Урок №28

Формулы сложения

Синус, косинус, тангенс суммы и разности аргументов

Задание:

1.Записать конспект в рабочую тетрадь (на проверку присылать не надо)

2. Решить и прислать только решение примеров а),б), в),г).д)

Формулы сложения

- Синус суммы

$$\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$$

- Косинус суммы

$$\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$$

Вывод формул

- Синус разности

$$\sin(x-y)=\sin(x+(-y))=\sin x\cos(-y)+\cos x\sin(-y)=$$
$$=\sin x\cos y+\cos x(-\sin y)=\sin x\cos y-\cos x\sin y$$

- Косинус разности

$$\cos(x-y)=\cos(x+(-y))=\cos x\cos(-y)-\sin x\sin(-y)=$$
$$=\cos x\cos y-\sin x(-\sin y)=\cos x\cos y+\sin x\sin y$$

- Тангенс суммы

$$tg(x+y)=\frac{\sin(x+y)}{\cos(x+y)}=\frac{\sin x\cos y+\cos x\sin y}{\cos x\cos y-\sin x\sin y}=\begin{matrix}(:\cos x\cos y, при \\ \cos x\cos y\neq 0)\end{matrix}$$

$$=\frac{\dfrac{\sin x\cos y}{\cos x\cos y}+\dfrac{\cos x\sin y}{\cos x\cos y}}{\dfrac{\cos x\cos y}{\cos x\cos y}-\dfrac{\sin x\sin y}{\cos x\cos y}}=\frac{\dfrac{\sin x}{\cos x}+\dfrac{\sin y}{\cos y}}{1-\dfrac{\sin x}{\cos x}\cdot\dfrac{\sin y}{\cos y}}=\frac{tgx+tgy}{1-tgxtgy}$$

- Тангенс разности

$$tg(x-y)=\frac{tgx-tgy}{1+tgxtgy}$$

Примеры применения формул

1. Вычислить $\sin 75^0$ и $\cos 75^0$

Решение: воспользуемся тем, что $75^0 = 45^0 + 30^0$

$$\sin 75^0 = \sin(45^0 + 30^0) = \sin 45^0 \cos 30^0 + \cos 45^0 \sin 30^0 =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$\cos 75^0 = \cos(45^0 + 30^0) = \cos 45^0 \cos 30^0 - \sin 45^0 \sin 30^0 =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

Ответ: $\sin 75^0 = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}, \cos 75^0 = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

2. Доказать тождество $\sin(\pi + x) = -\sin x$

Решение: $\sin(\pi + x) = \sin\pi\cos x + \cos\pi\sin x =$

$$= 0 \cdot \cos x + (-1)\sin x = -\sin x$$

$\sin(\pi + x) = -\sin x$ $\boxtimes$

3. Вычислить: $\sin\frac{4\pi}{15}\cos\frac{\pi}{15} + \cos\frac{4\pi}{15}\sin\frac{\pi}{15}$

Решение: «свернем» в синус суммы данное выражение

$$\sin\frac{4\pi}{15}\cos\frac{\pi}{15} + \cos\frac{4\pi}{15}\sin\frac{\pi}{15} = \sin(\frac{4\pi}{15} + \frac{\pi}{15}) =$$

$$= \sin\frac{5\pi}{15} = \sin\frac{\pi}{3} = \sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Найдите значение выражения:

$$а)\cos 107^0 \cos 17^0 + \sin 107^0 \sin 17^0$$

$$б)\sin 36^0 \cos 24^0 + \cos 36^0 \sin 24^0$$

$$в)\sin 5x \cos 3x - \cos 5x \sin 3x$$

$$г)\cos 7x \cos 4x - \sin 7x \sin 4x$$

д) $$\frac{tg\,22^0 + tg\,23^0}{1 - tg\,22^0 tg\,23^0}$$