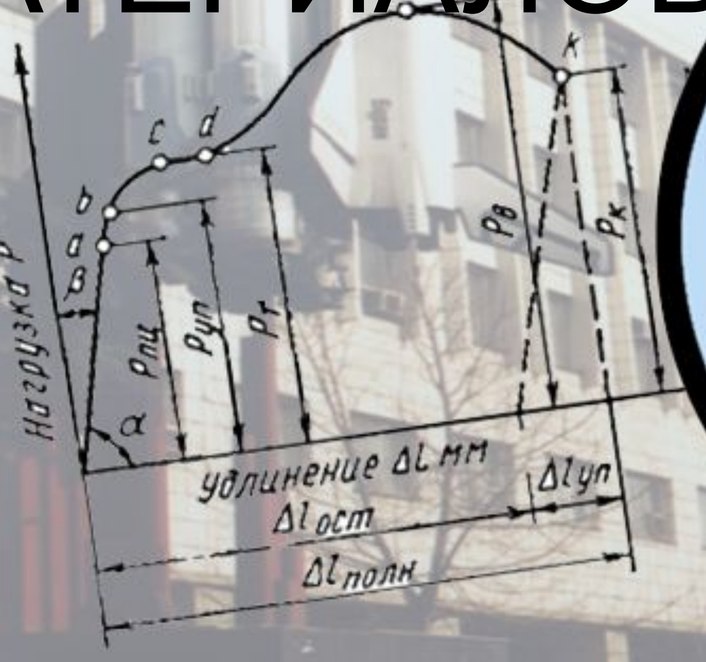
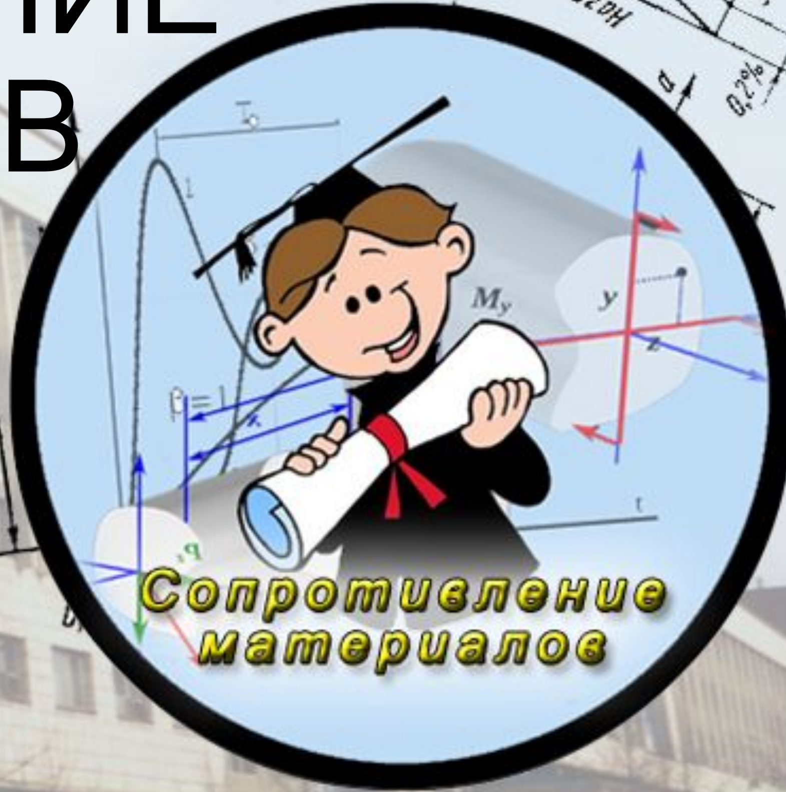
САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С. П. КОРОЛЕВА

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Часть 2.
Лекция №3.
Метод сил

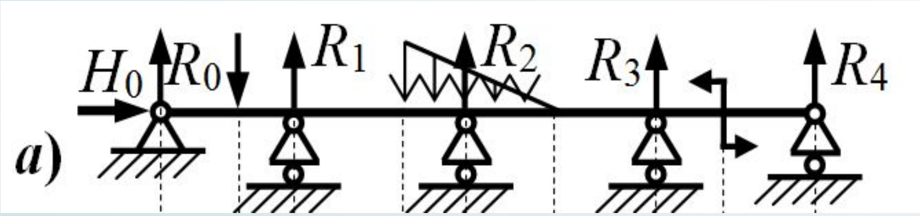




2.1 МЕТОД СИЛ

Метод сил – один из общих универсальных методов раскрытия статической неопределимости. Есть ещё метод деформаций, но он применяется при расчёте сооружений.

Метод сил позволяет составить уравнения совместности деформаций или уравнения перемещений. Он даёт стандартный подход вне зависимости от вида конструкции.



Неразрезной называют такую *балку, которая, не прерываясь, перекрывает несколько пролётов.*

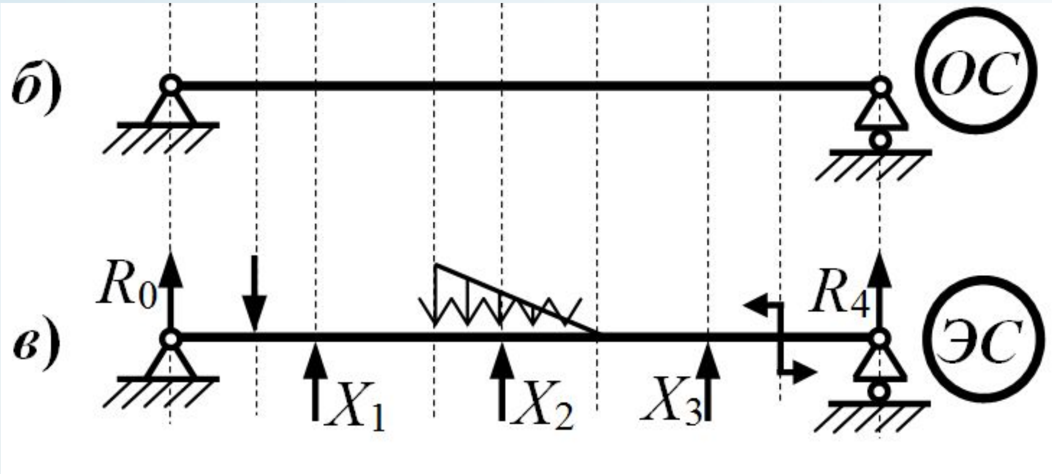
Преимущества: больше жёсткость, то есть меньше перемещения и, в большинстве случаев, больше грузоподъёмность.

Недостаток: неразрезная балка – статически неопределимая балка и в ней могут быть монтажные напряжения, связанные с неточной установкой опор. Несмотря на этот недостаток, неразрезные балки широко применяются в конструкциях летательных аппаратов.

Опоры нумеруются 0, 1, 2, 3, 4 (слева направо). На балку действуют активные силы и реакции опор.

У балки три промежуточных опоры и <u>всегда, степень статической неопределимости равна числу промежуточных опор.</u>

2.1 МЕТОД СИЛ



Для решения задачи необходимо назначить лишние неизвестные. За лишние можно принять любые неизвестные, но после отбрасывания лишних неизвестных, **система должна быть геометрически неизменяемой даже в малом**. Примем за лишние неизвестные реакции промежуточных опор $X_1 = R_1$, $X_2 = R_2$, $X_3 = R_3$.

После назначения лишних неизвестных, изображаем основную систему (*ОС*)

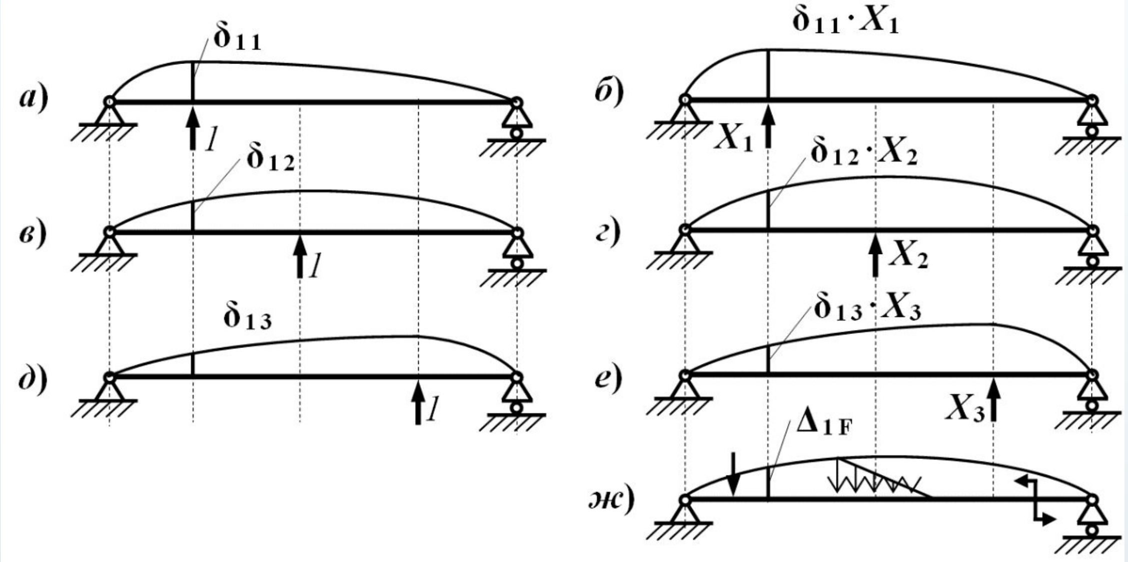
Основной системой (*ОС*) (*б*) называют статически определимую и геометрически неизменяемую систему, которая получается из исходной статически неопределимой, после отбрасывания лишних связей и внешних сил. Лишние связи – связи, в которых возникают лишние неизвестные, то есть в нашем случае, лишними связями будут промежуточные опоры. Далее изображаем эквивалентную систему.

Эквивалентная система (*ЭС*) (*в*)– это основная система, нагруженная активными силами и лишними неизвестными. Реакцию H_0 не показываем, так как из уравнений статики, $H_0 = 0$.

Закономерности деформаций изучаемой системы в том, что в эквивалентной системе, перемещения в направлении "лишних" связей, должны быть равны нулю. Или иначе: X_1, X_2, X_3 должны быть такими, чтобы в сечениях 1, 2, 3 эквивалентной системы прогибы обращались в ноль, то есть

$$\Delta_1 = 0,\ \Delta_2 = 0,\quad \Delta_3 = 0.$$

2.1 МЕТОД СИЛ



$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{13} \cdot X_1 + \Delta_{1F} = 0,$$

$$\delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{23} \cdot X_1 + \Delta_{2F} = 0,$$

$$\delta_{31} \cdot X_1 + \delta_{32} \cdot X_2 + \delta_{33} \cdot X_1 + \Delta_{3F} = 0.$$

Канонические уравнения метода сил, для три раза статически неопределимой системы. Это уравнения совместности деформаций.

<u>Физический смысл</u>: перемещения в эквивалентной системе, по направлению лишних неизвестных равны нулю.

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + ... + \delta_{1n} \cdot X_1 + \Delta_{1F} = 0,$$

$$\delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + ... + \delta_{23} \cdot X_1 + \Delta_{2F} = 0,$$

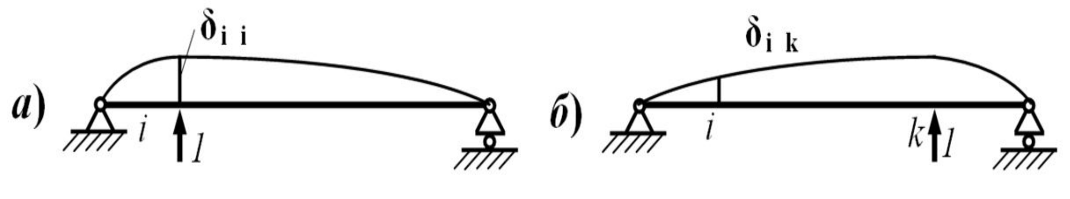
....

....

$$\delta_{n1} \cdot X_1 + \delta_{n2} \cdot X_2 + ... + \delta_{nn} \cdot X_n + \Delta_{nF} = 0.$$

δik – коэффициенты канонических уравнений – это перемещения в основной системе по направлению i-й лишней связи от единичного силового фактора, соответствующего лишнему неизвестному Xk. При i = k получаем главные коэффициенты или главные податливости основной системы (податливость – перемещение от единичной силы). Если i ≠ k, то это побочные коэффициенты канонических уравнений (побочные податливости). Вспомним о взаимности перемещений (δik = δki). Иначе говоря, матрица коэффициентов канонических уравнений симметрична относительно главной диагонали

2.1 МЕТОД СИЛ



$$\Delta = \int_0^l \frac{M \cdot \overline{M}}{E \cdot J} dz$$

- Интеграл Мора

$$\delta_{ik} = \int_0^l \frac{\overline{M}_i \overline{M}_k}{E \cdot J} dz$$

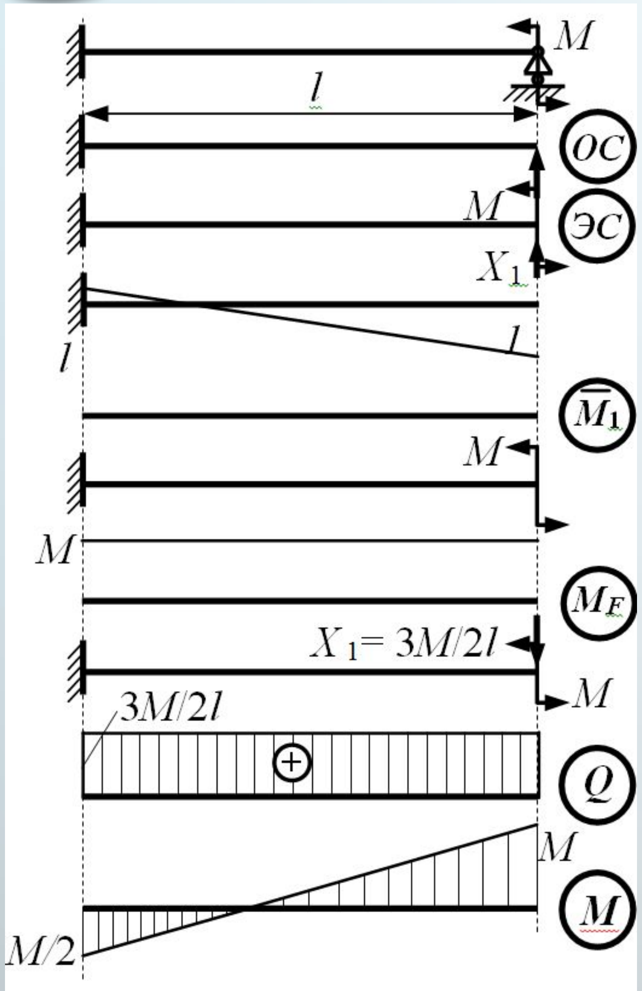
- формула для определения δ_{ik} $\quad \overline{M} = \overline{M}_k \quad \overline{M} = \overline{M}_i$

$$\Delta_{iF} = \int_0^l \frac{\cdot M_F \cdot \overline{M}_i}{E \cdot J} dz$$

- формула для определения Δ_{iF} $\quad M = M_F \quad \overline{M} = \overline{M}_i$

Для прямолинейных стержней коэффициенты и свободные члены канонических уравнений, можно вычислять способу Верещагина

2.1 МЕТОД СИЛ



$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1F} = 0.$$

$$E J \delta_{11} = \frac{1}{2} l \cdot l \cdot \frac{2}{3} l = \frac{l^3}{3}.$$

$$E J \Delta_{iF} = M \cdot l \cdot \frac{1}{2} l = \frac{M l^2}{2}.$$

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}} = -\frac{M l^2 \cdot 3}{2 \cdot l^3} = -\frac{3M}{2l}$$