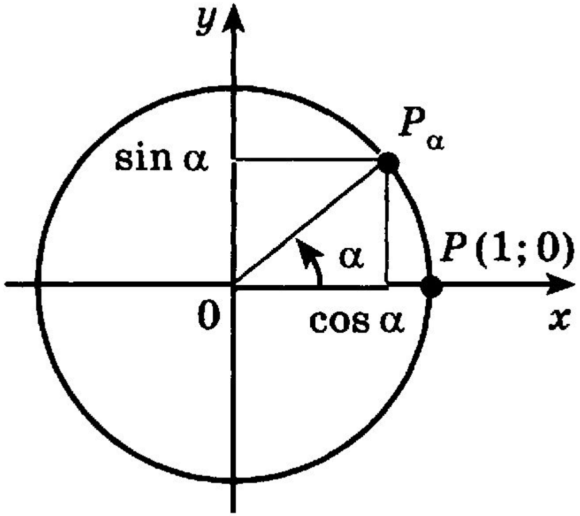
Определение синуса, косинуса и тангенса угла

Определение 1. *Синусом угла* α называется ордината точки, полученной поворотом точки (1; 0) вокруг начала координат на угол α (обозначается $\sin\alpha$).

Определение 2. *Косинусом угла* α называется абсцисса точки, полученной поворотом точки (1; 0) вокруг начала координат на угол α (обозначается $\cos\alpha$).



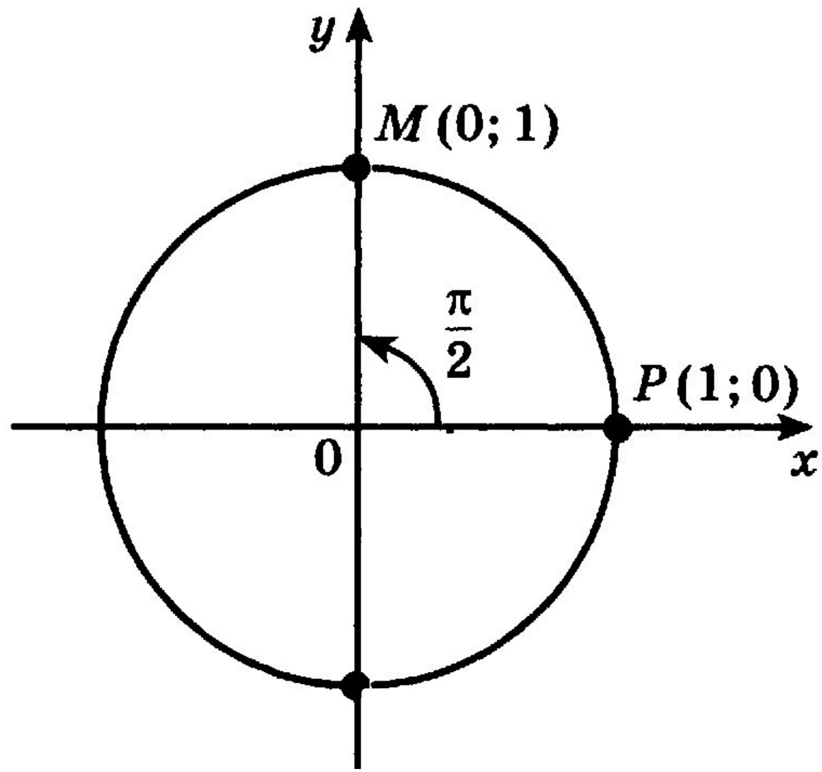
$$P(1;0) \longrightarrow P_\alpha(x;\, y)$$

$$x = \cos\alpha,$$
$$y = \sin\alpha$$

Например, при повороте точки (1; 0) на угол $\frac{\pi}{2}$, т. е. угол 90°, получается точка (0; 1).

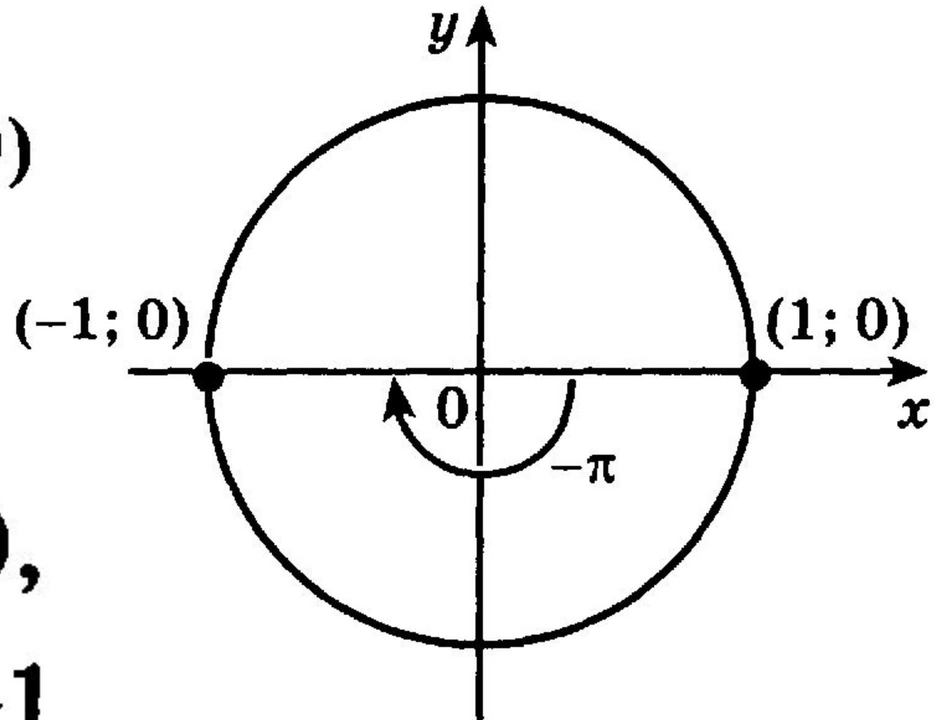
$$\sin\frac{\pi}{2} = \sin 90^\circ = 1;$$

$$\cos\frac{\pi}{2} = \cos 90^\circ = 0.$$



Задача 1 Найти $\sin(-\pi)$ и $\cos(-\pi)$.

$(1; 0) \rightarrow (-1; 0)$

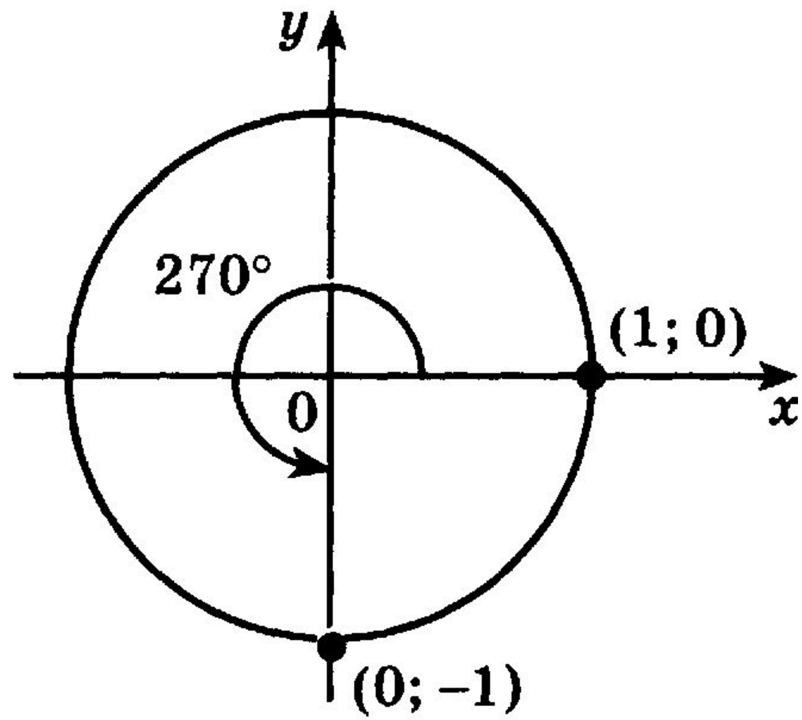


$\sin(-\pi) = 0,$

$\cos(-\pi) = -1$

Задача 2 Найти $\sin 270°$ и $\cos 270°$.

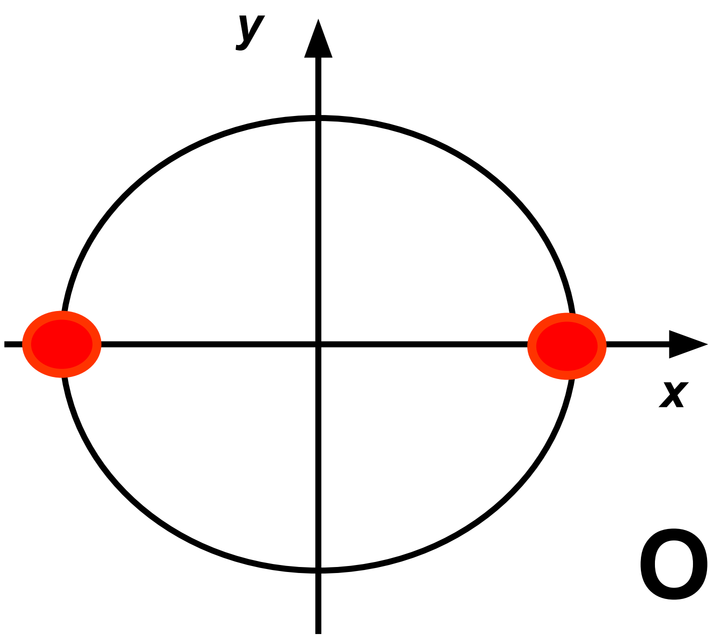
$(1;\ 0) \rightarrow (0;\ -1)$



$\sin 270° = -1$

$\cos 270° = 0.$

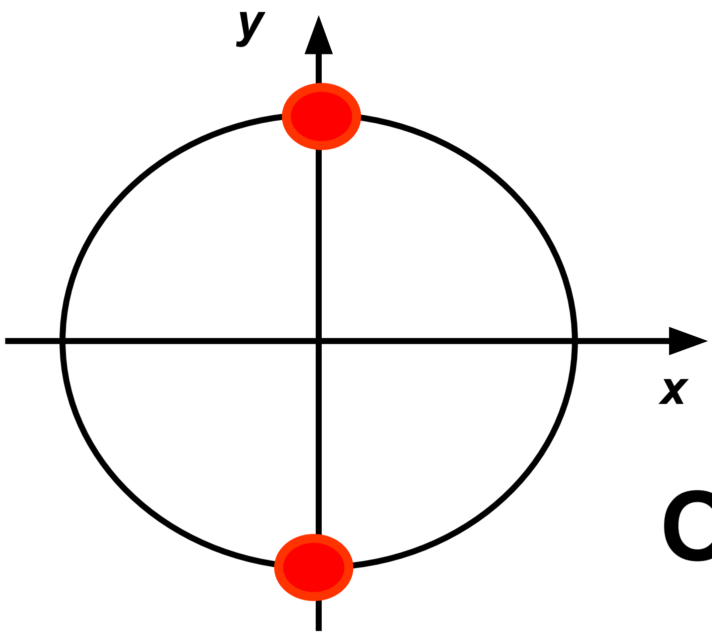
Задача 3 Решить уравнение $\sin x = 0$.



$$x = \pi k,\ \ k \in Z.$$

Ответ: $\pi k,\ \ k \in Z.$

Задача 4 Решить уравнение $\cos x = 0$.

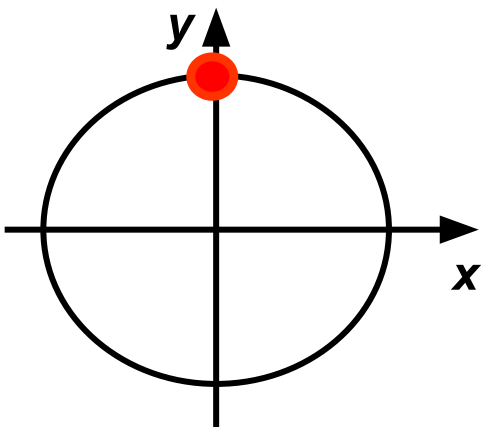


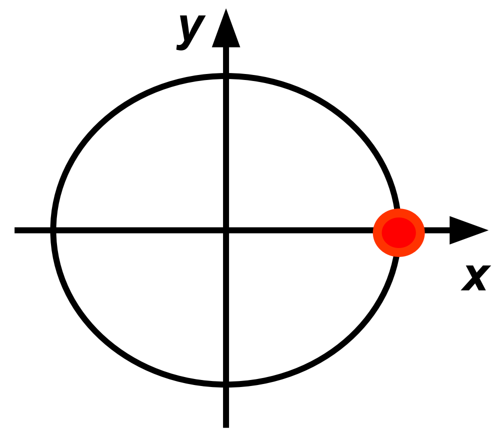
$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z.$$

Ответ: $\frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z.$

Задача 5 Решить уравнение:

1) $\sin x = 1$; 2) $\cos x = 1$.





$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in Z$; $x = 2\pi k,\ k \in Z$.

Ответ: 1) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in Z$;

2) $2\pi k,\ k \in Z$.

Определение 3. *Тангенсом угла* α называется отношение синуса угла α к его косинусу (обозначается $\operatorname{tg}\alpha$).

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}.$$

$$\operatorname{tg}0^\circ = \frac{\sin 0^\circ}{\cos 0^\circ} = \frac{0}{1} = 0,$$

$$\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} = \frac{\sin\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1.$$

$$\boxed{\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}$$

$$\operatorname{ctg} 270^\circ = \frac{\cos 270^\circ}{\sin 270^\circ} = \frac{0}{-1} = 0,$$

$$\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{1} = 1.$$

α	0 $(0°)$	$\frac{\pi}{6}$ $(30°)$	$\frac{\pi}{4}$ $(45°)$	$\frac{\pi}{3}$ $(60°)$	$\frac{\pi}{2}$ $(90°)$	π $(180°)$	$\frac{3}{2}\pi$ $(270°)$	2π $(360°)$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Не существует	0	Не существует	0
$\operatorname{ctg}\alpha$	Не существует	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	Не существует	0	Не существует

Задача 6 Вычислить $4\sin\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{6}-\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}$.

$$4\sin\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{6}-\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}=$$

$$=4\cdot\frac{1}{2}+\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-1=2{,}5.$$