

Тема урока

---

Формулы сложения

# Устная работа.

- Какие знаки имеет синус, косинус, тангенс и котангенс в каждой из координатных четвертей?

- Чему равен  $\sin(-\alpha) =$

$$\cos(-\alpha) =$$

$$\operatorname{tg}(-\alpha) =$$

$$\text{Чему равен } \sin(-45) =$$

$$\cos(-45) =$$

$$\operatorname{tg}(-45) =$$

$$\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) =$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) =$$

$$\operatorname{tg}(-2\pi) =$$



# Устная работа.

а) Назовите формулу, выражающую связь между синусом и косинусом одного и того же угла.

---

б) Чему равно выражение  $1 - \cos^2 \alpha$ ?

в) Как выражается тангенс угла через косинус того же угла?

г) Как выражается котангенс угла через синус того же угла?

# Устная работа.

- Найдите ошибку:

$$1. \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$2. \operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{ctg} x}$$

---

$$3. \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$4. \sin(-405^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$5. \cos x = \frac{12}{13}, \frac{\pi}{2} < x < \pi$$



# Устная работа.

• **Вычислить:**

• а)  $\cos \frac{\pi}{2}$       б)  $\sin \frac{\pi}{2}$       в)  $\cos(-45)$

• г)  $\sin(-30)$       д)  $\cos \pi + \sin \pi$

• е)  $\sin^2 (5\alpha + \beta) + \cos^2 (5\alpha + \beta)$

• ж)  $\cos 75^\circ$ ;      з)  $\cos 15^\circ$ .

Тема урока

---

Формулы сложения



# Цель урока

---

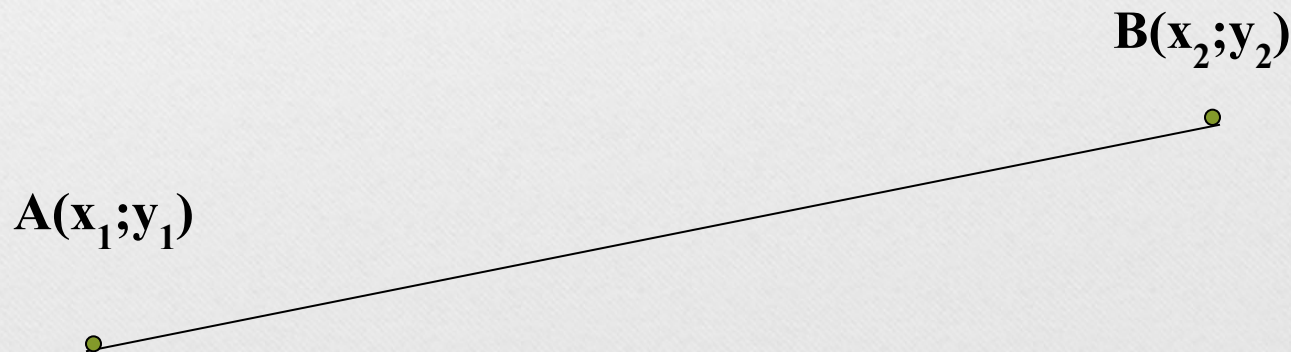
**вывести формулы сложения для косинуса  
суммы и разности углов, отработать их  
применение при вычислениях и  
выполнении преобразований  
тригонометрических выражений**

## Расстояние между двумя точками с заданными координатами:

---

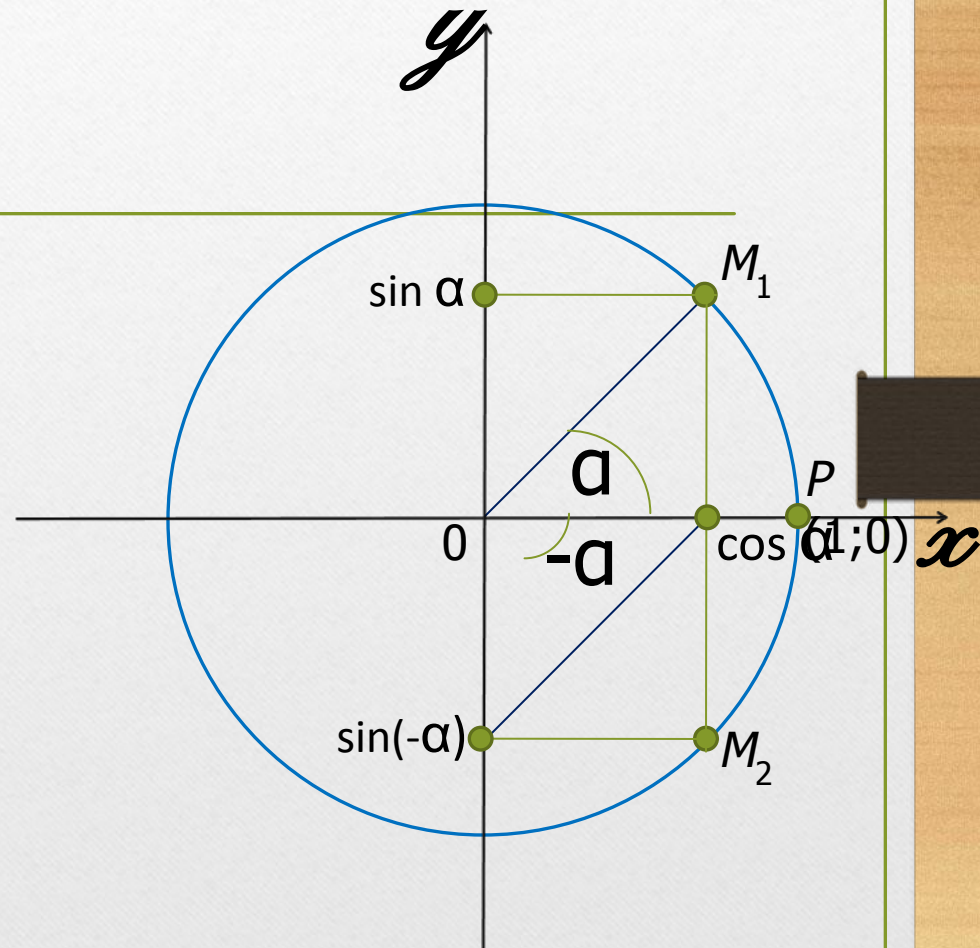
• Если  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$ , то

•  $AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2.$





- $M_1 (\cos \alpha; \sin \alpha)$
- $M_2 (\cos(-\alpha); \sin(-\alpha))$
- $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$
- $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$
- $\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$
- $\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$
- $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$



# Теорема

Для любых  $\alpha$  и  $\beta$  справедливо равенство

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

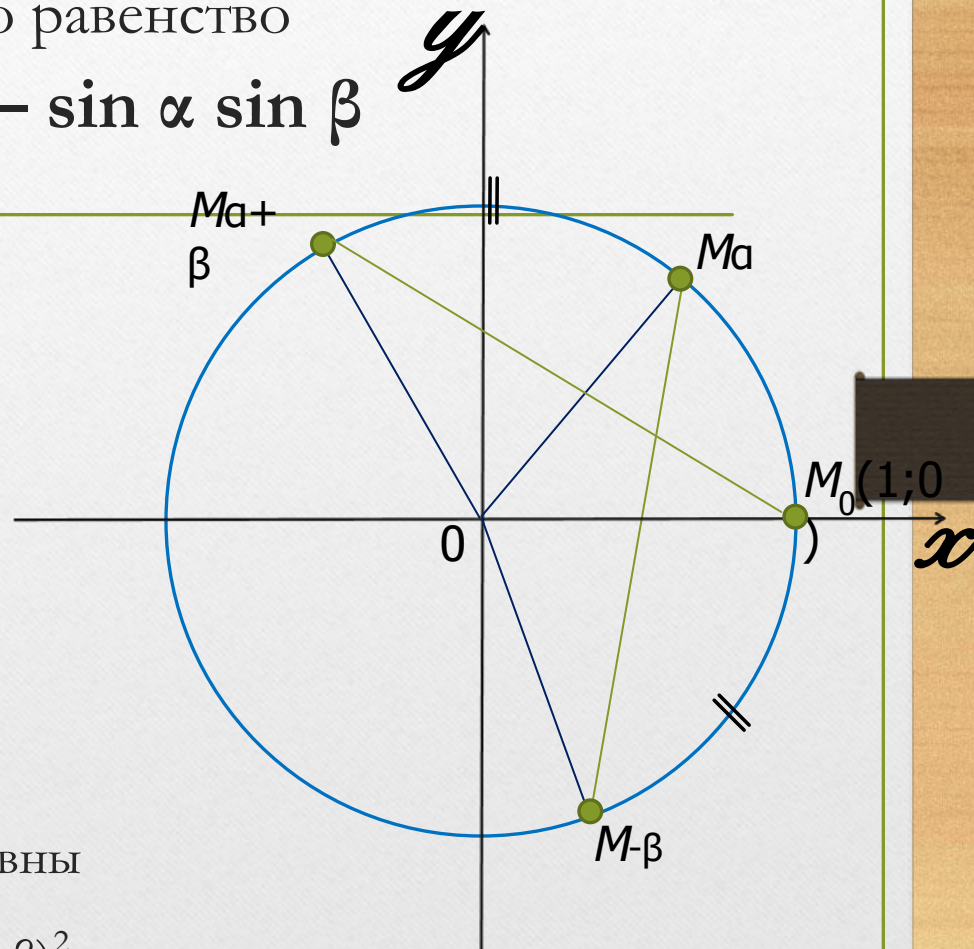
По определению:

$$M_\alpha (\cos \alpha; \sin \alpha)$$

$$M_{-\beta} (\cos(-\beta); \sin(-\beta))$$

$$M_{\alpha+\beta} (\cos(\alpha+\beta); \sin(\alpha+\beta))$$

- $\angle M_0 O M_{\alpha+\beta} = \angle M_{-\beta} O M_\alpha$
- $\Rightarrow \triangle M_0 O M_{\alpha+\beta} = \triangle M_{-\beta} O M_\alpha$
- $\Rightarrow$  основания  $M_0 M_{\alpha+\beta} = M_{-\beta} M_\alpha$  равны
- А значит равны  $(M_{-\beta} M_\alpha)^2$  и  $(M_0 M_{\alpha+\beta})^2$ , запишем их





# Теорема

- Имеем:

$$M_0 (1; 0)$$

$$M_{-\beta} (\cos(-\beta); \sin(-\beta))$$

$$M_{\alpha} (\cos \alpha; \sin \alpha)$$

$$M_{\alpha+\beta} (\cos(\alpha+\beta); \sin(\alpha+\beta))$$

---

$$(M_0 M_{\alpha+\beta})^2 = (M_{-\beta} M_{\alpha})^2$$

$$\Rightarrow (1 - \cos(\alpha+\beta))^2 + (\sin(\alpha+\beta))^2 = (\cos(-\beta) - \cos \alpha)^2 + (\sin(-\beta) - \sin \alpha)^2$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2\cos(\alpha+\beta) + \cos^2(\alpha+\beta) + \sin^2(\alpha+\beta) = \cos^2 \beta - 2\cos \beta \cos \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \beta + 2\sin \beta \sin \alpha + \sin^2 \alpha$$

$$\Leftrightarrow 2 - 2\cos(\alpha+\beta) = 2 - 2\cos \alpha \cos \beta + 2\sin \alpha \sin \beta$$

$$\Leftrightarrow \cos(\alpha+\beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Теорема доказана.

## Запомните!

---

- $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta ;$
- **Следствия:**
- $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$
- $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$
- $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$



---

**Закрепление изученных формул.**

**№ 100-106 (нечетные)**

## 7. Итоги урока

- Итак, сегодня на уроке мы вывели формулы для нахождения косинуса суммы и разности двух углов, отработали навыки применения этих формул при вычислении и выполнении преобразований тригонометрических выражений, оценили уровень усвоения нового материала.



## Домашнее задание

---

- Пар. 8 стр. 282-284, выучить формулы
- №102-106 (четные), 108