Раздел «СТАТИКА»
Лекция №2
Основные теоремы статики.

ВОПРОСЫ:

1. Векторное и графическое условие равновесия системы сходящихся сил. Теорема о трех силах.

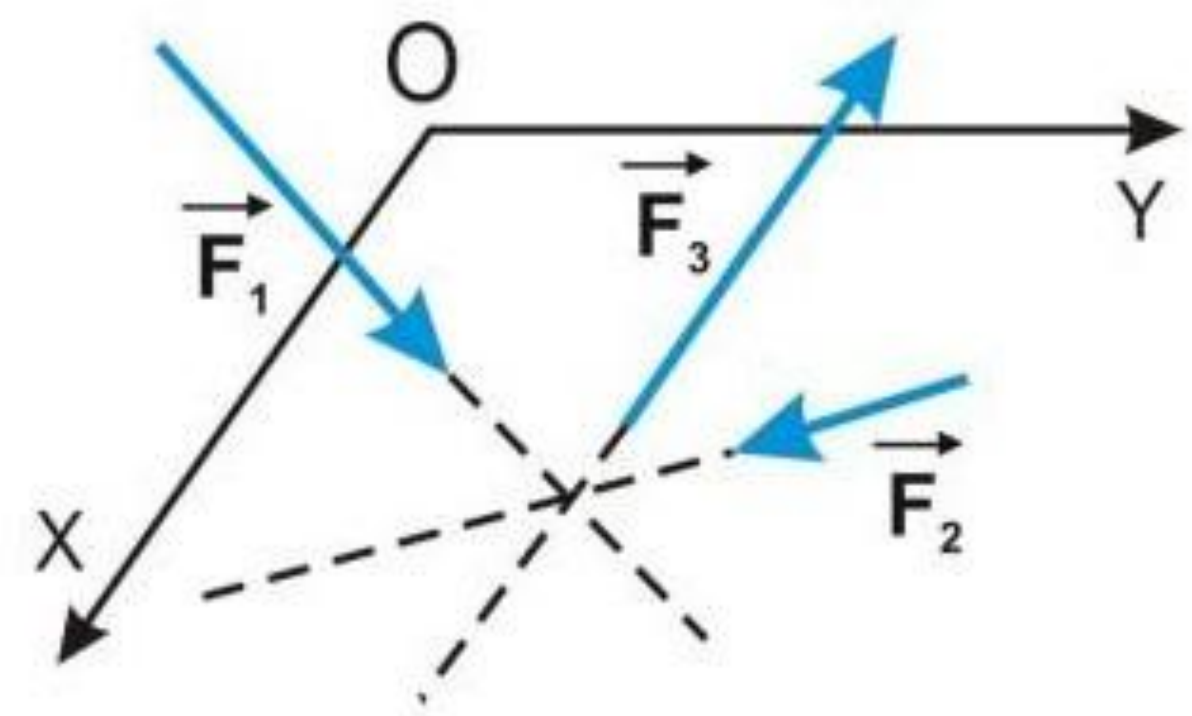
2. Момент силы относительно точки и оси. Зависимость между ними.

3. Понятие о паре сил. Момент пары сил как вектор. Свойства пар сил. Теоремы о паре сил. Сложение пар сил, расположенных на плоскости и в пространстве. Условия равновесия системы пар сил.

4. Теоремы о параллельном переносе силы и приведении сил к заданному центру. Главный вектор и главный момент системы сил. Распределенные силы и равнодействующие распределенных сил.

вопрос 1 – Векторное и графическое условие равновесия системы сходящихся сил. Теорема о трех силах.

Плоская система сходящихся сил (С.С.С.) – это пересечение линий действия сил в одной точке

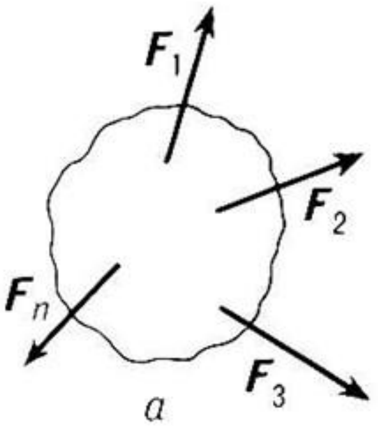


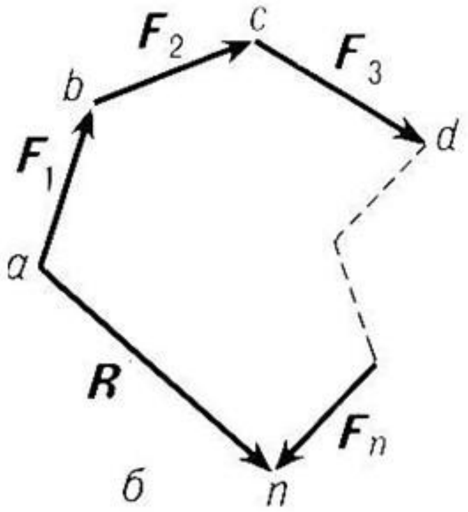
Условия равновесия плоской системы сил:

Всякая система сходящихся сил (С.С.С) может быть заменена равнодействующей.
Ясно, что если такая система сходящихся сил находится в равновесии, т. е. эквивалентна нулю, то равнодействующая должна равняться нулю — это необходимое и достаточное условие равновесия системы сходящихся сил.
Рассмотрим 2 формы условий равновесия плоской системы сходящихся сил

а) В геометрической форме:

для равновесия системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы силовой многоугольник, построенный для этой системы сил, был замкнутым.





б) В аналитической форме:

по формуле

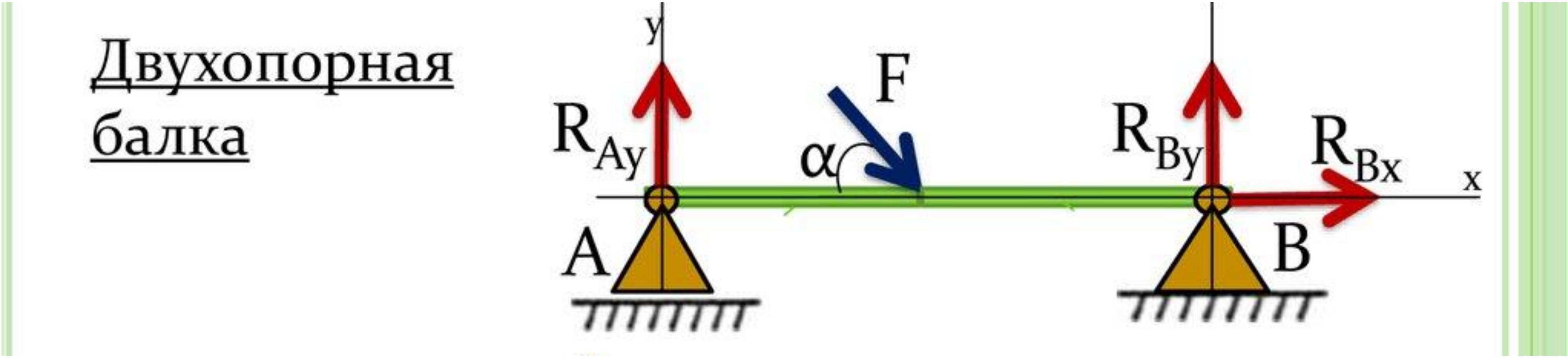
$$F_\Sigma = \sqrt{{F_{\Sigma x}}^2 + {F_{\Sigma y}}^2} = 0$$

$$F_{\Sigma x} = \sum_{1}^{n} F_{ix} = 0$$

$$F_{\Sigma y} = \sum_{1}^{n} F_{iy} = 0$$

Теорема о равновесии трех непараллельных сил, лежащих в одной плоскости: **Если три непараллельные силы, лежащие в одной плоскости, взаимно уравновешиваются, то линии их действия пересекаются в одной точке.**

Пример

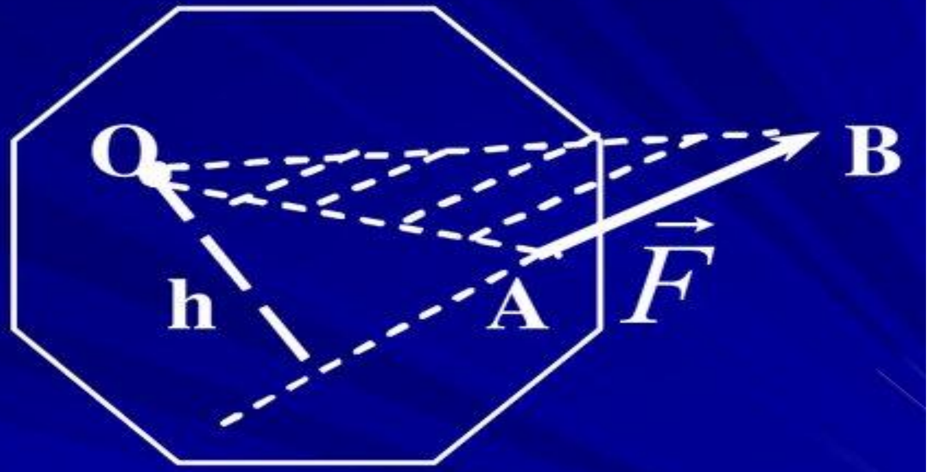


вопрос 2 – Момент силы относительно точки и оси. Зависимость между ними.

Момент силы оказывает на тело вращательный эффект.

__Моментом силы относительно центра О,__ $m_o(\vec{F})$, *называется величина, равная взятому с соответствующим знаком, произведению модуля силы, F, на длину ее плеча, h,* т.е.

$$m_o(\vec{F}) = \pm F \cdot h$$



h - плечо силы, равное кратчайшему расстоянию от центра О до линии действия силы.

Величина момента считается __положительной__, если сам вектор силы вращается относительно центра против часовой стрелки и __отрицательной__, если по часовой стрелке

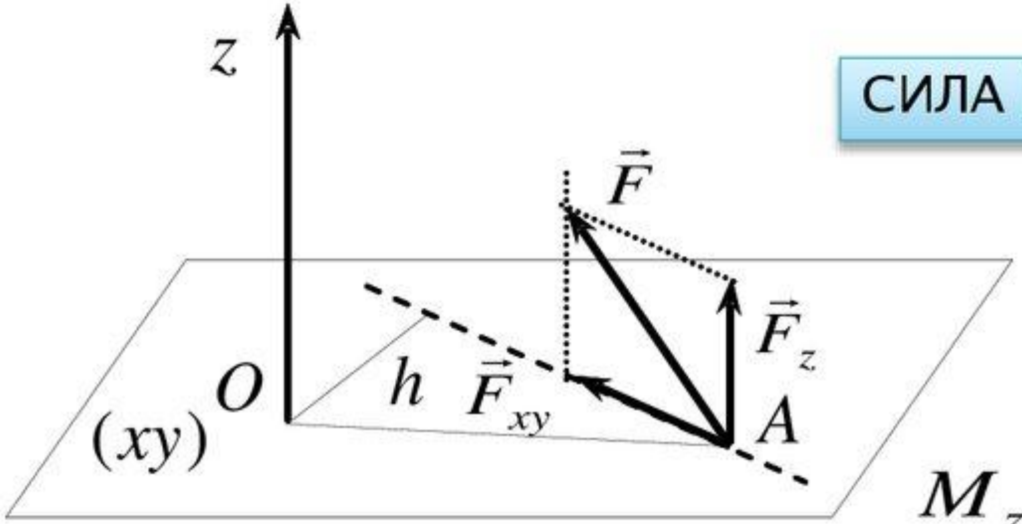
МОМЕНТ СИЛЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ

$$M_Z(\vec{F})$$

$$M_Z(\vec{F}) = 0$$

СИЛА || ОСИ

ЛИНИЯ ДЕЙСТВИЯ СИЛЫ ПЕРЕСЕКАЕТ ОСЬ



$$M_z(\vec{F}) = \pm M_O(\vec{F}_{xy}) = \pm F_{xy} \cdot h$$

<u>Момент силы относительно оси</u> – скалярная величина, равная алгебраическому моменту проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси и плоскости

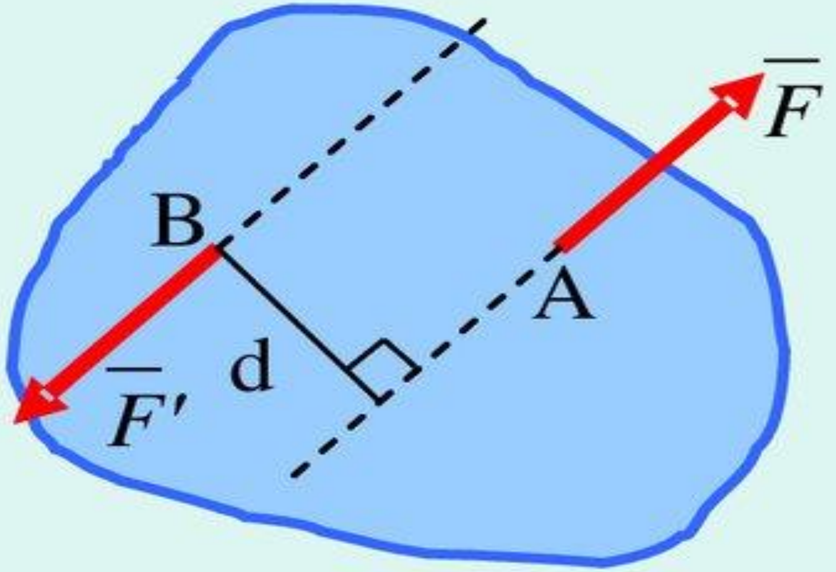
вопрос 3 – Понятие о паре сил. Момент пары сил как вектор. Свойства пар сил. Теоремы о паре сил. Сложение пар сил, расположенных на плоскости и в пространстве. Условия равновесия системы пар сил.

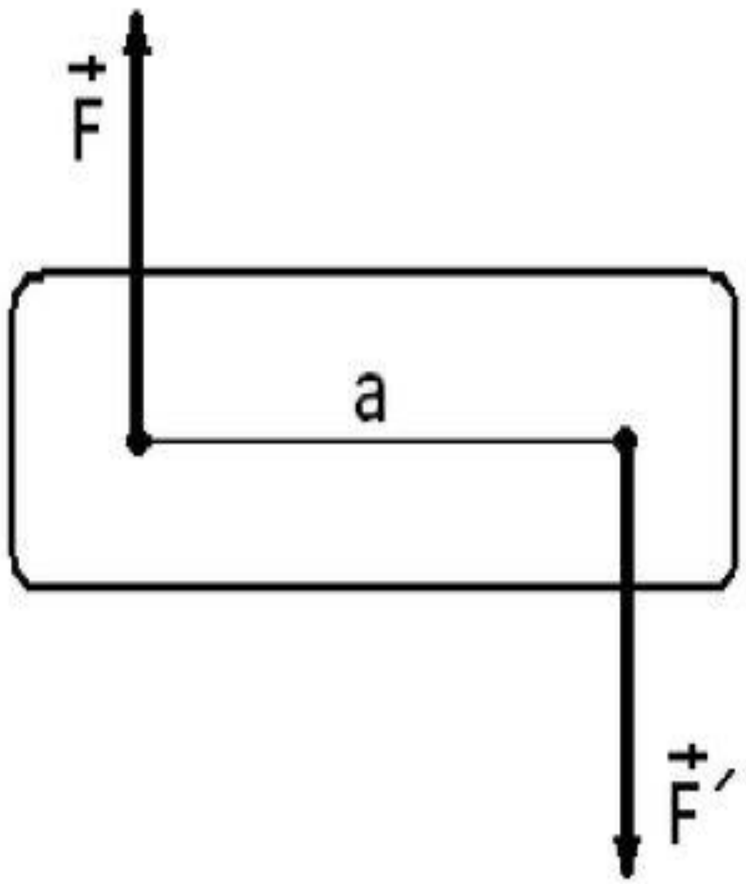
Парой сил называется система двух равных по модулю, параллельных и направленных в противоположные стороны сил ($\overline{F} = -\overline{F}'$). Плоскость, в которой лежат силы $\overline{F}$ и $\overline{F}'$, называется ***плоскостью пары***, а кратчайшее расстояние d между линиями действия сил – ***плечом пары***.

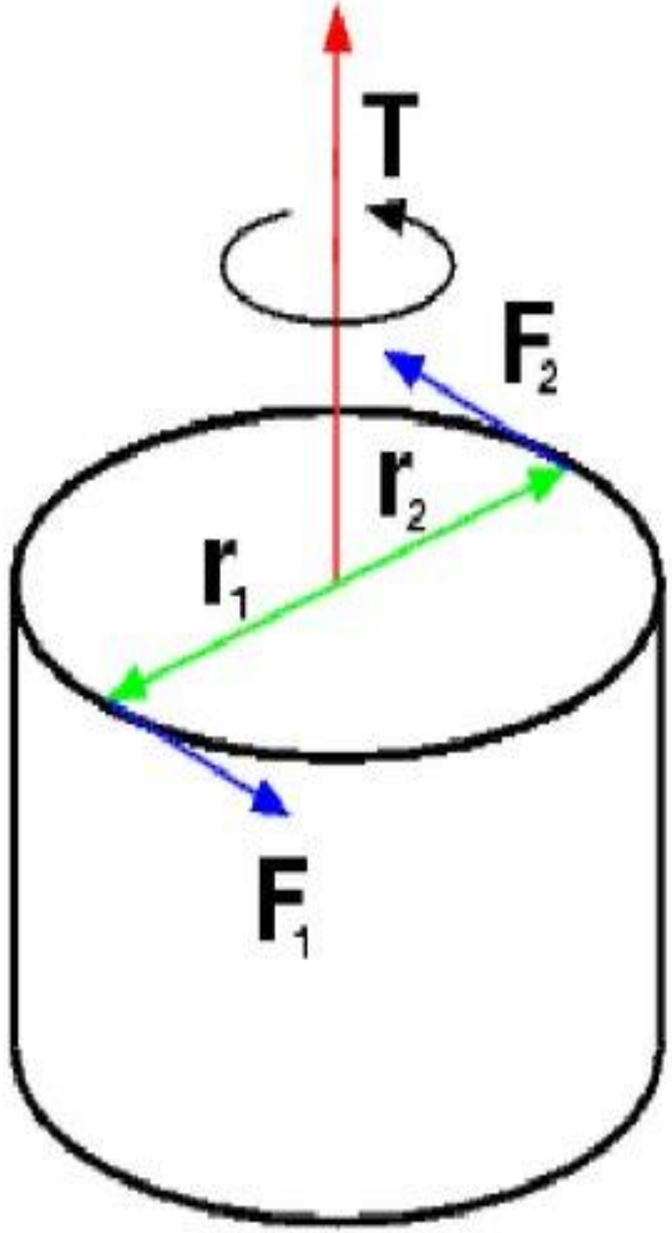
Пара сил не может быть заменена одной эквивалентной ей силой, т.е. не имеет равнодействующей, так как $\overline{R} = \overline{F} + \overline{F}' = 0$.

Пара может быть уравновешена только другой парой сил.

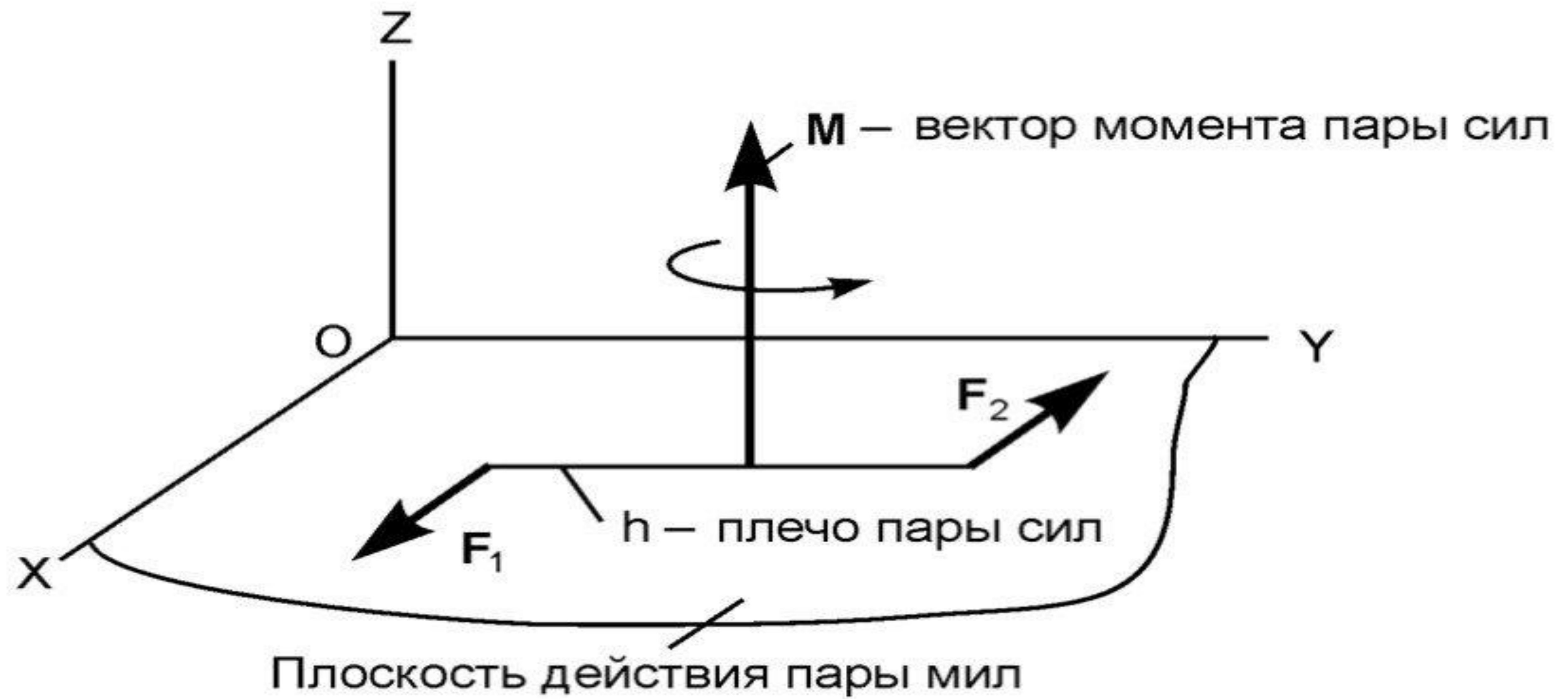
Под действием пары сил тело вращается. Вращательный эффект пары, характеризуется моментом пары.




F
a
F′


T
F2
r2
r1
F1

Момент пары сил



Теоремы о парах: (Теоремы приводятся без доказательств.)

1. О переносе пары сил в плоскости ее действия – Пару сил можно перенести в любое место в плоскости ее действия. Кинематическое состояние тела не изменится.

2. Об эквивалентности пар сил – Пару сил можно заменить другой парой сил, если их моменты алгебраически равны. Кинематическое состояние тела не изменится.

$$\boxed{\begin{array}{l} M(\bar{F}_1, \bar{F}_1') = F_1 d_1, \quad M(\bar{F}_2, \bar{F}_2') = F_2 d_2; \\ F_1 d_1 = F_2 d_2 \quad \Rightarrow \quad (\bar{F}_1, \bar{F}_1') \equiv (\bar{F}_2, \bar{F}_2') \end{array}}$$

3. О сложении пар сил на плоскости – Систему пар сил на плоскости можно заменить одной парой, момент которой равен алгебраической сумме моментов исходных пар. Кинематическое состояние тела не изменится.

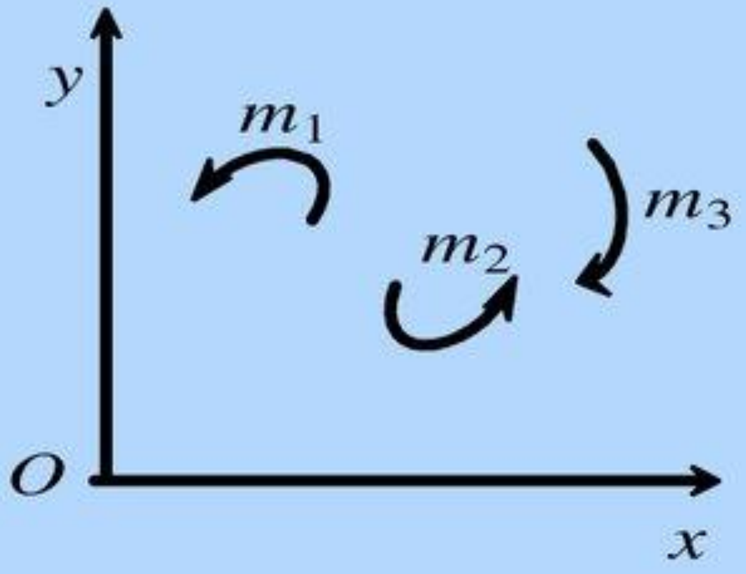
Условие равновесия системы пар сил - $\boxed{M = \sum M_i = 0}$

Пример решения задачи

Задача. В плоскости Oxy расположены три пары сил.

Определить момент пары m_3, при котором эта система пар

находится в равновесии, если $m_1 = 510\ H \cdot м$, $m_2 = 120\ H \cdot м$



Решение. Моменты пар m_1, m_2 положительны. Следовательно, уравнение равновесия пар имеет вид:

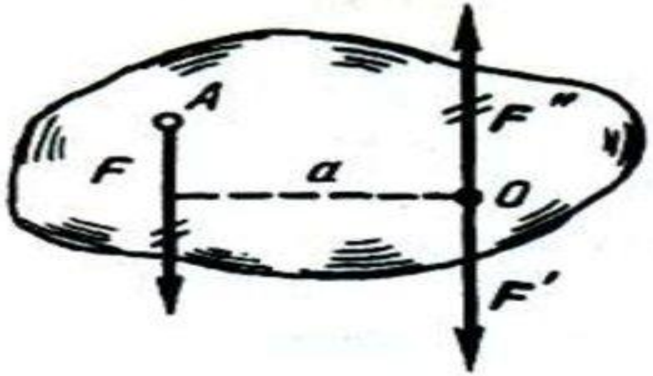
$$510 + 120 - m_3 = 0$$

$$\Rightarrow \quad m_3 = 670\ H \cdot м$$

вопрос 4 – Теоремы о параллельном переносе силы и приведении сил к заданному центру. Главный вектор и главный момент системы сил. Распределенные силы и равнодействующие распределенных сил.

Теорема о параллельном переносе силы (теорема Пуансо)

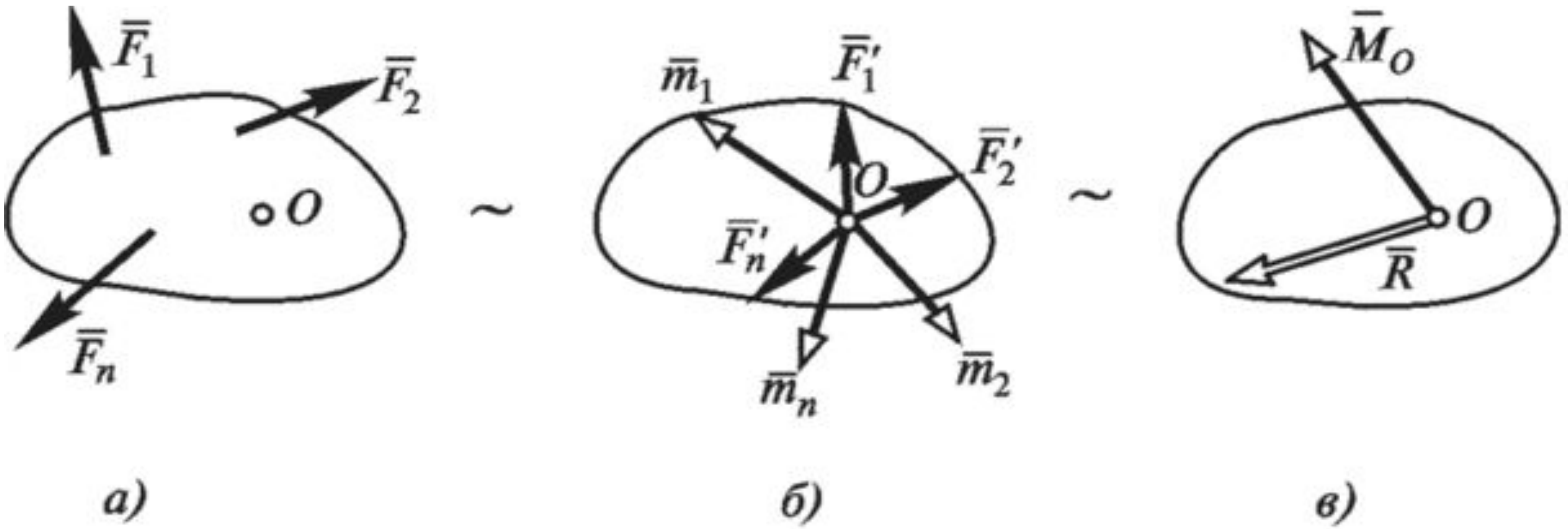
Механическое состояние твёрдого тела не нарушится, если данную силу перенести параллельно первоначальному положению в произвольную точку тела, добавив при этом пару сил, момент которой равен моменту данной силы относительно новой точки приложения.



На тело действует сила F приложенная в т.А
т.О - **центр приведения**

Теорема о приведении сил к заданному центру

- Любая система сил , действующая на абсолютно твердое тело, при приведении к произвольному центру *O* заменяется главным вектором системы сил, приложенным в центре *O* и парой сил с моментом , равным главному моменту системы сил относительно центра *O*.



ГЛАВНЫЙ ВЕКТОР И ГЛАВНЫЙ МОМЕНТ

<u>Главный вектор</u> системы сил – вектор, равный геометрической сумме сил системы

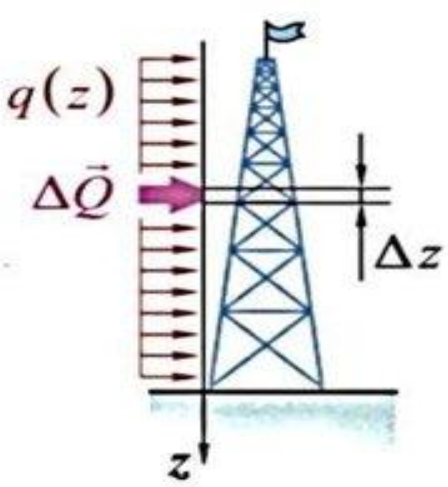
$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = \sum \vec{F}_k$$

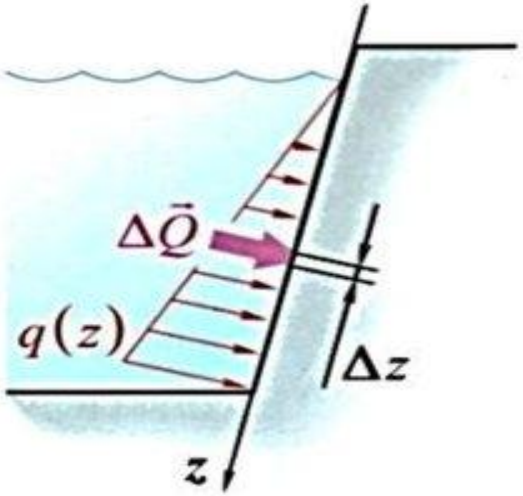
<u>Главный момент</u> системы сил относительно некоторой точки – вектор, равный геометрической сумме моментов сил системы относительно данной точки (центра)

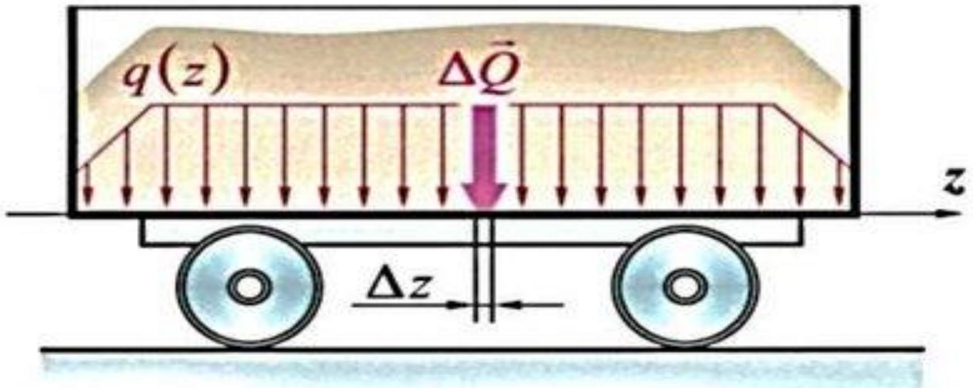
$$\vec{M}_O(\vec{R}) = \vec{M}_O(\vec{F}_1) + \ldots + \vec{M}_O(\vec{F}_n) = \sum \vec{M}_O(\vec{F}_k)$$

Распределенные нагрузки

Распределенные нагрузки возникают, если площадь контакта взаимодействующих тел соизмерима с площадью их поверхности (ветровая нагрузка, давление воды на плотину, насыпной груз в вагоне и т. д.).







Распределенные нагрузки задаются интесивностью. При плоской нагрузке:

$q(z) = \lim\limits_{\Delta z \to 0} \dfrac{\Delta Q}{\Delta z} = \dfrac{dQ}{dz}$; ΔQ — нагрузка, приходящаяся на участок Δz с координатой z.

В простейших случаях: