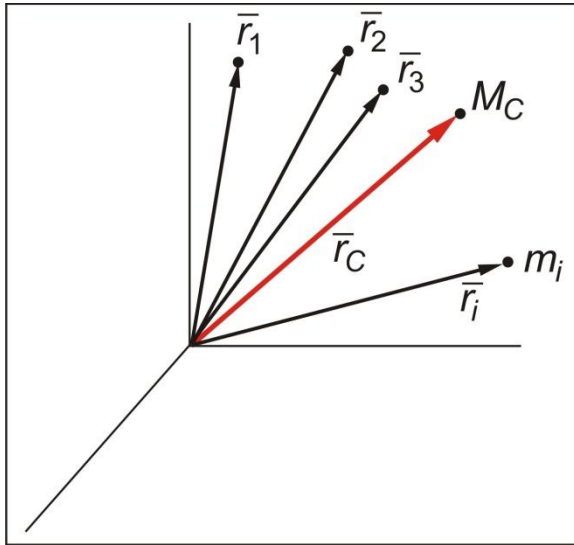
**Сила действия равна силе противодействия**



$$\bar{F}_{12} = -\bar{F}_{21} \quad (2.8)$$

**(силы приложены к разным телам 1 и 2)**

# Динамика системы материальных точек



$$\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i \quad \vec{p} = \sum \vec{p}_i$$

**координата центра инерции (масс) -**

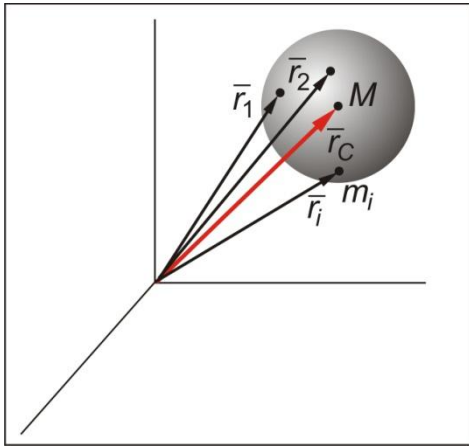
$$\vec{r}_C = \frac{m_1 \vec{r}_1 + \dots + m_i \vec{r}_i}{m_1 + m_2 + \dots + m_i} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i = M_C} \quad (2.9)$$

$$\frac{d\vec{r}_C}{dt} = \vec{v}_C = \frac{\sum m_i d\vec{r}_i / dt}{M_C} = \frac{1}{M_C} \sum \vec{p}_i = \frac{1}{M_C} \vec{p}_C \quad (2.10)$$

**скорость перемещения центра масс (инерции)**

или 
$$\vec{p}_C = M_C \vec{v}_C \quad (2.10a)$$

# Уравнение движения системы материальных точек или твердого тела



$$m_i \bar{a}_i = \bar{f}_{i,j}^{\text{вн}} + \bar{f}_i^{\text{вн}} \quad (2.11)$$

$$\sum m_i \bar{a}_i = \sum \bar{f}_{i,j}^{\text{вн}} + \sum \bar{f}_i^{\text{вн}} \quad \sum \bar{f}_{i,j}^{\text{вн}} = 0$$

$$\sum m_i \bar{a}_i = \sum \bar{f}_i^{\text{вн}} \quad (2.11a)$$

Ускорение элементарной массы  $m_i$

$$\bar{r}_C = \frac{\sum m_i \bar{r}_i}{\sum m_i} \quad (2.11b)$$

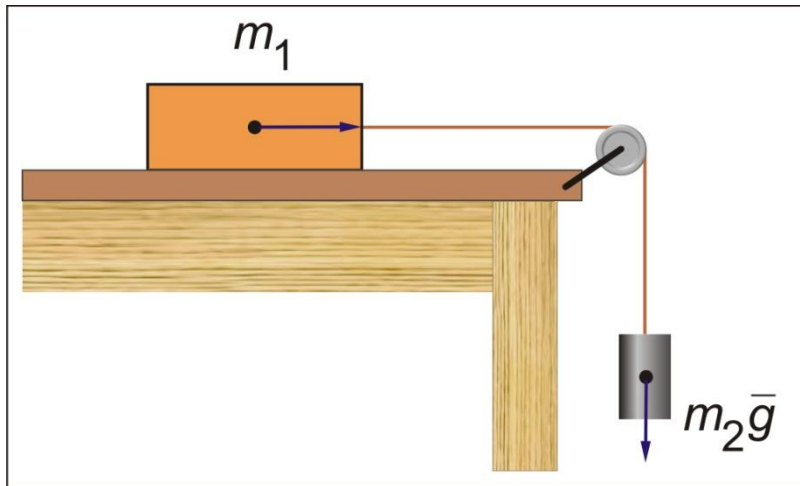
$$\bar{a}_i = \frac{d^2 \bar{r}_i}{dt^2} \Rightarrow$$

$$\bar{a}_C = \frac{d^2 \bar{r}_C}{dt^2} = \frac{\sum m_i \frac{d^2 \bar{r}_i}{dt^2}}{\sum m_i} \Rightarrow M \bar{a}_C = \sum m_i \bar{a}_i = \sum \bar{f}_i^{\text{вн}}$$

$$\Rightarrow M \bar{a}_C = \sum \bar{f}_i^{\text{вн}} \quad (2.12)$$

Центр инерции (масс, тяжести) движется так, как двигалась бы материальная точка с суммарной массой  $M$  под действием всех приложенных сил (равнодействующей).

# Пример 1



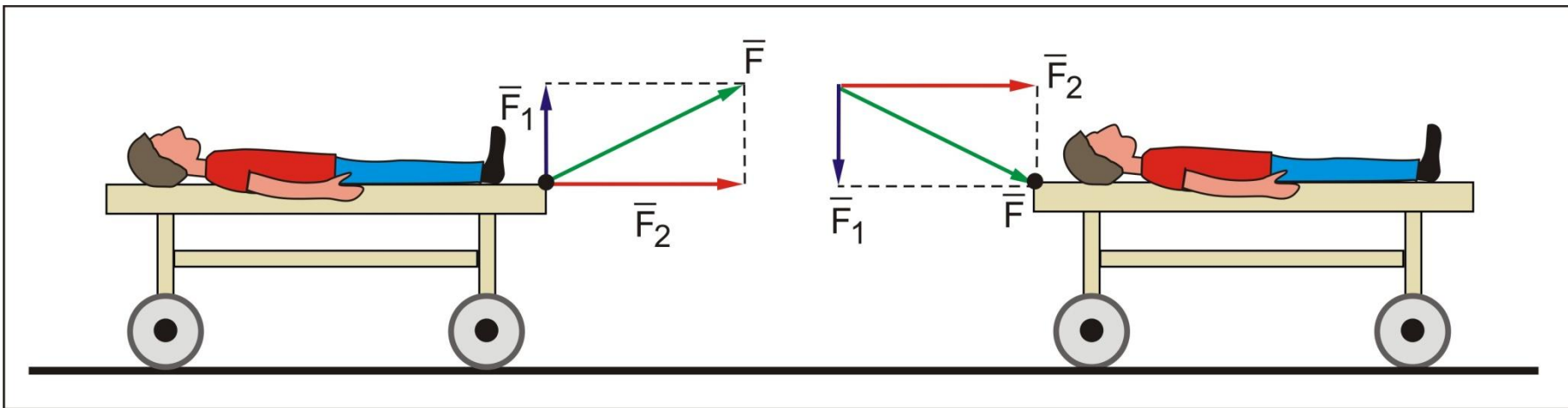
На рисунке изображена система тел  $m_1$  и  $m_2$  связанных нерастяжимой нитью. Сила трения между телом  $m_1$  и столом отсутствует. С каким ускорением движется груз  $m_1 = ?$   $m_2 = ?$

*ответ*

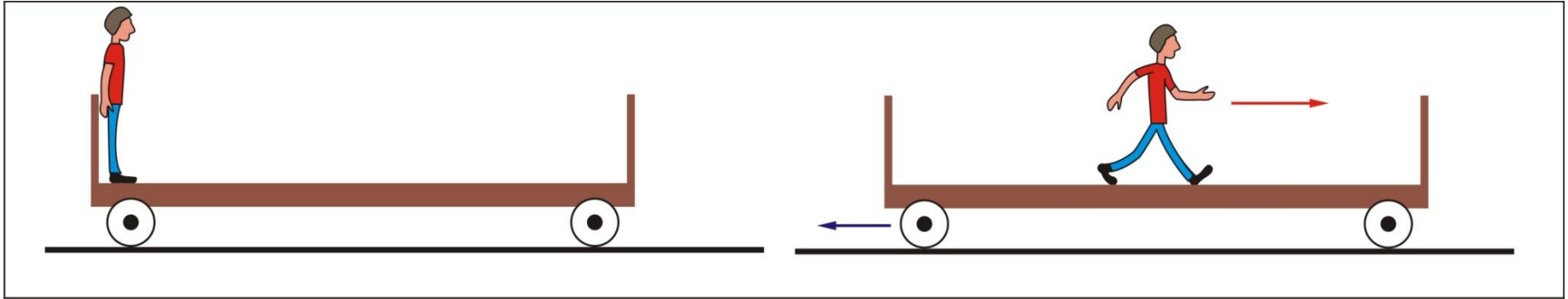
$$a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2}$$

# Пример 2

## Разложение сил на составляющие

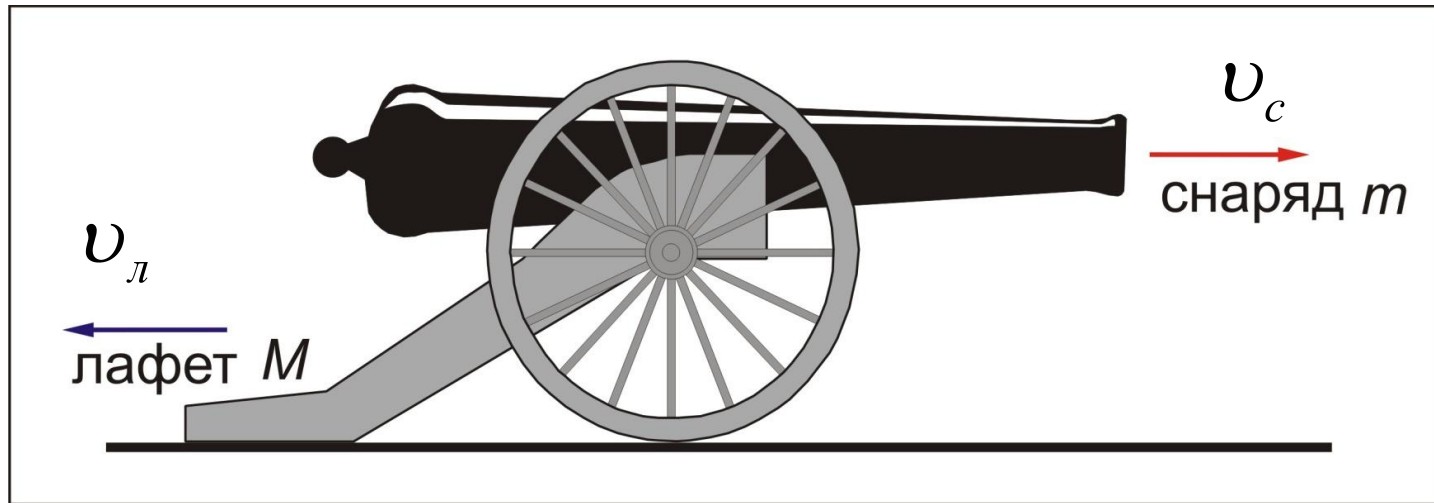


# Пример 3



Идеально гладкая поверхность, как по ней перемещаться?

# Пример 4



Пушка откатная

$$(M + m)v = 0 = Mv_l + mv_c \quad \text{тогда} \quad v_l = v_c \frac{m}{M}$$

$$m = 20 \text{ кг}$$

$$M = 2000 \text{ кг}$$

$$v_c = 1000 \text{ м/с}$$

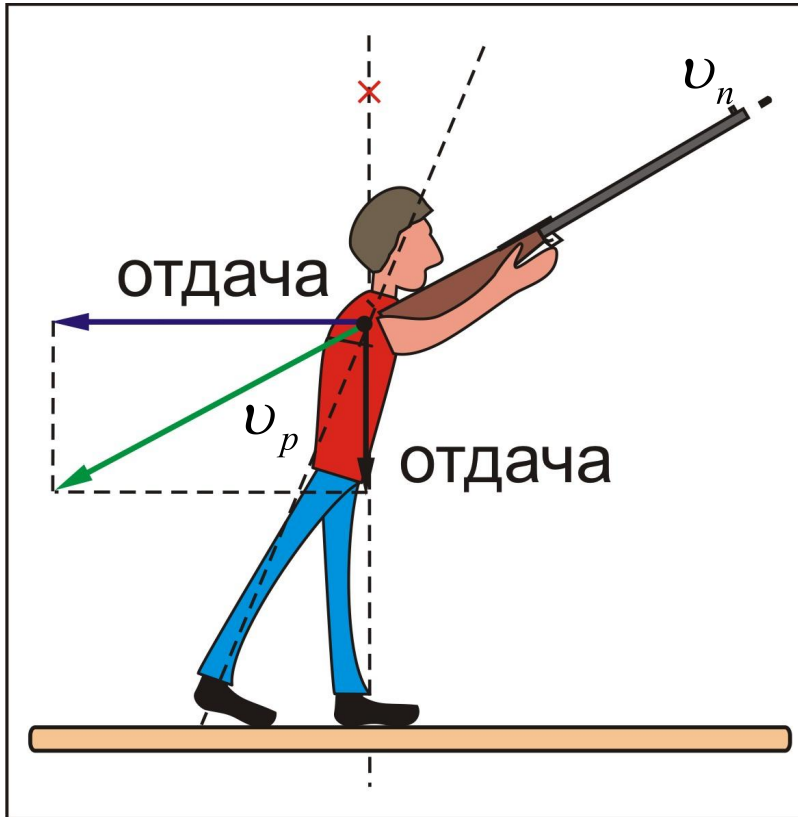
$$v_l = 1000 \frac{20}{2000} = 10$$

$$p_l = 2000 \cdot 10 = 20000 \quad .$$

Пусть  $dt = 10 \text{ с}$ ,  $a = 1 \text{ м/с}^2$   $\Delta F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = 2000 \text{ кг} = 2 \text{ ТОННЫ}$

$$S_{\text{отката}} = 0,5$$

# Пример 5



$$m_n v_n = m_p v_p$$

Скорость пули – 300 м/с

Масса пули  $m_p = 0,03$  кг

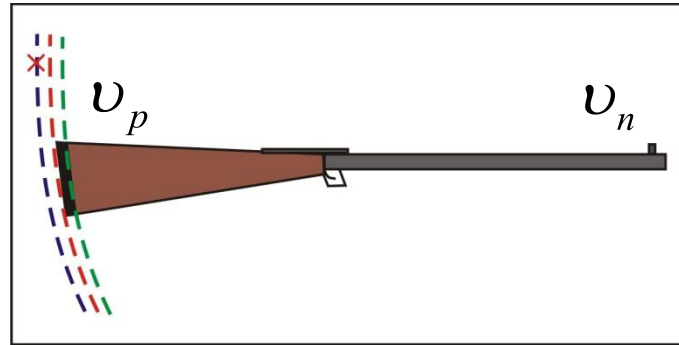
$m v_n = 9$  кг·м/с

Масса ружья – 3 кг

$$v_p = v_n \frac{m_n}{m_p} = \frac{0,03}{3} v_n = 0,01 v_n = 3$$



# Пример 5 (продолжение)



$$m_n v_n = m_p v_p$$

Контакт с телом (половиной)  $M = 80 \text{ кг}/2 = 40 \text{ кг}$

Если ружье прижать плотно:

$$v_{\text{тела}} = v_n \frac{m_n}{m_p + M} = 300 \frac{0,03}{3 + 40} = 0,002$$

тело немного шелохнется, но если не прижимать плотно:

$$F = \frac{dp}{dt} \quad dP = m_p \cdot v_p = 3 \text{ кг} \cdot 3 \text{ м/с} = 9 \text{ кг м/с}$$

Все зависит от  $dt$ : если  $dt = 0,1$ , то  $F = 90 \text{ кг} \cdot \text{м/с}^2 \approx 9 \text{ кг}$