

**Вычисление
одномерных,
двумерных и
интегралов с
переменным верхним
пределом**

$q = \text{quad}(f, a, b)$

$q = \text{quad}(f, a, b, \text{tol})$

$q = \text{quad}(f, a, b, \text{tol}, \text{sing})$

$[q, \text{ier}, \text{nfun}, \text{err}] = \text{quad}(\dots)$

quad – низкая точность с разрывной функцией

quadv – средняя точность с плавной функцией **quadl** – средняя точность

quadgk – колебательные функции и бесконечные границы

quadsc – высокая точность с функциями с особенностями

Вычислить интеграл:

$$y = \int_0^3 x \cdot \sin(1/x) \sqrt{|1-x|} dx$$

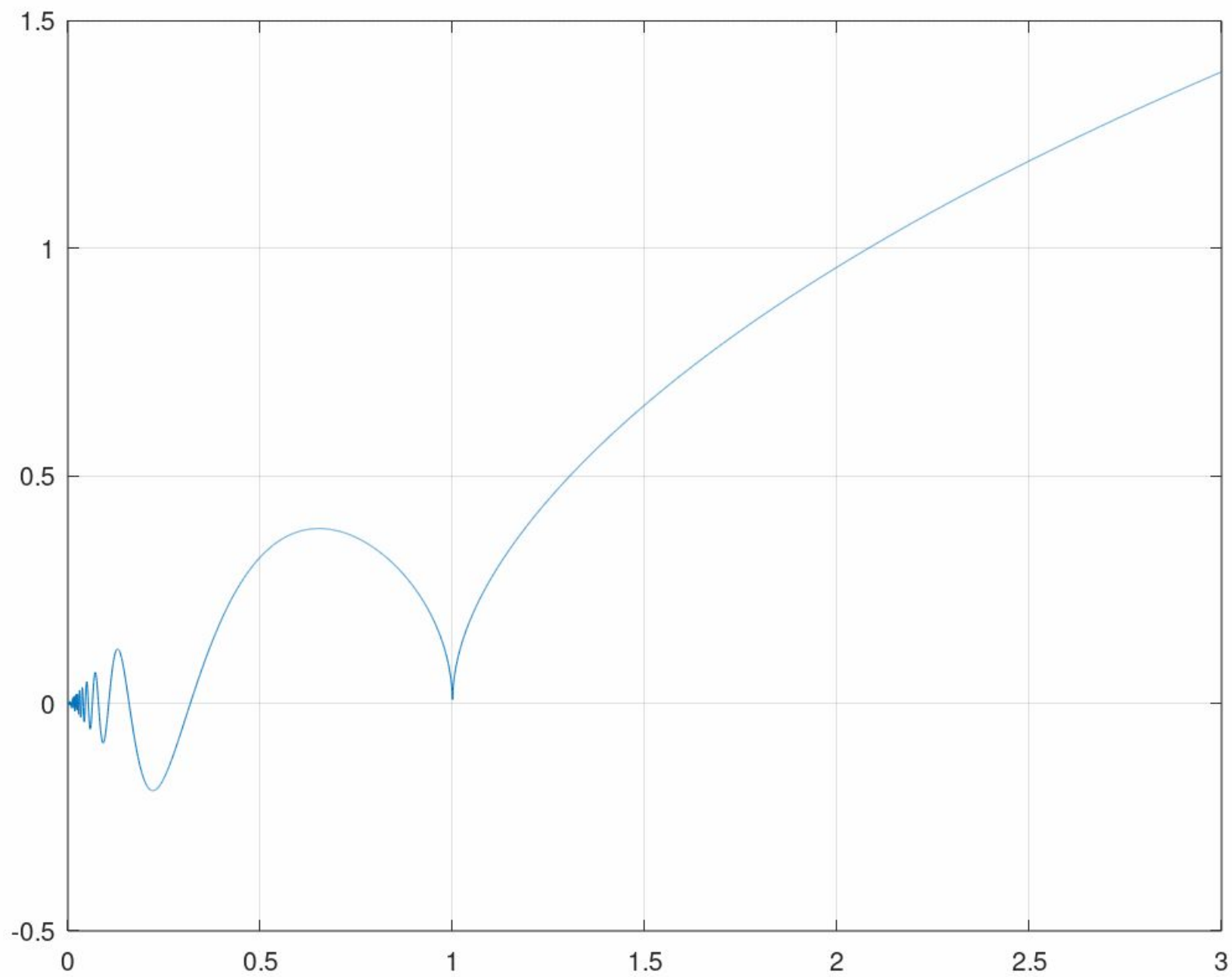
Напишем анонимную функцию:

```
f=@(x)x .* sin (1./x) .* sqrt (abs (1 - x))
```

Построим ее график в отрезке (0,3)

```
>> x=0.0001:0.001:3;
```

```
>> plot(x,f(x))
```



```
>> f=@(x)x .* sin (1./x) .* sqrt (abs (1 - x))
```

```
y=quad(f,0,3)
```

```
ABNORMAL RETURN FROM DQAGP
```

```
y = 1.981941224557954
```

```
>> y=quadv(f,0,3)
```

```
warning: division by zero
```

```
y = NaN
```

```
>> y=quadl(f,0,3)
```

```
error: max_recursion_depth exceeded
```

```
>> y=quadgk(f,0,3)
```

```
y = 1.981941211175243
```

```
>> y=quadcc(f,0,3)
```

```
y = 1.981941198153926
```

Разные способы
вычисления

Особенности интегрирования

```
>> f=@(x)x.^-0.9
```

```
>> y=quad(f,0,1)
```

```
y = 9.99999999999999792
```

```
>> y=quadv(f,0,1)
```

```
warning: quadv: minimum step size reached -- possible  
singular integral
```

```
y = 9.999992801849245
```

```
>> y=quadl(f,0,1)
```

```
error: max_recursion_depth exceeded
```

```
>> y=quadgk(f,0,1)
```

```
warning: quadgk: non finite integrand encountered
```

```
y = 9.789371547302718
```

```
>> y=quadcc(f,0,1)
```

```
y = 9.999999260395999
```

Вычислить интеграл:

$$y = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x \cdot (x + 1)}} dx$$

```
>> f=@(x) 1 ./ (sqrt (x) .* (x + 1))
```

```
>> quadgk(f, 0, Inf)
```

```
ans = 3.141592653589793
```

Интегрирование таблично заданных функций

```
x=0:0.1:pi/2;
```

```
y=sin(x);
```

```
z=trapz (x, y) % Интегрирование методом  
% трапеций
```

```
z=0.9966636
```

Рассмотрим другой способ
интегрирования

```
p=polyfit(x,y,5); %Интерполяция  
полиномом
```

```
p1=polyint(p); % Производная полинома
```


Вычисление интеграла с

переменным верхним пределом

Для вычисления такого интеграла надо составить файл-функцию вида:

```
function y=Fax(f,a,x)
```

```
% Вычисление интеграла с переменным  
% верхним пределом
```

```
n=length(x);
```

```
y=zeros(1,n); %Выделение памяти
```

```
for i=1:n      % Заполнение массива в цикле
```

```
    y(i)=quadgk(f,a,x(i));
```

```
endfor
```

```
endfunction
```

Вычислим интеграл вида: $\int_0^x \frac{1}{\sqrt{y} \cdot (y+1)} dy$

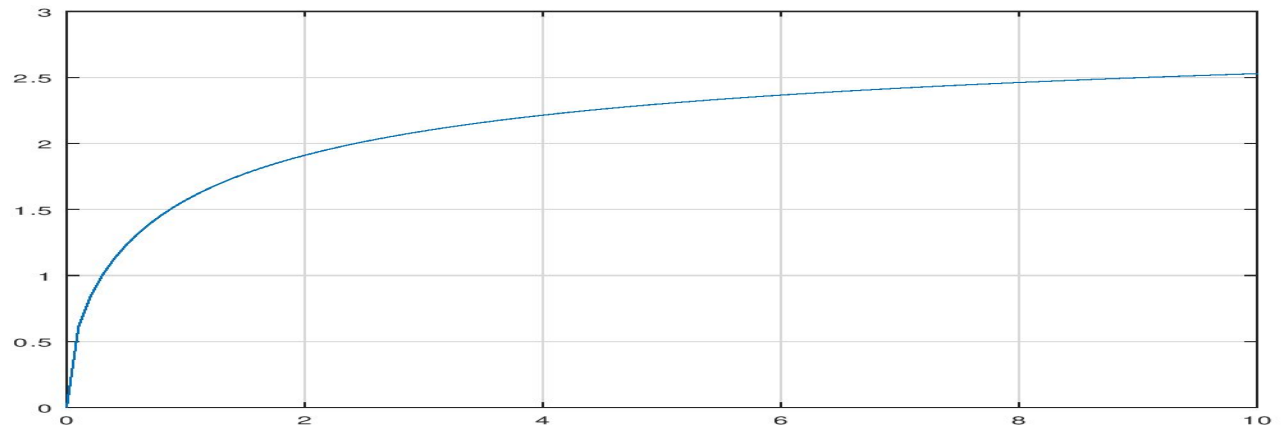
В командной строке вводим анонимную подынтегральную функцию:

```
>> f=@(z) 1 ./ (sqrt (z) .* (z + 1));
```

```
>> x=0:0.1:10;
```

```
>> y=Fax(f,0,x);
```

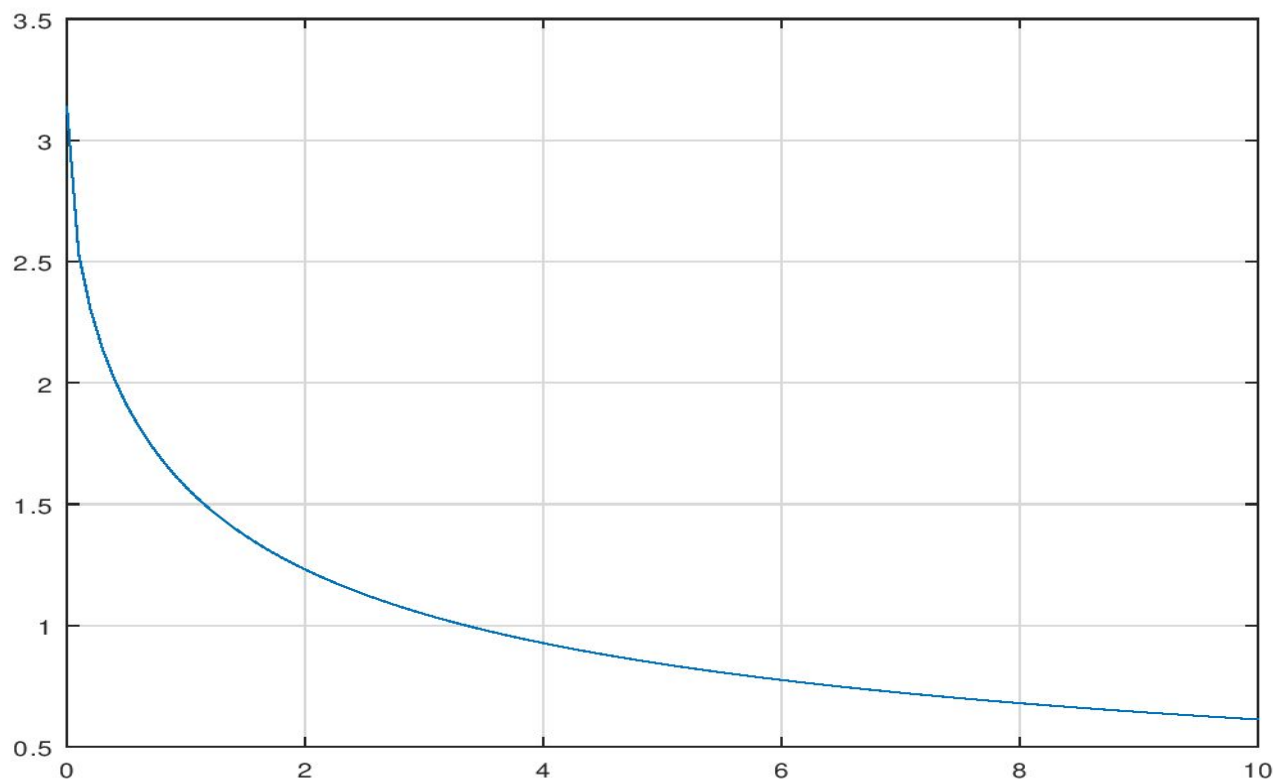
```
>> plot(x,y)
```



Вычислить интеграл с переменным
нижним пределом:

$$\int_x^e \frac{1}{\sqrt{y} \cdot (y+1)} dy$$

Самостоятельно



Двумерные интегралы

Двумерные интегралы можно вычислять приведением двумерного интеграла к повторному (двумя способами).

Особенностями двумерных интегралов является то, что область интегрирования может не являться прямоугольной.

Рассмотрим вначале интегрирование в прямоугольной области.

$$\int_0^1 \int_2^3 \sin(\pi \cdot x \cdot y) \sqrt{x \cdot y} \, dx dy$$

Вначале напишем функцию, вычисляющую внутренний интеграл по x при различных значениях y :

```
function q = gint(y,a,b)
    q = ones (size (y)); %Распределяем память
    ff=@(x,y)sin (pi*x.*y) .* sqrt (x.*y);
    for i = 1:length (y)
        f = @(x)ff(x,y(i));
        q(i) = quadgk (f, a, b);
    endfor
endfunction
```

Анонимную функцию
объявляем здесь

В командной строке найдем двумерный интеграл:

```
>> ggint=@(x)gint(x,2,3);In=quadgk(ggint,0,1)  
In = 0.045377
```

Этот алгоритм осуществлен в функции **dblquad** для интегралов двух переменных. Эквивалент этого процесса осуществлен в **triplequad** для интегралов трех переменных. Для примера, вызовем **dblquad** как показано ниже:

```
>> f=@(x,y)sin(pi*x.*y).*sqrt(x.*y);  
>> In=dblquad (f, 2, 3, 0, 1)  
In = 0.045377
```

dblquad (*f*, *xa*, *xb*, *ya*, *yb*)

dblquad (*f*, *xa*, *xb*, *ya*, *yb*, *tol*)

dblquad (*f*, *xa*, *xb*, *ya*, *yb*, *tol*, *quadf*)

dblquad (*f*, *xa*, *xb*, *ya*, *yb*, *tol*, *quadf*, ...)

f – указатель на функцию, встроенная функция, или строка, содержащие имя функции. Функция **f** должна иметь форму $z = f(x, y)$ где **x** - вектор и **y** - скаляр. Она должна возвращать вектор той же самой длины и ориентации как **x**. **xa**, **ya** и **xb**, **yb** - нижний и верхний пределы интегрирования для **x** и **y** соответственно.

Дополнительный аргумент **tol** определяет абсолютную точность вычисления каждого подинтеграла. Значение по умолчанию –

1e-6.

Дополнительный аргумент **quadf** определяет какую основную функцию интегрирования использовать. Любой выбор **quad** доступен и по умолчанию - **quadcc**.

Дополнительные аргументы функции **f** записываются после

Примеры различных вызовов функции

dblquad:

```
>> f=@(x,y)sin(pi*x.*y).*sqrt(x.*y);
```

```
>> format long;
```

```
>> In=dblquad (f, 2, 3, 0, 1)
```

```
In = 4.537731171544740e-02
```

```
In=dblquad (f, 2, 3, 0, 1,1e-8) % Погрешность
```

уменьшили

```
In = 4.537731134206942e-02
```

```
>> f=@(x,y,a)sin(pi*x.*y+a).*sqrt(x.*y+a); % a - параметр  
% функции
```

```
>> In=dblquad (f, 2, 3, 0, 1,1e-8,[],0) % a=0
```

```
In = 4.537731134206942e-02
```

```
>> In=dblquad (f, 2, 3, 0, 1,1e-8,[],2*pi) % a=2*pi
```

```
In = 3.012549854177141e-01
```


Рекурсивный алгоритм для интегрирования, представленный выше, называется повторным интегрированием. Существует отдельный двумерный метод интегрирования, который осуществлен в функции **quad2d**.

Эта функция выполняет интегрирование, подразделяя область интегрирования в прямоугольные области и выполняет отдельное интегрирование над этими областями. Области дальше подразделяются в еще меньшие области, чтобы достигать желаемой точности. Этот метод функционирует быстрее, чем **dblquad**.

$q = \text{quad2d}(f, xa, xb, ya, yb)$

$q = \text{quad2d}(f, xa, xb, ya, yb, prop, val, \dots)$

$[q, err, iter] = \text{quad2d}(\dots)$

Вычисление двумерного интеграла функции f , используя адаптивный квадратурный метод над двумерной областью определенной xa , xb , ya , yb , используя разбиение на прямоугольные области. К тому же, ya и yb могут быть скалярными функциями переменной x , учитывающими интегрирование над непрямоугольными областями.

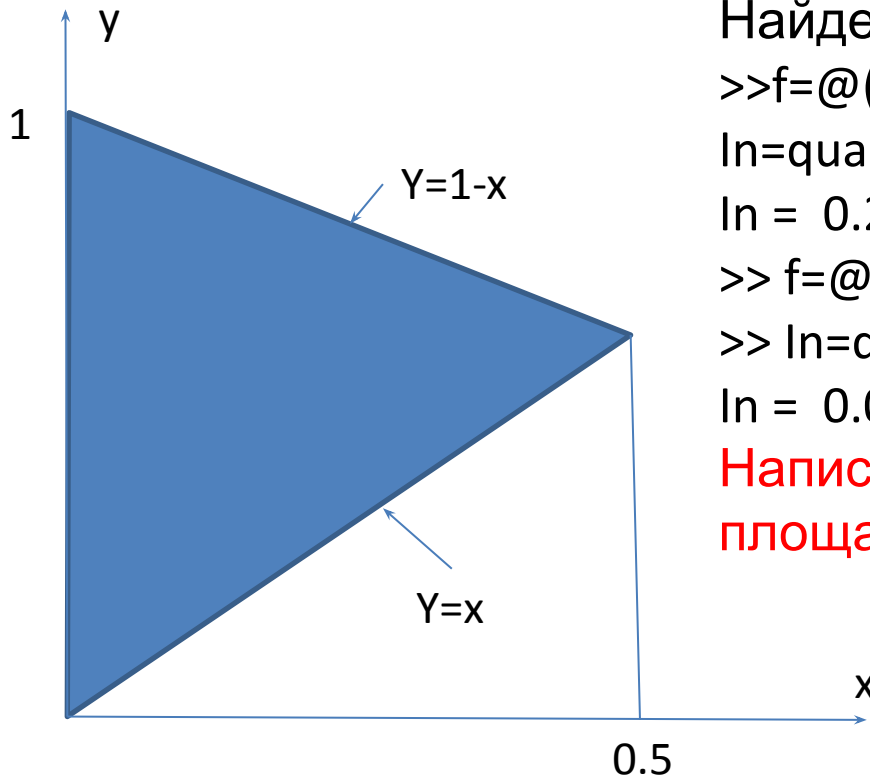
f – указатель на функцию, встроенная функция, или строка, содержащие имя функции. Функция f должна быть в виде $z = f(x, y)$, где x - вектор и y - скаляр. Она должна возвращать вектор той же

```
>> f=@(x,y)sin(pi*x.*y).*sqrt(x.*y);
```

```
>> In=quad2d(f,2,3,0,1)
```

```
In = 4.537731177584814e-02
```

Рассмотрим интегрирование по области в двумерном пространстве:



Найдем площадь треугольника

```
>>f=@(x,y) 1;
```

```
In=quad2d(f,0,0.5,@(x)x,@(x)1-x)
```

```
In = 0.25000
```

```
>> f=@(x,y)sin(pi*x.*y).*sqrt(x.*y);
```

```
>> In=quad2d(f,0,0.5,@(x)x,@(x)1-x)
```

```
In = 0.022185
```

Написать функцию вычисления
площади круга радиуса R

Задание для самостоятельной работы

Пусть необходимо построить график функции, которая задается следующей формулой:

$$d(f_1, f_2) = \frac{\left| \sum_{k=1}^N \frac{1}{\mu_k} \sum_{i=1}^N z_i \psi_{i,k}^* \sum_{j=1}^N s_j^* \psi_{j,k} \right|^2}{\sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^N \sum_{n=1}^N \frac{1}{\mu_k \mu_m} R_{i,l} \psi_{i,k} \psi_{l,m}^* s_j^* s_n \psi_{j,k} \psi_{n,m}^*}$$

$$z_i = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{j2\pi \cdot f_1 \cdot T \cdot i}, \quad s_i = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{j2\pi \cdot f_2 \cdot T \cdot i} \quad R_{i,j} = P e^{-\alpha_2 ((i-j)T)^2}, \quad \alpha_2 = \frac{(\pi \cdot df_2)^2}{4 \ln(2)}$$

$$\mu_k, \psi_{i,k} \quad \text{Собственные значения и вектора матрицы} \quad K_{i,j} = e^{-\alpha_1 ((i-j)T)^2}, \quad \alpha_1 = \frac{(\pi \cdot df_1)^2}{4 \ln(2)}$$

Исходные данные

- $N=16$
- $f1=0:1023$
- $f2=0:7$
- $T=0.002$
- $df1=1$
- $df2=3$
- $P=1000$

Выдать промежуточные данные:

Построить график $N/2$ –й строки матрицы K .

Построить график первых 4 собственных векторов матрицы K , отвечающих максимальным по величине собственным значениям.

Ввод данных реализовать в режиме диалога `inputdlg`

Выполнение домашнего задания является необходимым, но недостаточным условием для получения зачета.

Отчет по домашнему заданию посылать мне на почту в виде документа Word, оформленного в соответствии с требованиями к курсовой работе.