

# Лекция № 12

## Механические колебания и волны

Алексей Викторович  
Гуденко

10/05/2018

# План лекции

- Свободные незатухающие гармонические колебания:
  1. Пружинный маятник
  2. Математический маятник
  3. Крутильный маятник
  4. Физический маятник
- Затухающие колебания с вязким трением.
- Вынужденные колебания. Резонанс.
- Параметрический резонанс.
- Решение задач
- Волны в упругих средах

# Демонстрации

- Автоколебания
- Резонанс камертонов
- Параметрический резонанс
- Маятник Капицы
- Волна в массивной пружине

# Колебательные процессы

- **Колебание** – изменение состояния системы по периодическому или почти периодическому закону: маятник часов, груз на пружине, гитарная струна, давление воздуха в звуковой волне.
- **Свободные (или собственные) колебания**: колебания в системе, предоставленной самой себе: шарик в лунке, груз на нити.
- **Вынужденные колебания** – колебания под действием **внешней** периодической силы: вибрации моста, качели.
- Автоколебания, параметрические колебания (часы, качели)

# Свободные незатухающие гармонические колебания. Пружинный маятник

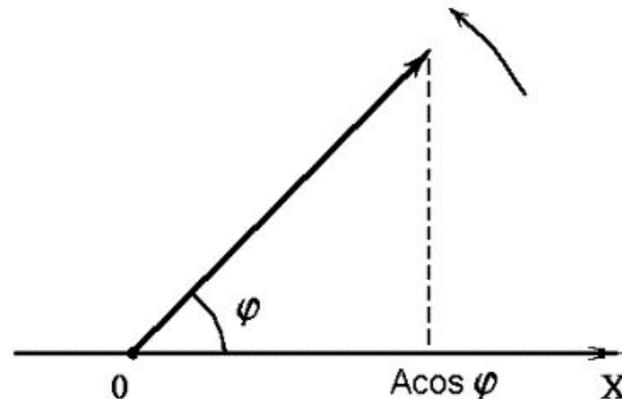
- $m\ddot{x} = -kx \Leftrightarrow m\ddot{x} + kx = 0 \Leftrightarrow$
- $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$  – дифференциальное уравнение гармонических колебаний ( $\omega_0^2 = k/m$ )
- $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$  – гармоническое колебание  
A – амплитуда колебаний  
 $\omega_0$  – циклическая частота  
 $\varphi_0$  – начальная фаза  
 $\omega_0 t + \varphi_0$  – фаза колебаний
- $T = 2\pi / \omega_0$  – период колебаний
- **Изохронность:**  $\omega_0$ ,  $T$  – определяются только свойствами системы и не зависят от амплитуды.
- $F = -kx$  – квазиупругая возвращающая сила

# Скорость и ускорение при гармонических колебаниях

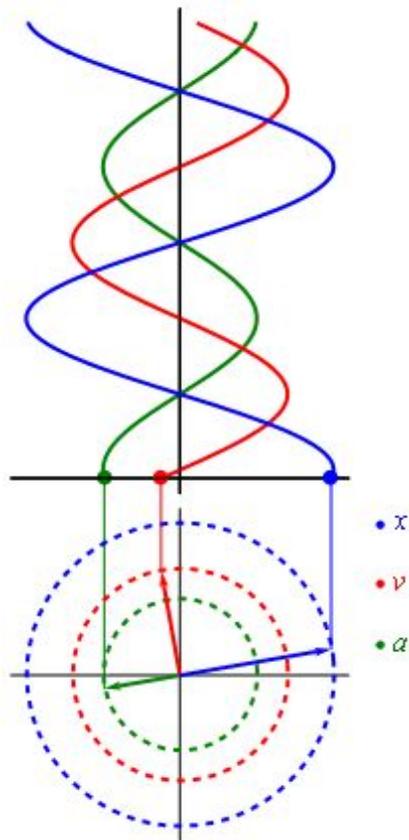
- Смещение:  
 $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$
- Скорость:  
 $v = x' = -\omega_0 A \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = \omega_0 A \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi/2);$   
 $v_0 = \omega_0 A$  – амплитуда скорости;  
скорость опережает смещение  $x$  по фазе на  $\pi/2$ .
- Ускорение  
 $a = -\omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = \omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi)$   
 $a_0 = \omega_0^2 A$  – амплитуда ускорения;  
ускорение в противофазе со смещением

# Векторная диаграмма

- Векторная диаграмма:  
 $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$  - проекция на ось  $Ox$  вектора длиной  $A$ , вращающегося против часовой стрелки с угловой скоростью  $\omega$  от начального положения  $\varphi_0$



## Векторная диаграмма гармонических колебаний (картинка)



- Смещение:  $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$
- **Скорость:  $v = x' = -\omega_0 A \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = \omega_0 A \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi/2)$ ;**  
*опережает смещение  $x$  по фазе на  $\pi/2$ .*
- $a = -\omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = \omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi)$   
*ускорение в противофазе со смещением*

# Энергия гармонических колебаний

- **Потенциальная энергия:**  
$$\Pi = kx^2/2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)$$
- **Кинетическая энергия:**  
$$K = mv^2/2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)$$
- **Полная энергия:**  
$$E = \Pi + K = \text{const} = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m v_0^2$$
- Для гармонических колебаний:  
$$\langle K \rangle = \langle \Pi \rangle = \frac{1}{2}E$$

## Задача 10.1

Фазовая траектория – эллипс:

$$x^2/A^2 + v^2/v_0^2 = 1$$

- **Задача 10.1.** Нарисуйте характерный график зависимости координаты  $x$  тела, совершающего гармонические колебания без затухания от его скорости  $x'$  (фазовая траектория) для нескольких значений энергии системы. То же самое для осциллятора с затуханием.

*Решение:*

$$x = A \cos \omega t; v = x' = -\omega A \sin \omega t \rightarrow kx^2/2 + mx'^2/2 = E \rightarrow x^2/(2E/k) + x'^2/(2E/m) = 1 - \text{эллипс с п/осями } a = (2E/k)^{1/2}; b = (2E/m)^{1/2}$$

Затухание  $A(t) = A_0 e^{-\gamma t}$ ;  $2\gamma = \beta/m$ ;  $\beta$  – коэффициент вязкого трения:  $f_{\text{тр}} = -\beta v$

## Период колебаний: энергетический метод для колебательных систем с одной степенью свободы

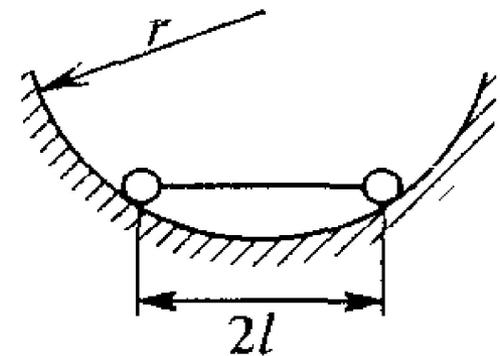
- $q$  – обобщённая координата (смещение, угол поворота, заряд на конденсаторе)  
 $q'$  – обобщённая скорость (скорость смещения, угловая скорость, электрический ток)
- Уравнение энергии:  $\frac{1}{2} \alpha q^2 + \frac{1}{2} \beta q'^2 = \text{const}$   
 $\Pi = \frac{1}{2} \alpha q^2$  – потенциальная энергия  
 $K = \frac{1}{2} \beta q'^2$  – кинетическая энергия  
 $\omega^2 = \alpha/\beta$  – циклическая частота  
 $\alpha$  – эффективная жёсткость системы  
 $\beta$  – инерционность системы

# Математический маятник

- Математический маятник – материальная точка на нерастяжимой лёгкой нити в поле тяжести Земли.
- Энергетический метод:  
 $\theta$  – угол отклонения нити от вертикали (обобщённая координата).
  1. Потенциальная энергия:  
$$П = mgL(1 - \cos\theta) \approx \frac{1}{2} mgL\theta^2 = \frac{1}{2} k\theta^2$$
 $k = mgL$  – эффективная жёсткость
  2. Кинетическая энергия:  
$$К = \frac{1}{2} m(L\theta')^2 = \frac{1}{2} mL^2\theta'^2 = \frac{1}{2} \mu\theta'^2$$
 $\mu = mL^2$  – инерционность системы
  3. Уравнение колебаний:  $\frac{1}{2}k\theta^2 + \frac{1}{2} \mu\theta'^2 = \text{const}$
  4.  $\omega_0^2 = k/\mu = g/L$ ;  $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi(L/g)^{1/2}$

## Задача 10.5

- Гантель длины  $2l$  скользит без трения по сферической поверхности радиуса  $R$ . Гантель представляет собой две точечные массы, соединённые невесомым стержнем. Вычислить период малых колебаний при движении:
  - в перпендикулярном плоскости рисунка направлении;
  - в плоскости рисунка.



# Решение

- *Решение:*

b)  $\Pi = 2mgr(1 - \cos\alpha) = \frac{1}{2} (2mgr\varphi^2) = \frac{1}{2}(2mg\varphi^2(R^2 - \ell^2)^{1/2});$

$K = 2mR^2\varphi'^2/2 \rightarrow$  жёсткость  $\alpha = 2mg(R^2 - \ell^2)^{1/2};$

инерционность  $\beta = 2mR^2 \rightarrow$

$\omega^2 = \alpha/\beta = g(R^2 - \ell^2)^{1/2}/R^2$  //ответ

- a)  $r = (R^2 - \ell^2)^{1/2} \rightarrow$

потенциальная энергия:  $\Pi = \frac{1}{2} (2mgr\varphi^2) \rightarrow$

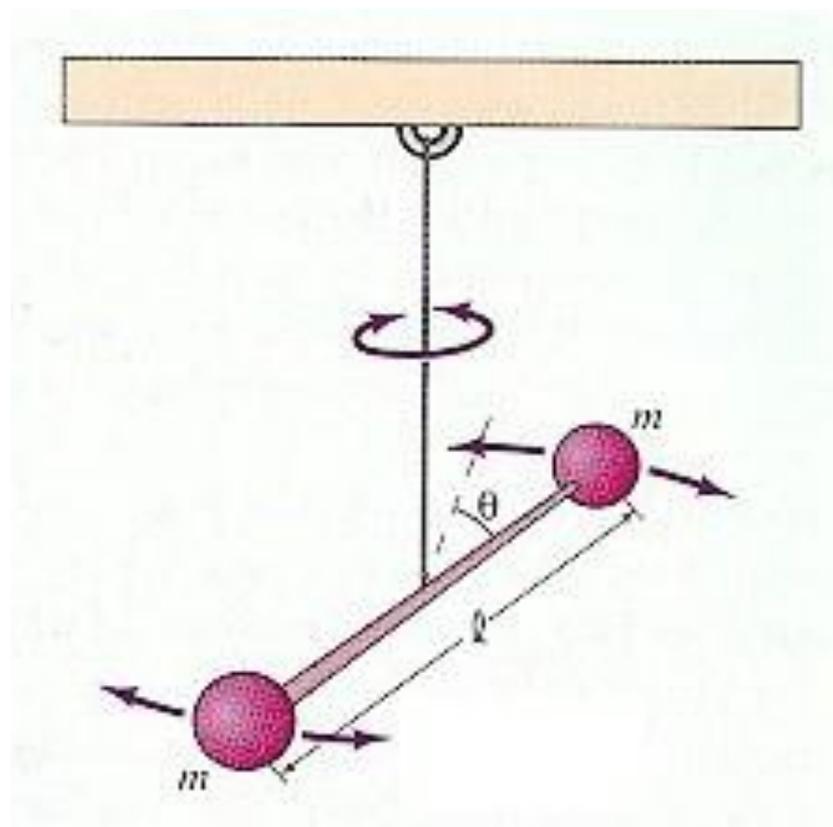
жёсткость  $\alpha = 2mgr;$

кинетическая энергия  $K = \frac{1}{2} (2mr^2\varphi'^2) \rightarrow$

инерционность  $\beta = 2mr^2 \rightarrow$

$\omega_0^2 = \alpha/\beta = g/r = g/(R^2 - \ell^2)^{1/2}$  //ответ

# Крутильный маятник



# Крутильные колебания

- Диск на упругой нити:  
Момент упругих сил  $M_z = -k\theta$ ,  $k$  – коэффициент “крутильной” жёсткости
- $I_0\theta'' = -k\theta \Rightarrow \theta'' + (k/I_0)\theta = 0 \Rightarrow \omega_0^2 = k/I_0$

# Физический маятник

- Физический маятник - твёрдое тело, совершающее колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси.
- Энергетический метод:
  1. Потенциальная энергия:  
$$П = mga(1 - \cos\theta) \approx \frac{1}{2} mga\theta^2$$
  2. Кинетическая энергия:  
$$К = \frac{1}{2}I\theta'^2, I = I_c + ma^2$$
 - момент инерции относительно оси O
  3. Уравнение колебаний:  $\frac{1}{2}mga\theta^2 + \frac{1}{2}I\theta'^2 = \text{const}$
  4.  $\omega_0^2 = mga/I; T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi(I/mga)^{1/2}$

# Приведённая длина. Центр качания. Теорема Гюйгенса. Оборотный маятник и измерение $g$

- $L_{\text{пр}} = l/ma$  – длина математического маятника с тем же периодом колебаний
- $L_{\text{пр}} = l/ma = (I_c + ma^2)/ma = a + I_c/ma$
- Центр качания  $O'$  расположен на прямой  $OC$  расстоянии  $L_{\text{пр}}$  от точки подвеса  $O$
- **Теорема Гюйгенса**  
Точка подвеса и центр качания являются “сопряжёнными” точками: если маятник подвесить за центр качания, то его период не изменится.  
Доказательство:  $L_{\text{пр}} = a + I_c/ma \Leftrightarrow a^2 - L_{\text{пр}}a + I_c/m = 0 \Leftrightarrow a_1 + a_2 = L_{\text{пр}}$
- Обратный маятник и измерение  $g$ : экспериментально определяют расстояние между сопряжёнными точками  $OO' = L_{\text{пр}}$  и рассчитывают  $g$  по формуле:  $g = L_{\text{пр}}\omega_0^2$

## Задача 10.3

- **10.3.** Найти период колебаний однородного стержня длины  $\ell = 50$  см, если ось вращения проходит через точку, находящуюся на расстоянии  $d = 10$  см от его верхнего конца.

- *Решение:*

$$a = \frac{1}{2}\ell - d = 15 \text{ см}$$

$$T = 2\pi(I_c/ma)^{1/2} = 2\pi((I_c + ma^2)/mag)^{1/2} =$$

$$2\pi((I_c/ma + a)/g)^{1/2} \rightarrow$$

$$\ell_{\text{пр}} = I_c/ma + a = \ell^2/12a + a \approx 14 + 15 = 29 \text{ см.} \rightarrow$$

$$T = 2\pi(\ell_{\text{пр}}/g)^{1/2} = 1,08 \text{ с //ответ}$$

# Затухающие колебания

- Сила вязкого трения  $F_{\text{тр}} = -\beta v$
- $m x'' = -kx - \beta v \Leftrightarrow m x'' + \beta v + kx = 0 \Leftrightarrow x'' + 2\gamma x' + \omega_0^2 x = 0$  - дифференциальное уравнение колебаний с затуханием;  
 $\gamma = \beta/2m$  – коэффициент затухания  
 $\omega_0^2 = k/m$  – собственная частота
- если  $\gamma < \omega_0$ , то  
 $x = a_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \varphi_0)$ ,  
 $\omega = (\omega_0^2 - \gamma^2)^{1/2}$  – частота затухающих колебаний;  
 $a_0 e^{-\gamma t}$  – амплитуда затухающих колебаний

# Характеристики затухающих колебаний

- Время релаксации  $\tau$  – это время, за которое амплитуда колебаний уменьшается в  $e$  раз:  
$$\tau = 1/\gamma$$
- Логарифмический декремент затухания:  
$$\lambda = \ln[a(t)/a(t + T)] = \gamma T = T/\tau$$
- Число колебаний, за которое амплитуда уменьшается в  $e$  раз  
$$N_e = \tau/T = 1/\lambda$$
- Слабое затухание  $N_e = \tau/T = \omega/2\pi\gamma \gg 1 \Leftrightarrow$   
$$\gamma \ll \omega \approx \omega_0$$

# Диссипация энергии. Добротность

- $dE/dt = -\beta v^2$  - мощность силы трения
- $dE/dt = -\beta v^2 = -(2\beta/m) (mv^2/2) = -4\gamma K$
- Слабое затухание:  $\gamma \ll \omega_0 \Rightarrow \langle K \rangle = \frac{1}{2} E \Rightarrow d\langle E \rangle/dt = -2\gamma \langle E \rangle \Rightarrow E = E_0 e^{-2\gamma t}$
- Убыль энергии за период  $\Delta E_T = 2\gamma T E$
- Убыль энергии при изменении фазы на 1 рад:  
 $\Delta E = \Delta E_T / 2\pi = (2\gamma/\omega) E_0$
- Добротность:  
 $Q = E/\Delta E = \omega/2\gamma = \pi N_e$

## Задача 10.2

- Зная период колебаний  $T$  и время уменьшения амплитуды колебаний в 2 раза  $\tau$ , найдите добротность колебательной системы.

*Решение:*

$$A = A_0 e^{-\gamma t} \rightarrow \gamma = \ln 2 / \tau \rightarrow$$

$$Q = \omega_0 / 2\gamma = \pi T / T \ln 2 // \text{ответ}$$

## Задача 10.4

- Свободные колебания математического маятника массы  $m$ , длиной  $l$  испытывают затухание из-за трения о воздух. Сила трения пропорциональна скорости с коэффициентом пропорциональности  $\beta$ . Для поддержания колебаний маятник раскачивают периодическими толчками — один раз за период в момент максимального отклонения маятника ему сообщают дополнительную скорость  $u$ . Найдите значение  $u$ , при котором амплитуда колебаний  $A$  маятника будет стационарна, и нарисуйте фазовую траекторию для этого случая.

## Решение 10.4

- $A = A_0 e^{-\gamma t} \rightarrow \Delta A = A_0 \gamma T \rightarrow \Delta E = k A_0 \Delta A = m u^2 / 2$   
 $\rightarrow u^2 = 2 \omega_0^2 A_0 \Delta A = 2 \omega_0^2 A_0^2 \gamma T = 4 \pi \gamma \omega_0 A_0^2 =$   
 $2 \pi \beta \omega_0 A_0^2 / m \rightarrow$   
 $u = A_0 (2 \pi \omega_0 \beta / m) (\omega_0 = (g / \ell)^{1/2}) // \text{ответ}$
- Энергетический подход:  
 $\Delta W = 2 \pi W / Q = 2 \pi k A^2 2 \gamma / \omega_0 = 2 \pi k A^2 \beta / m \omega_0 =$   
 $2 \pi \omega_0 A^2 \beta = m u^2 / 2 \rightarrow$   
 $u = A_0 (2 \pi \omega_0 \beta / m) // \text{ответ}$
- Фазовая траектория:  $\Delta A / A_0 = 2 \gamma T \rightarrow u / v_0 = (2^* 2 \gamma T)^{1/2} \rightarrow u = A_0 (2 \pi \omega_0 \beta / m) // \text{ответ}$

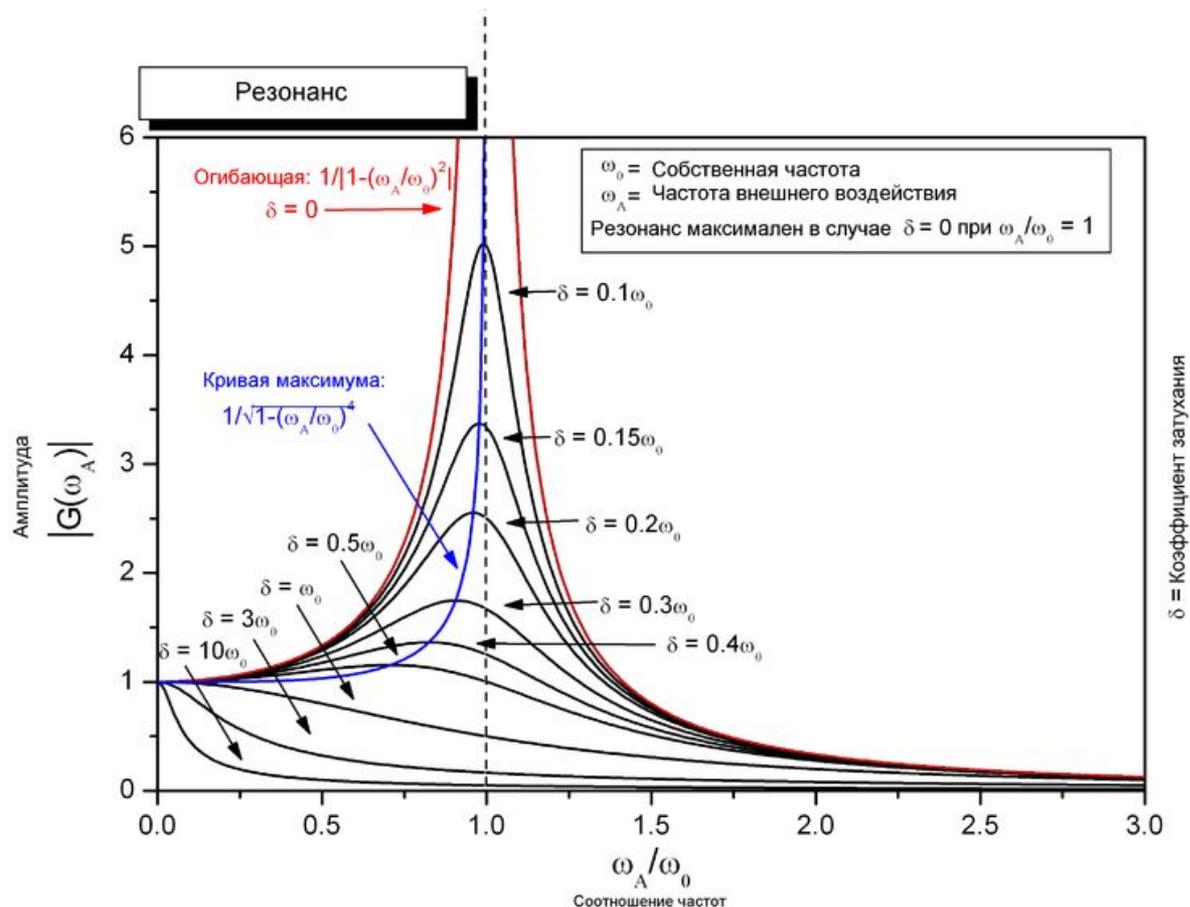
# Вынужденные колебания. Векторные диаграммы. Резонанс

- $mx'' + \beta v + kx = F \cos \omega t \Leftrightarrow$
- $x'' + 2\gamma x' + \omega_0^2 x = f \cos \omega t, f = F/m$
- Вынужденные колебания ищем в виде:  
 $x = B \cos(\omega t + \varphi)$
- Векторная диаграмма:  
 $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$  проекция на ось ОХ радиус-вектора длиной  $A$ , вращающегося против часовой стрелки с угловой скоростью  $\omega$  от начального положения  $\varphi_0$

# Вынужденные колебания. Векторные диаграммы. Резонанс

- Из векторной диаграммы:
  - амплитуда  
$$B = f / ((\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2)^{1/2}$$
  - Фаза  
$$\operatorname{tg} \varphi = 2\gamma\omega / (\omega_0^2 - \omega^2)$$
- В резонансе (при малых  $\gamma$ )  
$$B_{\max} \approx B(\omega_0) = f / 2\gamma\omega_0 \Leftrightarrow B_{\max} / B_{\text{стат}} = \omega_0 / 2\gamma = Q$$
- Вблизи резонанса:  
$$B = B_{\max} \gamma / ((\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2)^{1/2} \Leftrightarrow \text{ширина резонансной кривой } \Delta\Omega = 2\gamma$$

# Резонансная кривая

$$B = B_{\max} \gamma / ((\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2)^{1/2}$$


# Параметрический резонанс

- Параметрический резонанс - возбуждение незатухающих колебаний периодическим изменением параметров колебательной системы
- Пример: маятник с изменяющейся длиной (качели)
  1. Работа против тяжести:  
$$A_1 = mg\Delta h(1 - \cos \varphi_0) \approx \frac{1}{2} mg\Delta h\varphi_0^2 = \frac{1}{2} mv_0^2 \Delta h/L$$
  2. Работа против центробежной силы:  
$$A_2 = mv_0^2 \Delta h/L$$
  3. приращение энергии за период:  
$$\Delta E = 2(A_1 + A_2) = 6 \Delta h/L mv_0^2/2$$
  4.  $dE/dt = 6 \Delta h/L E/T = E/\tau \Rightarrow E = E_0 e^{t/\tau}$

# Ангармонический математический маятник

- $\frac{1}{2}k\theta^2 + \frac{1}{2} \mu\theta'^2 = \text{const} \Leftrightarrow \theta'' + \omega_0^2 \theta = 0$  – линеаризованное уравнение
- $\theta'' + \omega_0^2 \sin\theta = 0$  – нелинеаризованное **ангармоническое** уравнение;  
 $T = T_0(1 + \theta_0^2/16 + 9\theta_0^4/64 + \dots)$  – период зависит от амплитуды  $\theta_0$

# Волновое уравнение. Скорость упругих волн в тонком стержне

- $\partial^2 x / \partial t^2 = v^2 \partial^2 x / \partial z^2$   
общее решение волнового уравнения:  
 $x = x(t - z/v) + x(t + z/v)$
- Относительная деформация  $\varepsilon = \partial x / \partial z$
- Закон Гука  $\sigma = E\varepsilon \Leftrightarrow$
- Закон Ньютона для участка стержня  $\Delta z$ :  
 $\Delta m \partial^2 x / \partial t^2 = F \Leftrightarrow$   
 $\rho S \Delta z \partial^2 x / \partial t^2 = (\sigma(z + \Delta z) - \sigma(z))S = ES \partial \varepsilon / \partial z$   
 $\Leftrightarrow$
- $\partial^2 x / \partial t^2 = (E/\rho) \partial^2 x / \partial z^2 \Leftrightarrow v = (E/\rho)^{1/2}$

## Численные примеры (сталь)

- Модуль Юнга:  $E_0 = 2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2 = 2 \text{ Мбар}$ ; коэффициент Пуассона  $\mu = 0,3$ ; плотность  $\rho = 7,8 \text{ г/см}^3$   
 $\Rightarrow v = (E_0/\rho)^{1/2} = 5064 \text{ м/с}$  (табл.  $v = 5150 \text{ м/с}$ )
- В толстом стержне:  
Модуль одностороннего сжатия  
 $E = E_0(1 - \mu)/(1 + \mu)(1 - 2\mu) = 1,35E_0 \Rightarrow$   
 $v_{\parallel} = (E/\rho)^{1/2} = (1,35)^{1/2}v = 5884 \text{ м/с}$  (табл.  $v = 5900 \text{ м/с}$ )
- Поперечный звук:  $v_{\perp} = (G/\rho)^{1/2}$ ,  
 $G = E_0/2(1 + \mu) = E_0/2,6$  – модуль сдвига  $\Rightarrow$   
 $v_{\perp} = v/(2,6)^{1/2} = 3140 \text{ м/с}$  (табл.  $v_{\perp} = 3100 \text{ м/с}$ )

# Численные примеры (алюминий)

- Модуль Юнга:  $E_0 = 0,705 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2 = 0,705 \text{ Мбар}$ ;  
коэффициент Пуассона  $\mu = 0,345$ ;  
плотность  $\rho = 2,7 \text{ г/см}^3$
- скорость звука в тонком стержне  
 $v = (E_0/\rho)^{1/2} = 5110 \text{ м/с}$  (табл.  $v = 5240 \text{ м/с}$  (2,5%))
- В толстом стержне:  
Модуль одностороннего сжатия  
 $E = E_0(1 - \mu)/(1 + \mu)(1 - 2\mu) = 1,57E_0 \Rightarrow$   
 $v_{\parallel} = (E/\rho)^{1/2} = (1,57)^{1/2}v = 6403 \text{ м/с}$  (табл.  $v = 6400 \text{ м/с}$ )
- Поперечный звук:  $v_{\perp} = (G/\rho)^{1/2}$ ,  
 $G = E_0/2(1 + \mu) = E_0/2,69$  – модуль сдвига  $\Rightarrow$   
 $v_{\perp} = v/(2,69)^{1/2} = 3115 \text{ м/с}$  (табл.  $v_{\perp} = 3100 \text{ м/с}$ )

# Скорость звука в жидкостях и газах

- В газе  $\Delta z/z = \Delta V/V = \Delta p/E \Rightarrow$  модуль упругости в жидкости  
 $E = dp/(dV/V) = dp/(dp/\rho)$  коэффициент всестороннего сжатия.
- Скорость звука в жидкости  
 $v = (dp/d\rho)^{1/2}$
- Избыточное давление  
 $\Delta p = E\varepsilon = E\varepsilon\rho/\rho = \rho v^2$

# Численные примеры (вода, воздух)

- $v = (dp/d\rho)^{1/2}$
- Вода:  
 $v = (K/\rho)^{1/2}$   $K = Vdp/dV$  - модуль всестороннего сжатия воды:  
 $K = dp/(dV/V) = 2,14 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2$   
 $v = (K/\rho)^{1/2} = 1463 \text{ м/с}$  (табл.  $v = 1484 \text{ м/с}$  (1,3%))
- Воздух:  
изотермический звук:  
 $v_T = (dp/d\rho)_T^{1/2} = (p/\rho)^{1/2} = 280 \text{ м/с}$
- Адиабатический звук:  
 $v_s = (dp/d\rho)_s^{1/2} = (\gamma p/\rho)^{1/2} = (1,4)^{1/2} v_T = 330 \text{ м/с}$

# Скорость волны в гибком шнуре. Струна

- $v = (T/\rho_1)^{1/2}$  – скорость распространения упругих волн небольшой амплитуды в натянутой струне;  
T – натяжение струны  
 $\rho_1$  – погонная плотность
- Вывод:  
$$\rho_1 \Delta z \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = T(\sin \alpha(z+\Delta z) - \sin \alpha(z)) \Rightarrow$$
$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = (T/\rho_1) \frac{\partial^2 x}{\partial z^2}$$

# Энергия упругой волны. Амплитуда давления в звуковой волне.

- Плотность кинетическая энергии:  
 $w_k = \rho u^2/2 = \rho x'^2/2 = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - kz)$
- Плотность упругой энергии:  
 $w_{\Pi} = E \varepsilon^2/2 = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - kz)$
- Полная энергия  
 $w = w_k + w_{\Pi} = \rho x'^2/2 + E \varepsilon^2/2 = \rho A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - kz)$
- Для гармонической волны:  $\langle w \rangle = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 =$
- Поток энергии, или интенсивность:  
 $I = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 v$
- $I = 2 \langle w_{\Pi} \rangle v = (E \varepsilon_m^2/2) v = (\Delta p)^2/2v\rho \Leftrightarrow$   
 **$\Delta p = (2I\rho v)^{1/2}$**

# Порог слышимости. Болевой порог. Кавитация

- Порог слышимости:  $I_0 = 10^{-12}$  Вт/м<sup>2</sup>  
 $\Delta p = (2I_0\rho v)^{1/2} = 3 \cdot 10^{-5}$  Па – избыточное давление на пороге слышимости
- Болевой порог:  $I = 10^{12}I_0$  (120 децибелл)  
 $\Delta p = (2I\rho v)^{1/2} = 30$  Па = 0,3 г/см<sup>2</sup>
- Кавитация:  
ультразвук  $f = 5$  МГц  
 $I = 10$  Вт/см<sup>2</sup>  
 $\Delta p = (2I\rho v)^{1/2} = (2 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 1,5 \cdot 10^3)^{1/2} = 6$  атм.  
Градиенты давления:  $\Delta p / (\frac{1}{2}\lambda) = 400$  атм/см ( $\lambda = 0,3$  мм)