

Решение задач ЕГЭ по тригонометрии

Проект демонстрационного варианта 2022 года

12 а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$

$$\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$$

б) $-3\pi; -2\pi; -\frac{11\pi}{6}.$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Задание 13(с 2022г №12) ЕГЭ 2017-2021г.г.

А) Решите уравнение $\sin^2(x + \pi) - \cos\left(-\frac{3\pi}{2} - x\right) = 0$

Б) Укажите корни этого уравнения,
принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}, -2\pi\right]$

А) Решите уравнение $2 \cdot 16^{\cos x} - 9 \cdot 4^{\cos x} + 4 = 0$

Б) Укажите корни этого уравнения,
принадлежащие отрезку $\left[-3\pi, -\frac{3\pi}{2}\right]$

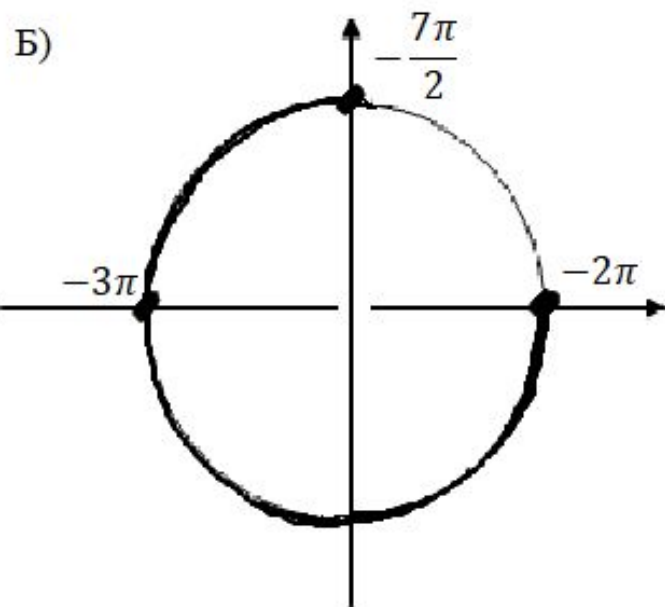
$$\text{A) } \sin^2(x + \pi) - \cos\left(-\frac{3\pi}{2} - x\right) = 0,$$

$$\sin^2 x - \sin x = 0, \sin x (\sin x - 1) = 0,$$

$$\sin x = 0 \quad \text{или} \quad \sin x = 1,$$

$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



Ответ. А) $x = \pi n, n \in \mathbb{Z};$ $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

Б) $-3\pi, -2\pi, -\frac{7\pi}{2}$

$$A) 2 \cdot 16^{\cos x} - 9 \cdot 4^{\cos x} + 4 = 0,$$

Пусть $t = 4^{\cos x}$, тогда уравнение примет вид

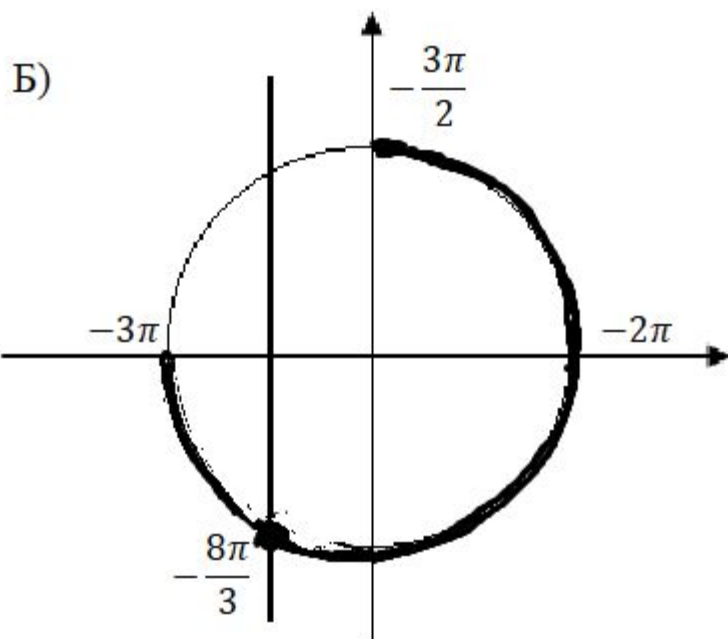
$$2t^2 - 9t + 4 = 0,$$

$$D = 81 - 32 = 49,$$

$$t_1 = \frac{9-7}{2} = \frac{1}{2}, \quad t_2 = \frac{9+7}{2} = 4,$$

Если $t = \frac{1}{2}$, то $4^{\cos x} = \frac{1}{2}$, $\cos x = -\frac{1}{2}$, $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$.

Если $t = 4$, то $4^{\cos x} = 4$, $\cos x = 1$, $x = 2\pi n, n \in Z$.



Ответ. А) $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$. $x = 2\pi n, n \in Z$.

Б) $-\frac{8\pi}{3}, -2\pi$

А) Решите уравнение $2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - \cos x = \sqrt{3}\sin 2x - 1$

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}, 4\pi\right]$

А) Решите уравнение $2\cos x - \sqrt{3}\sin^2 x = 2\cos^3 x$

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}, -2\pi\right]$

$$A) 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - \cos x = \sqrt{3}\sin 2x - 1$$

$$2\sin 2x \cdot \cos \frac{\pi}{6} + 2\sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos 2x - \cos x = \sqrt{3}\sin 2x - 1,$$

$$\sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x - \cos x = \sqrt{3}\sin 2x - 1,$$

$$\cos 2x - \cos x + 1 = 0,$$

$$2\cos^2 x - \cos x = 0,$$

$$\cos x(2\cos x - 1) = 0,$$

$$\cos x = 0 \quad \text{или} \quad \cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z \quad x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$$

Б) С помощью неравенств отберём корни, принадлежащие

промежутку $\left[\frac{5\pi}{2}, 4\pi\right]$

$$\frac{5\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} + \pi n \leq 4\pi,$$

$$5 \leq 1 + 2n \leq 8,$$

$$4 \leq 2n \leq 7,$$

$$2 \leq n \leq \frac{7}{2},$$

$$n = 2, \quad n = 3.$$

$$\text{При } n = 2 \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi = \frac{5\pi}{2};$$

$$\text{при } n = 3 \quad x = \frac{\pi}{2} + 3\pi = \frac{7\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi}{2} \leq \frac{\pi}{3} + 2\pi k \leq 4\pi,$$

$$\frac{14}{6} \leq 2k \leq \frac{11}{3},$$

$$\frac{7}{6} \leq k \leq \frac{11}{6}.$$

Нет целых k , удовлетворяющих этому неравенству.

$$\frac{5\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \leq 4\pi,$$

$$\frac{16}{6} \leq 2k \leq \frac{13}{3},$$

$$\frac{8}{6} \leq k \leq \frac{13}{6},$$

$$k = 2, \text{ тогда } x = -\frac{\pi}{3} + 4\pi = \frac{11\pi}{3}$$

Ответ. А) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z, \quad \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$

Б) $\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}; \frac{11\pi}{3}$

$$A) 2\cos x - \sqrt{3}\sin^2 x = 2\cos^3 x,$$

$$2\cos x - \sqrt{3}(1 - \cos^2 x) = 2\cos^3 x,$$

$$2\cos x + \sqrt{3}\cos^2 x - \sqrt{3} - 2\cos^3 x = 0,$$

$$(2\cos x - \sqrt{3}) \cdot (1 - \cos^2 x) = 0,$$

$$(2\cos x - \sqrt{3}) \cdot \sin^2 x = 0,$$

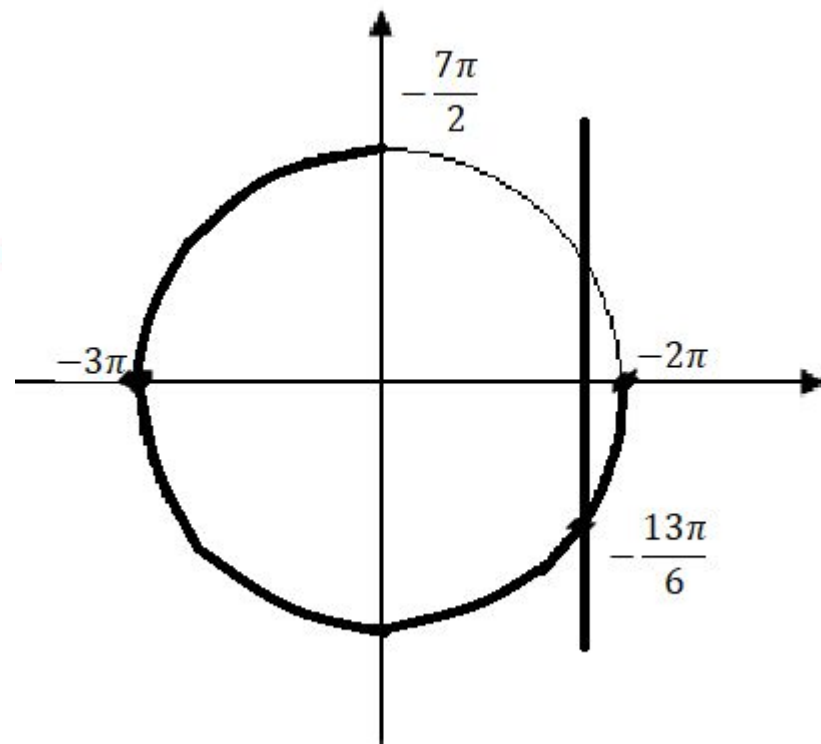
$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{или} \quad \sin^2 x = 0,$$

$$x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z \quad x = \pi k, k \in Z$$

Б) Отберем корни с помощью единичной окружности

Ответ. А) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z, \pi k, k \in Z$

Б) $-2\pi, -3\pi, -\frac{13\pi}{6}$



А) Решите уравнение $2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0$

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}, 0\right]$

А) Решите уравнение $4\cos^3 x + 3\cos x + 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}\sin^2 x$

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}, 3\pi\right]$

А) Решите уравнение $\sin 2x = \sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}, -2\pi\right]$

$$A) 2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0,$$

Пусть $t = \log_4(4\sin x)$.

$$2t^2 - 5t + 2 = 0,$$

$$D = 25 - 16 = 9,$$

$$t_1 = 2, \quad t_2 = \frac{1}{2}.$$

$$\log_4(4\sin x) = 2,$$

$$4\sin x = 16,$$

$$\sin x = 4,$$

нет решения, т. к. $-1 \leq \sin x \leq 1$,

$$\log_4(4\sin x) = \frac{1}{2},$$

$$4\sin x = 2,$$

$$\sin x = \frac{1}{2},$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z,$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in Z.$$

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}, 0\right]$

Применим метод перебора для отбора корней

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z,$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z,$$

$$n = 0 \quad x = \frac{\pi}{6} > 0, \quad \text{значит, } x = \frac{\pi}{6} \notin \left[-\frac{3\pi}{2}, 0\right],$$

$$n = -1 \quad x = -\frac{11\pi}{6} < -\frac{3\pi}{2}, \text{ значит } x = -\frac{11\pi}{6} \notin \left[-\frac{3\pi}{2}, 0\right].$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in Z,$$

$$m = 0 \quad x = \frac{5\pi}{6} \notin \left[-\frac{3\pi}{2}, 0\right],$$

$$m = -1 \quad x = -\frac{7\pi}{6} \in \left[-\frac{3\pi}{2}, 0\right],$$

$$m = -2 \quad x = -\frac{19\pi}{6} \notin \left[-\frac{3\pi}{2}, 0\right].$$

Ответ. А) $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z,$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in Z.$$

Б) $-\frac{7\pi}{6}$

А) Решите уравнение $4\cos^3 x + 3\cos x + 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}\sin^2 x$

$$4\cos^3 x + 3\cos x + 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}\sin^2 x$$

$$4\cos^3 x + 3\cos x + 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3}\sin^2 x = 0$$

$$4\cos^3 x + 3\cos x + 4\sqrt{3}\cos^2 x = 0$$

$$\cos x \cdot (4\cos^2 x + 4\sqrt{3}\cos x + 3) = 0$$

$$\cos x = 0 \quad \text{или} \quad 4\cos^2 x + 4\sqrt{3}\cos x + 3 = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z,$$

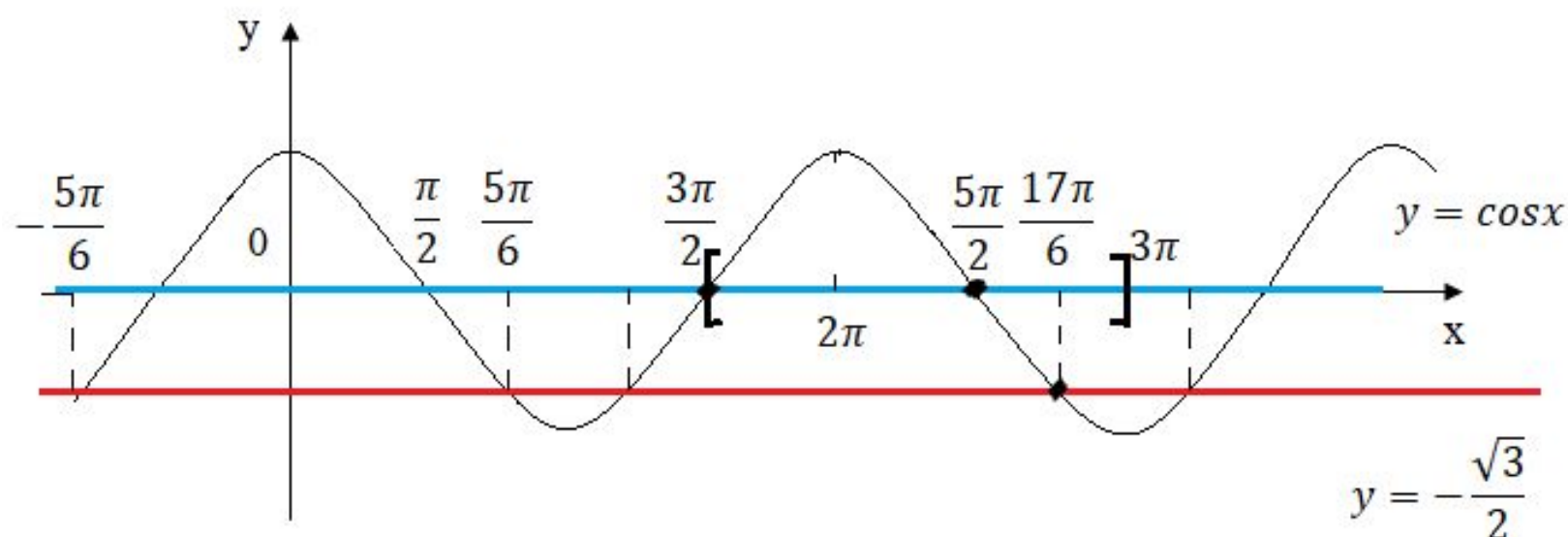
$$t = \cos x$$

$$4t^2 + 4\sqrt{3}t + 3 = 0,$$

$$(2t + \sqrt{3})^2 = 0, \quad t = -\frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad x = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z.$$

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}, 3\pi\right]$



Ответ. А) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}, \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$

Б) $\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{17\pi}{6}.$

А) Решите уравнение $\sin 2x = \sqrt{2} \cos \left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

$$\sin 2x = \sqrt{2} \cos \left(x - \frac{\pi}{2}\right),$$

$$2 \sin x \cdot \cos x = \sqrt{2} \sin x \quad \text{Нельзя сокращать на } \sin x !$$

$$\sin x \cdot (2 \cos x - \sqrt{2}) = 0,$$

$$\sin x = 0 \quad \text{или} \quad \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

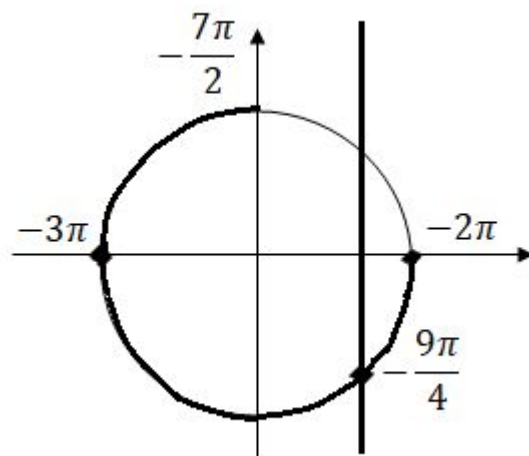
$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}, -2\pi\right]$

Ответ. А) $\pi n, n \in \mathbb{Z}, \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$

Б) $-3\pi, -2\pi, -\frac{9\pi}{4}$



Проект демонстрационного варианта 2022 года

12 а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$

$$\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$$

б) $-3\pi; -2\pi; -\frac{11\pi}{6}.$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Проект демонстрационного варианта 2022 года

а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Решение. а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x + 1 - 2\sin^2 x = \sqrt{3} \cos x + 1; \sin x - 2\sin^2 x = 0; \sin x \cdot (2\sin x - 1) = 0.$$

Значит, $\sin x = 0$, откуда $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$, или $\sin x = \frac{1}{2}$, откуда $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$,

$$\text{или } x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}.$$

б) С помощью числовой окружности отберём

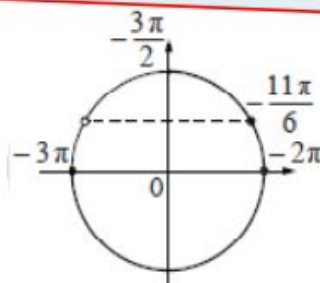
корни, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Получим числа: $-3\pi; -2\pi; -\frac{11\pi}{6}$.

Ответ: а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$

$$\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$$

б) $-3\pi; -2\pi; -\frac{11\pi}{6}$.



Содержание критерия	Баллы
Обосновано получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обосновано получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Для оценивания отбора корней с помощью тригонометрической окружности были сформулированы общие требования:

- указание начала и конца дуги,
- выделение рассматриваемой дуги,
- указание корней, принадлежащих этой дуге,
- при этом на дуге могут быть отмечены дополнительные точки, принадлежащие данной дуге.

Вычислительная ошибка – ошибка, допущенная при выполнении арифметических действий:

- сложение,
- вычитание,
- умножение,
- деление

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0.$$

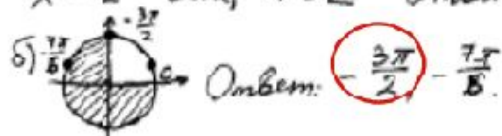
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

а) $2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0, \log_4(4\sin x) = t,$
 $2t^2 - 5t + 2 = 0; D = 25 - 16 = 9 = 3^2, t_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}; t_2 = \frac{5+3}{4} = 1,$
 $\log_4(4\sin x) = t_1 = \frac{1}{2}; \log_4(4\sin x) = \log_4 2, 4\sin x = 2; \sin x = \frac{1}{2};$
 $x \in \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$

$\log_4(4\sin x) = t_2 = 1; \log_4(4\sin x) = \log_4 4; 4\sin x = 4; \sin x = 1;$
 $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ Ответ: $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$



Содержание критерия	баллы
Обосновано получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обосновано получен верный ответ в пункте а ИЛИ	1
получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

1 балл

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0.$$

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$

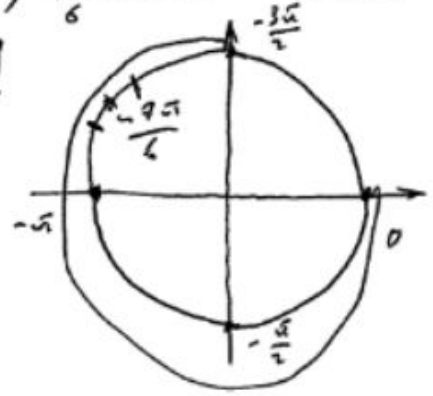
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$.

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

№ 13 $2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0$ $\log_4(4\sin x) = t$ $0 < t < 3$
 $2t^2 - 5t + 2 = 0$ $D = 25 - 16 = 9$ $\sin x \neq 0$ $x \neq \pi n$ $n \in \mathbb{Z}$

$\begin{cases} \log_4(4\sin x) = 2 \\ \log_4(4\sin x) = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8 = 4\sin x \\ 2 = 4\sin x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 2 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$
 $x = \frac{\sqrt{\pi}}{6} + 2\pi n; \frac{5\sqrt{\pi}}{6} + 2\pi n$ $n \in \mathbb{Z}$
 не подходит т.к. $-1 \leq \sin x \leq 1$

$[-\frac{3\pi}{2}; 0]$



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2

Обв: а) $x = \frac{\sqrt{\pi}}{6} + 2\pi n; \frac{5\sqrt{\pi}}{6} + 2\pi n$
 б) $x \in -\frac{7\pi}{6}$ $n \in \mathbb{Z}$

а) Решите уравнение

$$9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$$

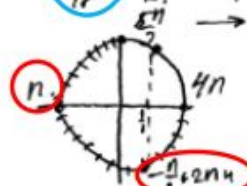
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{5\pi}{2}; 4\pi]$.

Ответ: а) $\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{3} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ б) $3\pi; \frac{11\pi}{3}.$

13. а) $9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$
 $9 \cdot 9^{2\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$
 Пусть: $9^{\cos x} = t.$
 $9t^2 - 28t + 3 = 0$
 $D = 784 - 108$
 $D = 676.$
 $t_{1,2} = \frac{28 \pm 26}{18}$
 $t_1 = 3.$
 $9^{\cos x} = 3.$
 $3^{2\cos x} = 3.$
 $2\cos x = 1$
 $\cos x = \frac{1}{2}$
 $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$t_2 = \frac{1}{9}.$
 $9^{\cos x} = \frac{1}{9}.$
 $\cos x = -1$
 $x = \pi + 2\pi n,$
 $n \in \mathbb{Z}$

б) $[\frac{5\pi}{2}; 4\pi]$



Выборка корней:

$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n.$
 $n = 2; x = \frac{11\pi}{3} \in [\frac{5\pi}{2}; 4\pi]$
 $x = \pi + 2\pi n.$
 $n = 1; x = 3\pi \in [\frac{5\pi}{2}; 4\pi]$

Ответ: а) $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б) $x = \frac{11\pi}{3}; x = 3\pi$

Отбор корней с помощью тригонометрической окружности:

- указание начала и конца дуги,
- выделение рассматриваемой дуги,
- указание корней, принадлежащих этой дуге,
- при этом на дуге могут быть отмечены дополнительные точки, принадлежащие данной дуге.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2

а) Решите уравнение $\cos 2x + \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{3\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}; -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$

б) $-\frac{11\pi}{4}; -\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}$.

а) $\cos 2x + \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1 = 0$

$\cos 2x + \sqrt{2} \cos x + 1 = 0$

$2\cos^2 x - 1 + \sqrt{2} \cos x + 1 = 0$

$\cos^2 x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x = 0$

$\cos x \left(\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0$

$\cos x = 0$

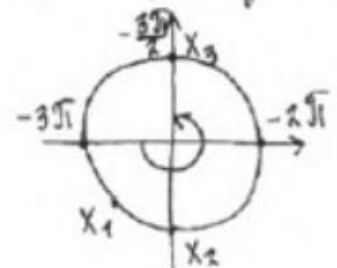
$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$



$x_1 = -3\pi + \frac{\pi}{4} = -\frac{11\pi}{4}$

$x_2 = -2\pi - \frac{\pi}{2} = -\frac{5\pi}{2}$

$x_3 = -2\pi + \frac{\pi}{2} = -\frac{3\pi}{2}$

Ответ: а) $x \in \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{3\pi}{4} + 2\pi m; \frac{5\pi}{4} + 2\pi k \right\}, n \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}$

б) $\left\{ -\frac{11\pi}{4}; -\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2} \right\}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2

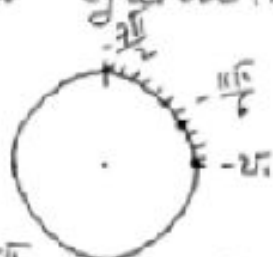
$$\begin{aligned}
 \text{a) } \sin x + 2 \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) &= \sqrt{3} \cdot \sin 2x + 1 \\
 \sin x + 2 \left(\sin(2x) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + \cos(2x) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right) &= \sqrt{3} \cdot \sin 2x + 1 \\
 \sin x + 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin(2x) + \frac{1}{2} \cdot \cos(2x) \right) &= \sqrt{3} \cdot \sin 2x + 1 \\
 \sin x + \sqrt{3} \cdot \sin(2x) + \cos(2x) &= \sqrt{3} \cdot \sin(2x) + 1 \\
 \sin x + \cos 2x &= 1 \\
 \sin x + 1 - 2 \cdot \sin^2 x &= 1 \\
 2 \sin^2 x - \sin x &= 0 \\
 2 \sin x \left(\sin x - \frac{1}{2} \right) &= 0 \\
 \sin x = 0 &\quad \text{или} \quad \sin x = \frac{1}{2} \\
 x = \pi n, n \in \mathbb{Z} &\quad \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{array} \right], k \in \mathbb{Z}
 \end{aligned}$$

$$\text{б) } \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi \right]$$

Выберём корни с помощью единичной окружности:

$$-2\pi$$

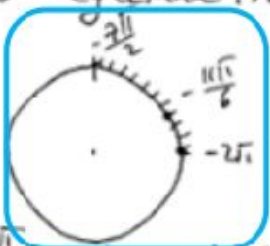
$$-2\pi + \frac{\pi}{6} = -\frac{11\pi}{6}$$



Ответ: а) $x = \pi n$; $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$; $n, k \in \mathbb{Z}$

$$\text{б) } -\frac{11\pi}{6}; -2\pi$$

$$\begin{aligned}
 & \text{a) } \sin x + 2 \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \cdot \sin 2x + 1 \\
 & \sin x + 2 \left(\sin(2x) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + \cos(2x) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right) = \sqrt{3} \cdot \sin 2x + 1 \\
 & \sin x + 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin(2x) + \frac{1}{2} \cdot \cos(2x) \right) = \sqrt{3} \cdot \sin 2x + 1 \\
 & \sin x + \sqrt{3} \cdot \sin(2x) + \cos(2x) = \sqrt{3} \cdot \sin(2x) + 1 \\
 & \sin x + \cos 2x = 1 \\
 & \sin x + 1 - 2 \cdot \sin^2 x = 1 \\
 & 2 \sin^2 x - \sin x = 0 \\
 & 2 \sin x \left(\sin x - \frac{1}{2} \right) = 0 \\
 & \sin x = 0 \quad \text{или} \quad \sin x = \frac{1}{2} \\
 & x = \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{array} \right], k \in \mathbb{Z}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{б) } \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi \right] \\
 & \text{Отберём корни с помощью единично} \\
 & \text{окружности:} \\
 & -2\pi \\
 & -2\pi + \frac{\pi}{6} = -\frac{11\pi}{6} \\
 & \text{Ответ: а) } x = \pi n; x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z} \\
 & \text{б) } -\frac{11\pi}{6}; -2\pi
 \end{aligned}$$


12 а) Решите уравнение $\sin x + 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.
 Ответ: а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6}; -3\pi; -2\pi$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

1 балл

Спасибо за внимание.