

Раздел «СТАТИКА»

Лекция №2

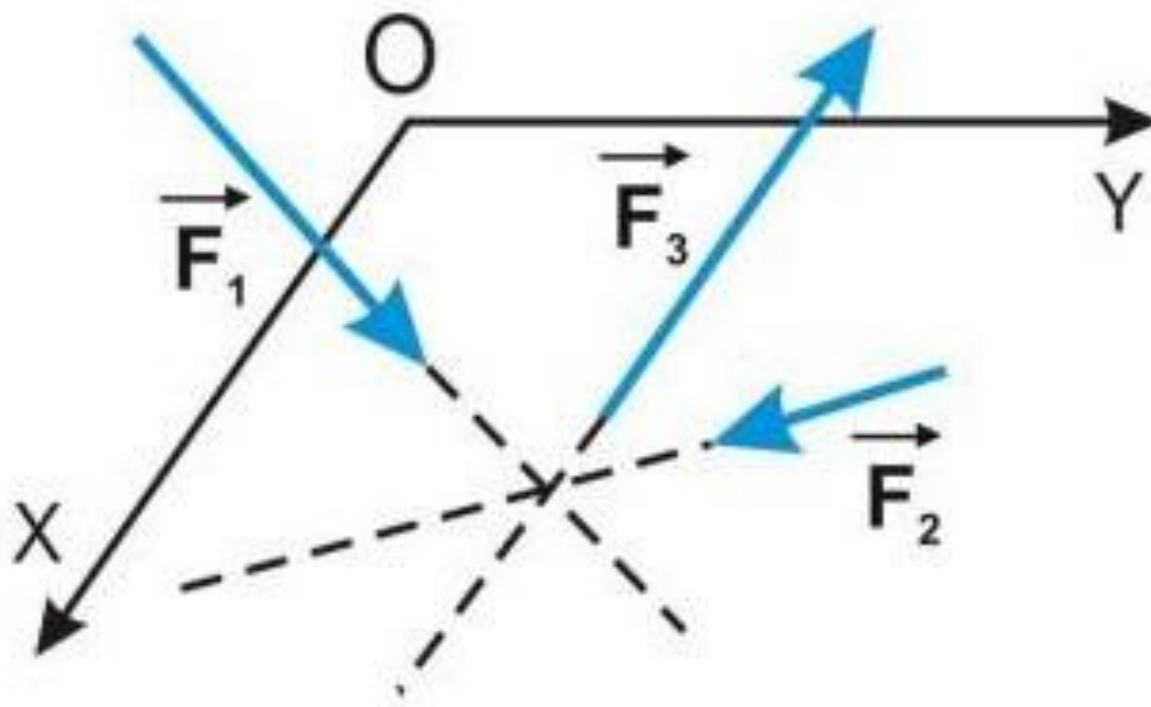
Основные теоремы статики.

ВОПРОСЫ:

- 1. Векторное и графическое условие равновесия системы сходящихся сил. Теорема о трех силах.**
- 2. Момент силы относительно точки и оси. Зависимость между ними.**
- 3. Понятие о паре сил. Момент пары сил как вектор. Свойства пар сил. Теоремы о паре сил. Сложение пар сил, расположенных на плоскости и в пространстве. Условия равновесия системы пар сил.**
- 4. Теоремы о параллельном переносе силы и приведении сил к заданному центру. Главный вектор и главный момент системы сил. Распределенные силы и равнодействующие распределенных сил.**

вопрос 1 – Векторное и графическое условие равновесия системы сходящихся сил. Теорема о трех силах.

Плоская система сходящихся сил (С.С.С.) – это пересечение линий действия сил в одной точке



Условия равновесия плоской системы сил:

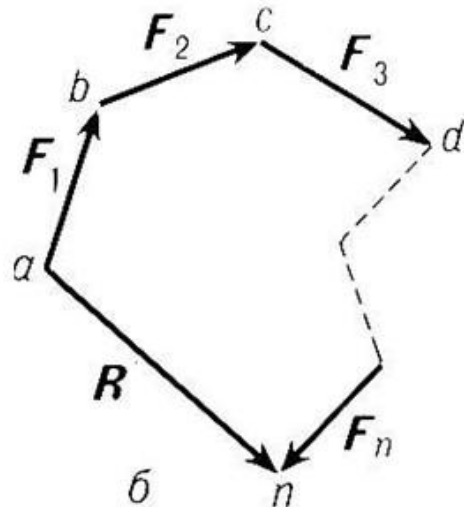
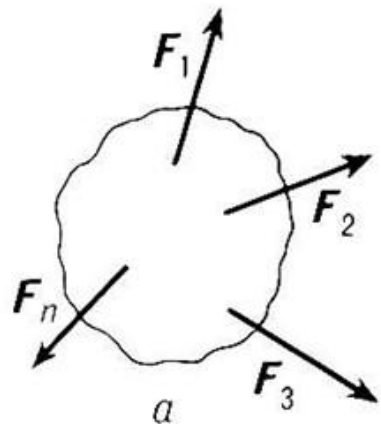
Всякая система сходящихся сил (С.С.С) может быть заменена равнодействующей.

Ясно, что если такая система сходящихся сил находится в равновесии, т. е. эквивалентна нулю, то равнодействующая должна равняться нулю — это необходимое и достаточное условие равновесия системы сходящихся сил.

Рассмотрим 2 формы условий равновесия плоской системы сходящихся сил

а) В геометрической форме:

для равновесия системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы силовой многоугольник, построенный для этой системы сил, был замкнутым.



б) В аналитической форме:

по формуле

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_{\Sigma x}^2 + F_{\Sigma y}^2} = 0$$

$$F_{\Sigma x} = \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$$

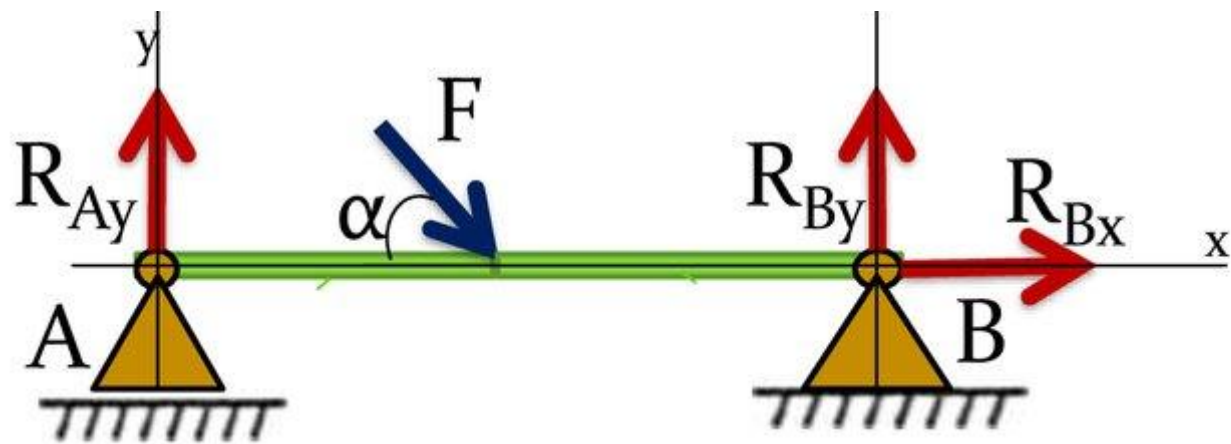
$$F_{\Sigma y} = \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$



Теорема о равновесии трех непараллельных сил, лежащих в одной плоскости: Если три непараллельные силы, лежащие в одной плоскости, взаимно уравновешиваются, то линии их действия пересекаются в одной точке.

Пример

Двухопорная
балка



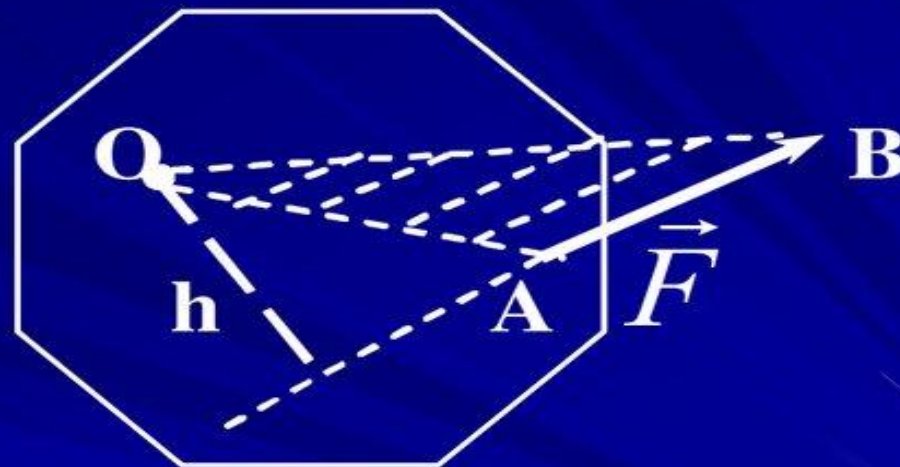
вопрос 2 – Момент силы относительно точки и оси. Зависимость между ними.

Момент силы оказывает на тело вращательный эффект.

Моментом силы относительно центра O , $m_o(\vec{F})$, называется величина, равная взятому с соответствующим знаком, произведению модуля силы, F , на длину ее плеча, h , т.е.

$$m_o(\vec{F}) = \pm F \cdot h$$

h - плечо силы, равное кратчайшему расстоянию от центра O до линии действия силы.



Величина момента считается положительной, если сам вектор силы вращается относительно центра против часовой стрелки и отрицательной, если по часовой стрелке

МОМЕНТ СИЛЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ

$$M_z(\vec{F})$$

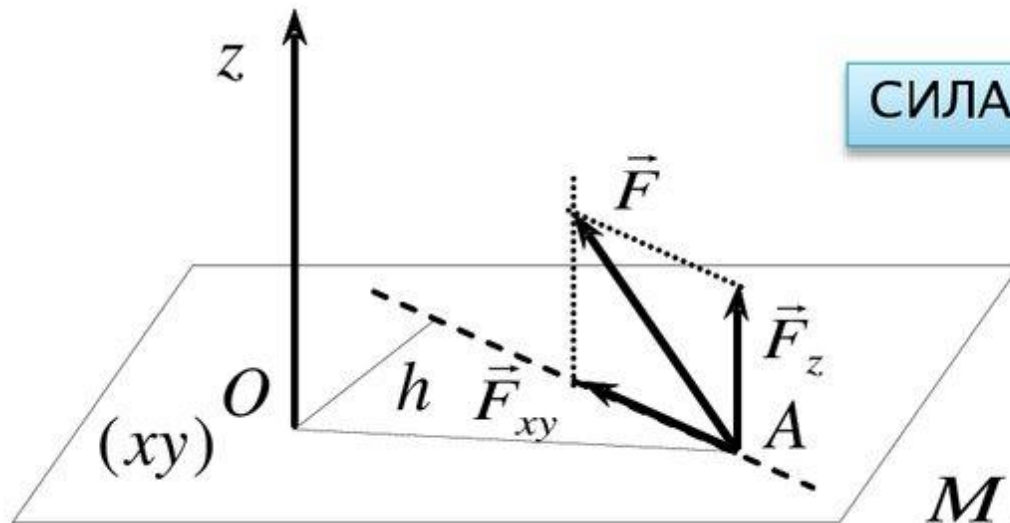
$$M_z(\vec{F}) = 0$$



СИЛА || ОСИ



ЛИНИЯ ДЕЙСТВИЯ
СИЛЫ ПЕРЕСЕКАЕТ ОСЬ



$$M_z(\vec{F}) = \pm M_O(\vec{F}_{xy}) = \pm F_{xy} \cdot h$$

Момент силы относительно оси – скалярная величина, равная алгебраическому моменту проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси и плоскости

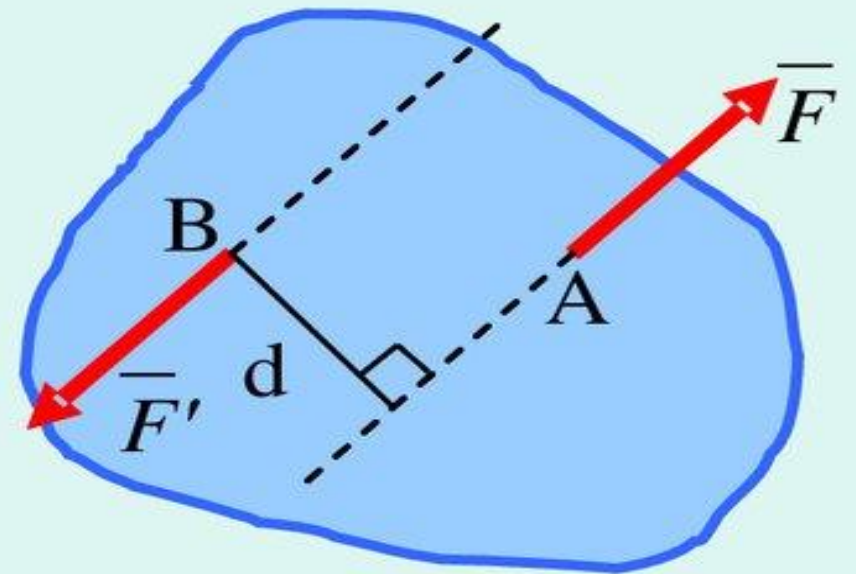
вопрос 3 – Понятие о паре сил. Момент пары сил как вектор. Свойства пар сил. Теоремы о паре сил. Сложение пар сил, расположенных на плоскости и в пространстве. Условия равновесия системы пар сил.

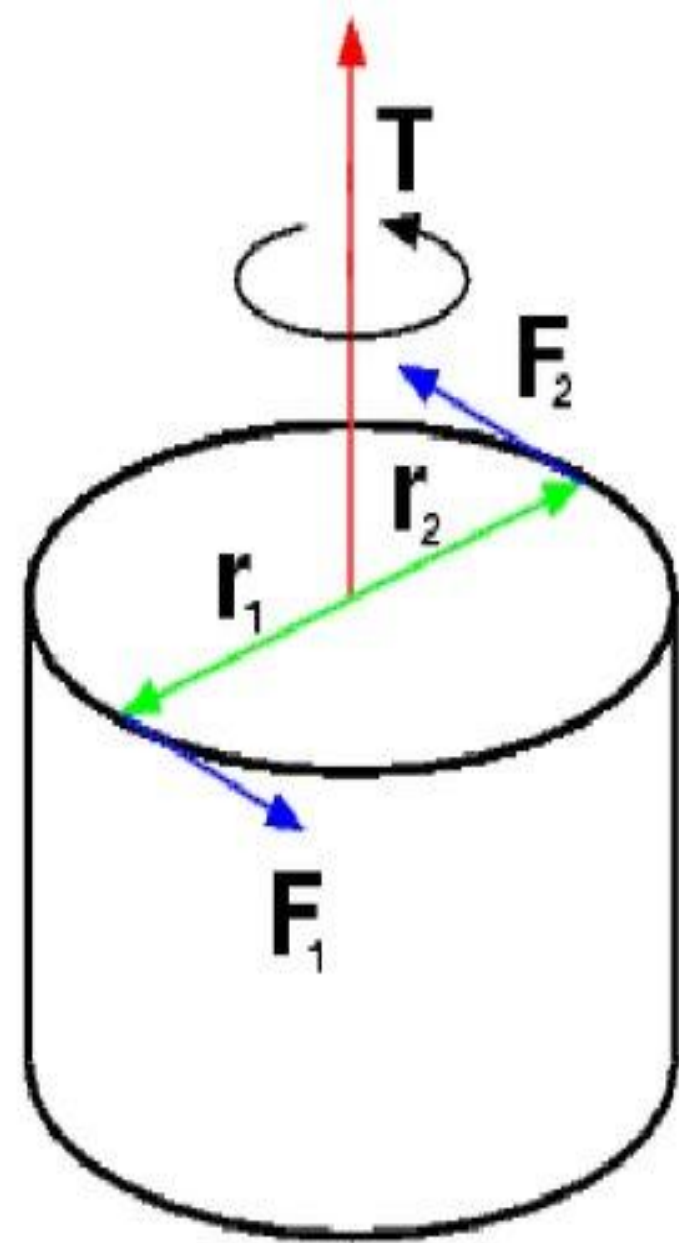
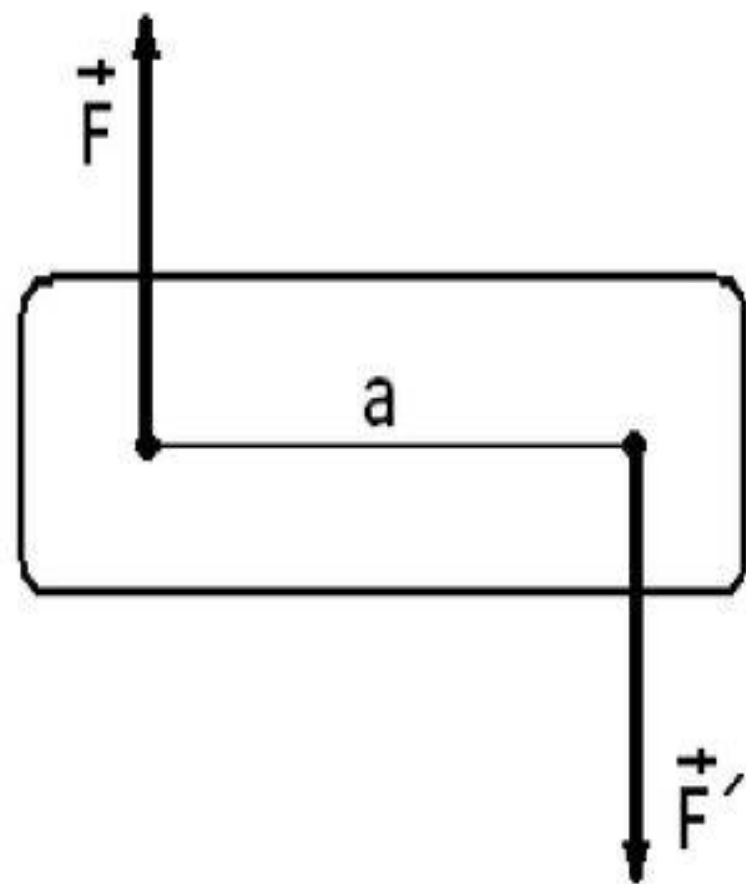
Парой сил называется система двух равных по модулю, параллельных и направленных в противоположные стороны сил ($\vec{F} = -\vec{F}'$). Плоскость, в которой лежат силы \vec{F} и \vec{F}' , называется **плоскостью пары**, а кратчайшее расстояние d между линиями действия сил – **плечом пары**.

Пара сил не может быть заменена одной эквивалентной ей силой, т.е. не имеет равнодействующей, так как $\vec{R} = \vec{F} + \vec{F}' = 0$.

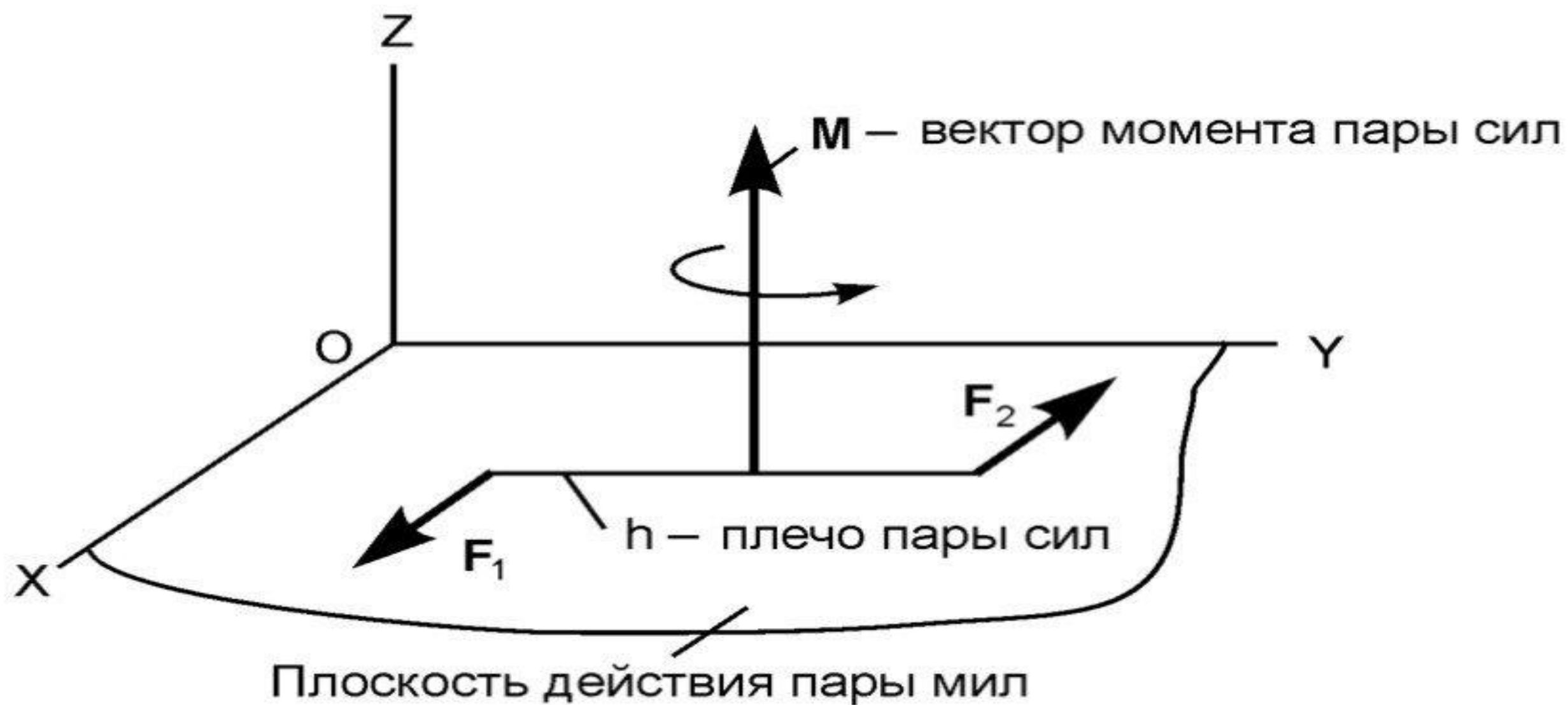
Пара может быть уравновешена только другой парой сил.

Под действием пары сил тело вращается. Вращательный эффект пары, характеризуется моментом пары.





Момент пары сил



Теоремы о парах: (Теоремы приводятся без доказательств.)

1. **1. О переносе пары сил в плоскости ее действия** – Пару сил можно перенести в любое место в плоскости ее действия. Кинематическое состояние тела не изменится.

2. **2. Об эквивалентности пар сил** – Пару сил можно заменить другой парой сил, если их моменты алгебраически равны. Кинематическое состояние тела не изменится.

$$\begin{aligned} M(\bar{F}_1, \bar{F}_1') &= F_1 d_1, & M(\bar{F}_2, \bar{F}_2') &= F_2 d_2; \\ F_1 d_1 &= F_2 d_2 & \Rightarrow & (\bar{F}_1, \bar{F}_1') \equiv (\bar{F}_2, \bar{F}_2') \end{aligned}$$

3. **3. О сложении пар сил на плоскости** – Систему пар сил на плоскости можно заменить одной парой, момент которой равен алгебраической сумме моментов исходных пар. Кинематическое состояние тела не изменится.

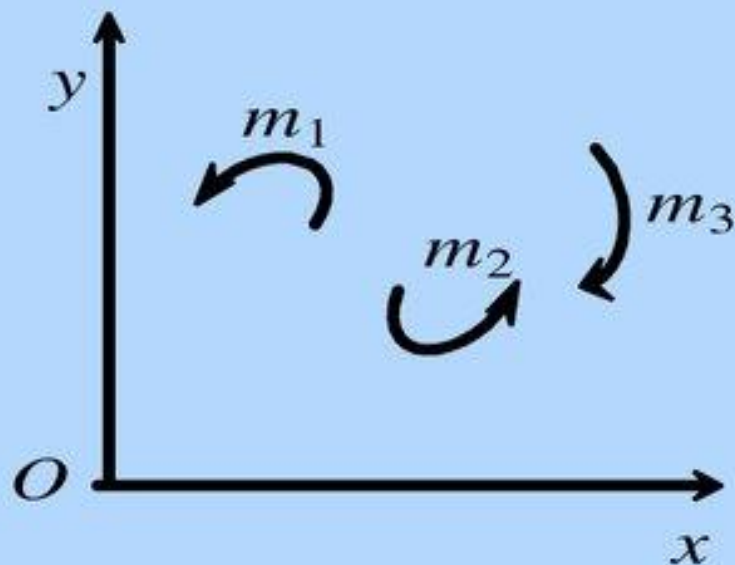
Условие равновесия системы пар сил -

$$M = \sum M_i = 0$$

Пример решения задачи

Задача. В плоскости Oxy расположены три пары сил.

Определить момент пары m_3 , при котором эта система пар находится в равновесии, если $m_1 = 510 \text{ Н}\cdot\text{м}$, $m_2 = 120 \text{ Н}\cdot\text{м}$



Решение. Моменты пар m_1, m_2 положительны. Следовательно, уравнение равновесия пар имеет вид:

$$510 + 120 - m_3 = 0$$

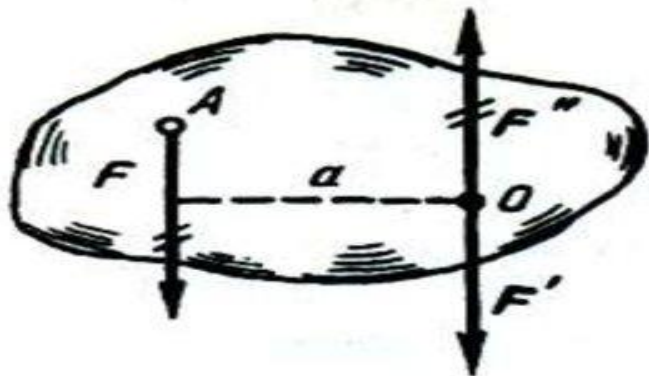
➔ $m_3 = 670 \text{ Н}\cdot\text{м}$

вопрос 4 – Теоремы о параллельном переносе силы и приведении сил к заданному центру. Главный вектор и главный момент системы сил.

Распределенные силы и равнодействующие распределенных сил.

Теорема о параллельном переносе силы (теорема Пуансо)

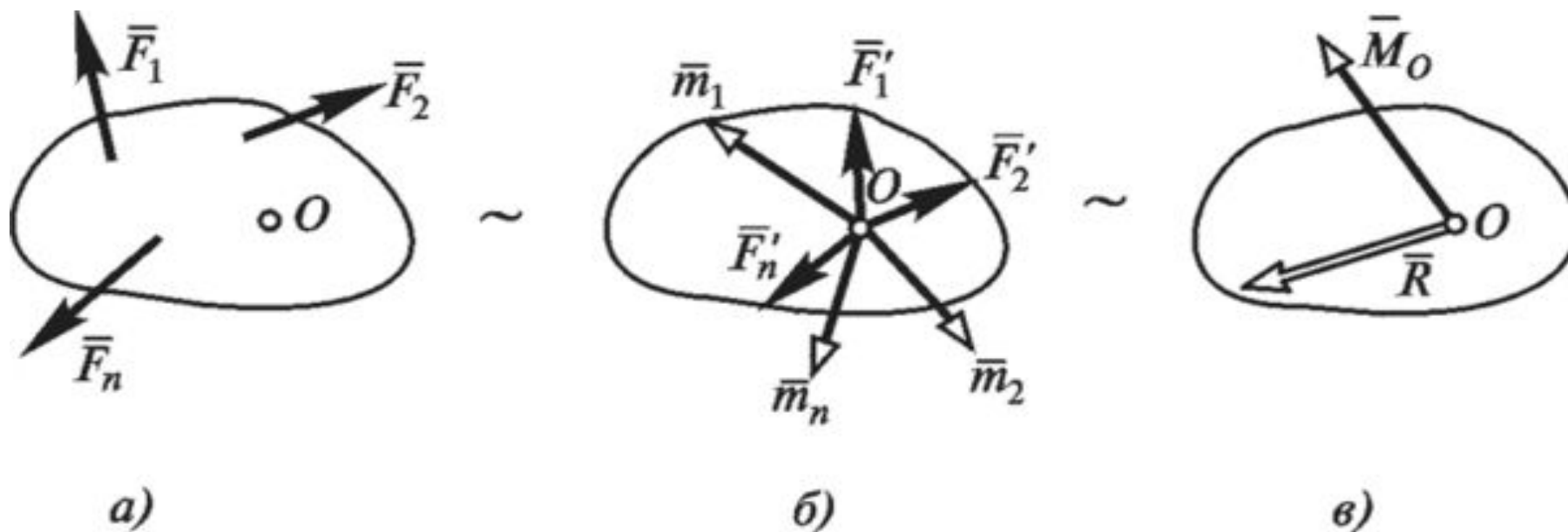
Механическое состояние твёрдого тела не нарушится, если данную силу перенести параллельно первоначальному положению в произвольную точку тела, добавив при этом пару сил, момент которой равен моменту данной силы относительно новой точки приложения.



На тело действует сила F приложенная в т.А
т.О - центр приведения

Теорема о приведении сил к заданному центру

- Любая система сил, действующая на абсолютно твердое тело, при приведении к произвольному центру O заменяется главным вектором системы сил, приложенным в центре O и парой сил с моментом, равным главному моменту системы сил относительно центра O .



ГЛАВНЫЙ ВЕКТОР И ГЛАВНЫЙ МОМЕНТ

Главный вектор системы сил – вектор, равный геометрической сумме сил системы

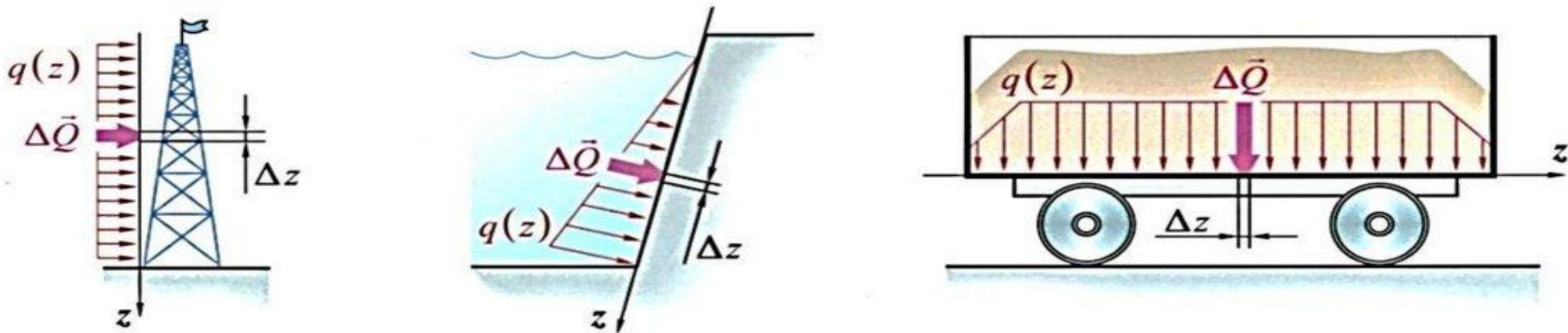
$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum \vec{F}_k$$

Главный момент системы сил относительно некоторой точки – вектор, равный геометрической сумме моментов сил системы относительно данной точки (центра)

$$\vec{M}_O(\vec{R}) = \vec{M}_O(\vec{F}_1) + \dots + \vec{M}_O(\vec{F}_n) = \sum \vec{M}_O(\vec{F}_k)$$

Распределенные нагрузки

Распределенные нагрузки возникают, если площадь контакта взаимодействующих тел соизмерима с площадью их поверхности (ветровая нагрузка, давление воды на плотину, насыпной груз в вагоне и т. д.).



Распределенные нагрузки задаются интенсивностью. При плоской нагрузке:

$$q(z) = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta z} = \frac{dQ}{dz}; \quad \Delta Q \text{ — нагрузка, приходящаяся на участок } \Delta z \text{ с координатой } z.$$

В простейших случаях:

