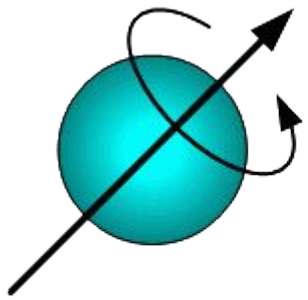
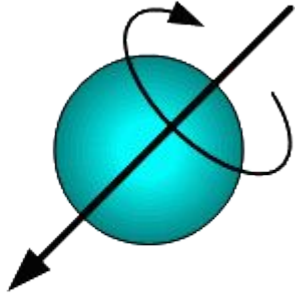


# Квантовые вычисления



+1/2



-1/2



2. Между двумя угловыми скобками всегда стоит скаляр, а между двумя вертикальными линиями — оператор:

$$\begin{aligned} \langle u | \dots | v \rangle &— \text{скаляр} \\ |u\rangle \dots \langle v| &— \text{оператор.} \end{aligned} \quad (3.1.6)$$

В первом выражении (3.1.6) точки обозначают операторы или скаляры, а во втором — точки обозначают либо выражения с операторами, либо скаляры.

3. Выражения типа  $\dots |u\rangle$ , где вместо точек могут стоять скаляры или операторы, являются кет-векторами, выражения типа  $\langle v| \dots$ , где вместо точек могут быть скаляры или операторы, есть бра-векторы.

4. Можно менять местами бра- и кет-формы и получать эквивалентные выражения, производя для скаляров одновременно комплексное сопряжение, а для операторов — эрмитово сопряжение:

$$\begin{aligned} \text{векторы } | \varphi \rangle &\leftrightarrow \langle \varphi |; \\ \text{скаляры (числа) } a &\leftrightarrow a^* \text{ (комплексные сопряжение);} \\ \text{операторы } \hat{A} &\leftrightarrow \hat{A}^+ \text{ (эрмитово сопряжение).} \end{aligned} \quad (3.1.7)$$

При этом скалярное произведение двух векторов состояния преобразуется согласно равенству  $\langle v | u \rangle = \langle u | v \rangle^*$ . Уравнение на собственные значения  $\hat{A} | \varphi \rangle = \lambda | \varphi \rangle$  эквивалентно уравнению  $\langle \varphi | \hat{A}^+ = \lambda^* \langle \varphi |$ , а если оператор  $\hat{A}$  эрмитов, то  $\langle \varphi | \hat{A} = \lambda \langle \varphi |$ . В соответствии с правилом эрмитова сопряжения для произведения двух операторов имеем  $(\hat{A}\hat{B})^+ = \hat{B}^+ \hat{A}^+$ , при перестановках местами бра- и кет-векторов для проекционного оператора  $\hat{P} = |u\rangle \langle u|$  получим следующее равенство:

$$\hat{P}^+ = (|u\rangle \langle u|)^+ = |u\rangle \langle u|. \quad (3.1.8)$$

Предполагая, что оператор  $\hat{A}$  — эрмитов, а оператор  $\hat{B}$  — неэрмитов, можно получить одну из следующих эквивалентных форм преобразования:

$$(\hat{B}|u\rangle\langle\phi|\hat{A}|\Psi\rangle\langle a|b\rangle\langle v|)^{\dagger} = \begin{cases} |v\rangle\langle b|a\rangle\langle\Psi|\hat{A}|\phi\rangle\langle u|B^{\dagger} \\ \langle b|a\rangle\langle\Psi|\hat{A}|\phi\rangle|v\rangle\langle u|B^{\dagger} \\ \langle\Psi|\hat{A}|\phi\rangle|v\rangle\langle b|a\rangle\langle u|B^{\dagger}. \end{cases} \quad (3.1.9)$$

### 3.2. Аналогия «бра-кет» формализма с матричным представлением квантовой механики. Гипервириальная теорема

Правила использования бра- и кет-векторов состояния подобны правилам матричного исчисления и удобны для использования в случае, когда эти векторы и операторы выражены в полном ортонормированном базисе.

Пусть задан ортонормированный базис векторов состояний  $\{|\chi_i\rangle\}$ , обладающий свойством полноты. Тогда произвольный кет-вектор  $|\phi\rangle$  можно разло-

жить по этому базису, т.е.  $|\varphi\rangle = \sum_i c_i |\chi_i\rangle$ , где коэффициенты разложения  $c_i$  об-

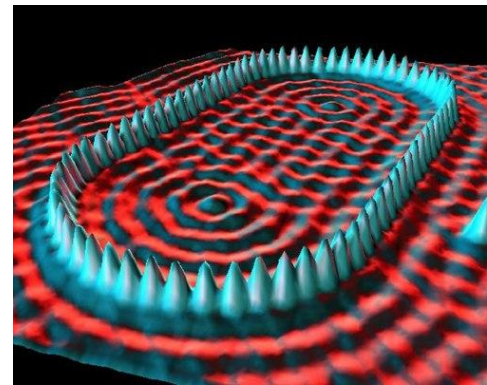
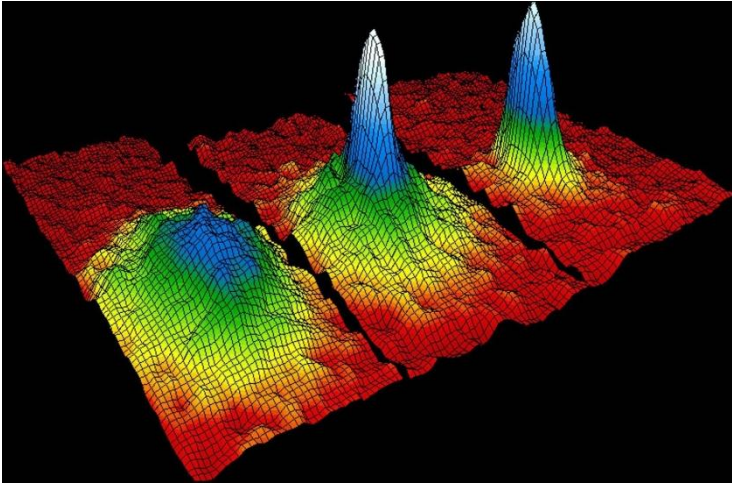
разуют вектор-столбец  $\vec{c} = \begin{pmatrix} \vdots \\ c_i \\ \vdots \end{pmatrix}$ , соответствующий заданному кет-вектору  $|\varphi\rangle$ .

В таком случае бра-вектору  $\langle\varphi|$  соответствует вектор-строка  $\vec{c}^+$  или вектор-столбец, эрмитово-сопряженный вектору-столбцу  $\vec{c}$ . Скалярному произведению бра- и кет-векторов  $\langle\varphi|\Psi\rangle$  соответствует скалярное произведение  $\vec{c}^+ \vec{d}$ ,

где  $\vec{d} = \begin{pmatrix} \vdots \\ d_i \\ \vdots \end{pmatrix}$  и  $|\Psi\rangle = \sum_i d_i |\chi_i\rangle$  [14]. >

Аналогично если векторам состояний соответствуют матрицы-столбцы, т.е.  $|\varphi\rangle \leftrightarrow \vec{c}$ ,  $|\Psi\rangle \leftrightarrow \vec{d}$ , то операторам будут соответствовать произведения этих матриц, представляющие их в определенном базисе. Например, оператору  $|\varphi\rangle\langle\Psi|$  соответствует произведение вектора-столбца и вектора-строки, т.е.

$$|\varphi\rangle\langle\Psi| \sim \vec{c}\vec{d}^+ = \begin{pmatrix} \vdots \\ c \\ \vdots \end{pmatrix} (\dots d^* \dots). \quad (3.2.1)$$



## Матрицы Адамара

$$H_{2n} = \begin{bmatrix} H_n & H_n \\ H_n & -H_n \end{bmatrix}$$
$$H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$
$$H_8 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

## Преобразование Адамара

Матрица преобразования Адамара

$$A^1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad A^{N+1} = \begin{pmatrix} A^N & A^N \\ A^N & -A^N \end{pmatrix}$$

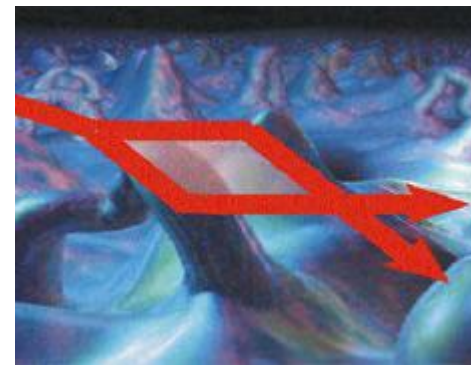
Одномерное и двумерное преобразование

$$y = A^N \cdot x \quad C = A^N \cdot B \cdot A^M$$

Ортогональность

$$A^N \cdot A^N = 2^N I_{2^N}$$

# Декогерентность



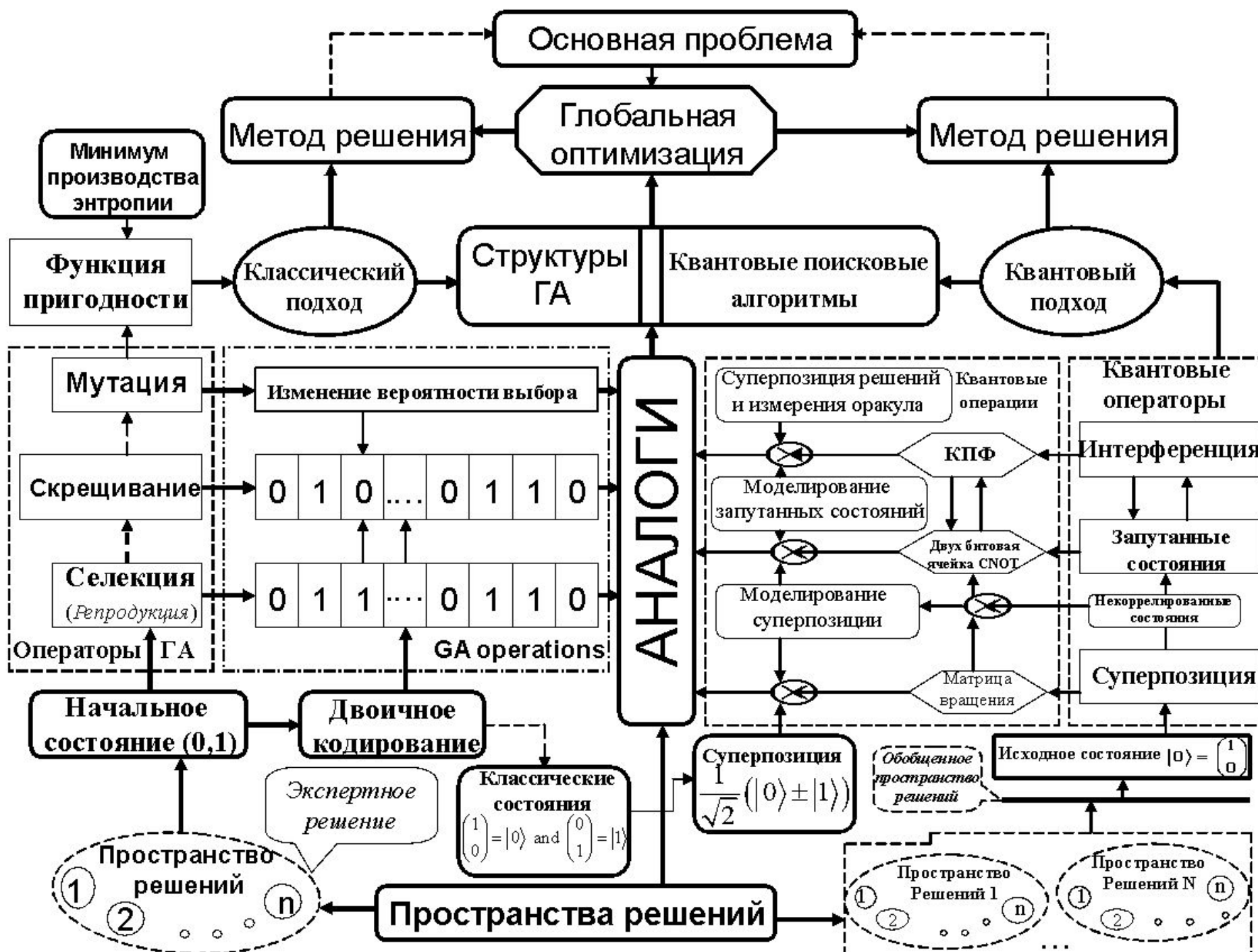
- В физике
- В физике когерентностью называется скоррелированность (согласованность) нескольких колебательных или волновых процессов во времени, проявляющаяся при их сложении. Колебания когерентны, если разность их фаз постоянна во времени, и при сложении колебаний получается колебание той же частоты.
- Классический пример двух когерентных колебаний — это два синусоидальных колебания одинаковой частоты.

**Декогеренция** — это процесс нарушения когерентности (от латинского *cohaerentio* — сцепление, связь), вызываемый взаимодействием квантовомеханической системы с окружающей средой посредством необратимого, с точки зрения термодинамики, процесса. Во время протекания этого процесса у самой системы появляются классические черты, которые соответствуют информации, имеющейся в окружающей среде. То есть система смешивается или запутывается с окружающей средой.



# Декогерентность

- в математике,
- 1) симметрия (в узком смысле), или отражение (зеркальное) относительно плоскости  $\alpha$  в пространстве (относительно прямой  $a$  на плоскости), — преобразование пространства (плоскости), при котором каждая точка  $M$  переходит в точку  $M'$  такую, что отрезок  $MM'$  перпендикулярен плоскости  $\alpha$  (прямой  $a$ ) и делится ею пополам. Плоскость  $\alpha$  (прямая  $a$ ) называется плоскостью (осью)  $S$ .
- Отражение — пример ортогонального преобразования (См. [Ортогональное преобразование](#)), изменяющего ориентацию (См. [Ориентация](#)) (в отличие от собственного движения). Любое ортогональное преобразование можно осуществить последовательным выполнением конечного числа отражений — этот факт играет существенную роль в исследовании  $S$ . геометрических фигур.



Декодирование решения  
и ответ

Алгоритмический уровень

Конечное состояние

=

Самоорганизующая робастная структура

Принятие решения

Оператор управления  
(самоорганизация)

Динамическая  
Эволюция

Случайный (Классический  
/ Квантовый) Поиск

Оператор выбора корреляции между  
элементами структуры (самосборка);

Проблемно-Ориентированная  
Корреляция

Тип: Классическая, Квантовая  
или Смешанная

Вектор компонент  
(элементы структуры)

Начальное  
Состояние

Генетически воспроизводимые  
начальные структуры

Действие оператора

Действие оператора

Алгоритмическое  
описание

Поиск

Состояния со  
скрытой информацией

Выбор

Кодирование  
проблемы

Алгоритм проектирования самоорганизации проблемно-ориентированными операторами

Процесс проектирования

Конечное состояние (законы управления)  $\rangle$

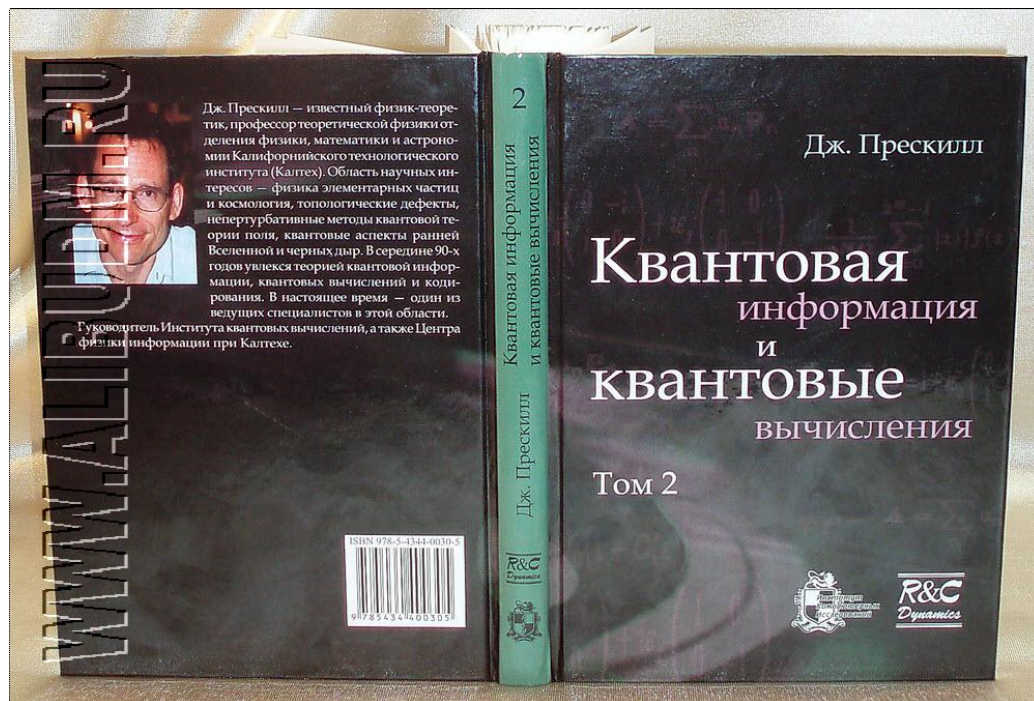
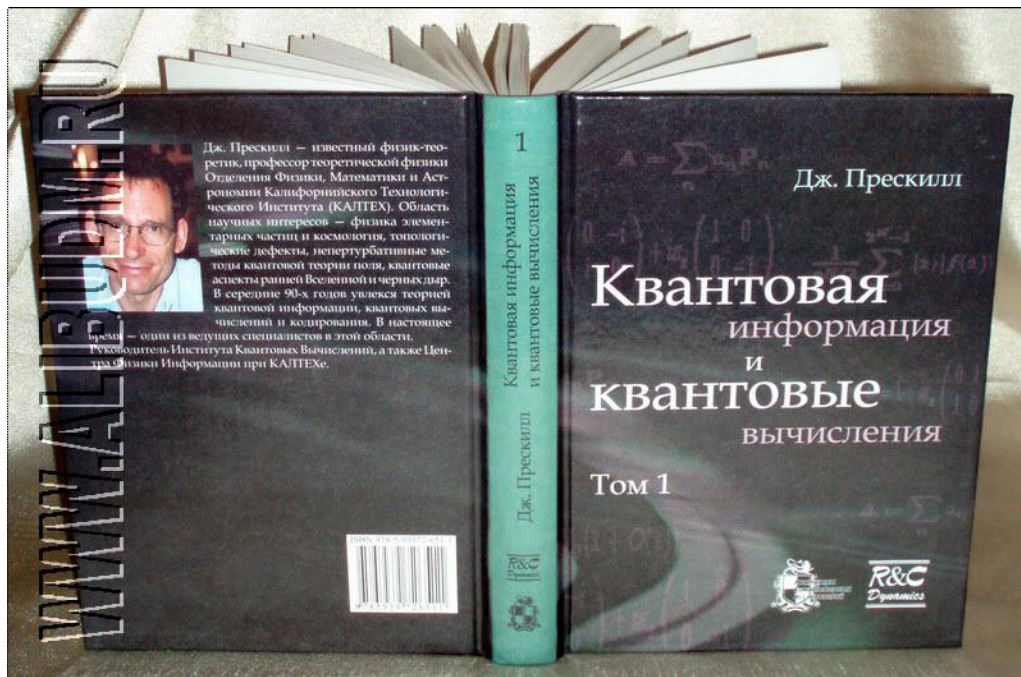
Самоорганизация робастной структуры БЗ

$$= \left[ \begin{array}{l} \text{(Эволюция процесса)} \\ \text{Квантовый случайный поиск} \end{array} \right] \cdot \left( \begin{array}{l} \text{Квантовые} \\ \text{вычисления} \end{array} \right) \cdot \left[ \begin{array}{l} \text{Проблемная ориентация} \\ \text{(Тип корреляции)} \\ \text{Классическая, квантовая, смешанная} \end{array} \right]$$

Строительные" блоки  
|Начальное состояние>

Био-инспирированные состояния

•  $\left( \begin{array}{l} \text{Воспроизводится ОБЗ} \\ \text{на мягких вычислениях} \end{array} \right)$



- **Тензорный анализ** — обобщение векторного анализа, раздел **тензорного** исчисления, изучающий дифференциальные операторы, действующие на алгебре **тензорных** полей дифференцируемого многообразия .

- Холево А.С., Введение в квантовую теорию информации, М.: МЦНМО, 2002. p. 127
- Blencowe M. Quantum electromechanical systems. Physics Reports. 2004. Vol. 395. №. 3. p. 159–222.
- Borzi A. et al., Optimal quantum control in nanostructures: Theory and application to a generic three-level system. Physical Review. 2002. Vol. A66. № 5.. p.5-7.
- Brylinski F. K., Chen G. Mathematics of quantum computation. Boca Raton: CRC Press, 2002. 448 p.
- Chen G., Diao C. Mathematical Theory of Quantum Computation. N. Y.: Chapman Hall CRC, 2013. 320 p.

- <http://www.youtube.com/watch?v=IJ5g66LBujA>
- <http://www.youtube.com/watch?v=oOXccbU9wMA>
- <https://www.youtube.com/watch?v=EF2rYKQKhVw>