Решение задач ЕГЭ по тригонометрии

Проект демонстрационного варианта 2022 года

12 а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos 2x=\sqrt{3}\cos x+1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: а) πk, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$;

$\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) -3π; -2π; $-\frac{11\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Задание 13(с 2022г №12) ЕГЭ 2017-2021г.г.

А) Решите уравнени $sin^2(x+\pi) - \cos\left(-\frac{3\pi}{2} - x\right) = 0$

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезк $\left[-\frac{7\pi}{2}, -2\pi\right]$

А) Решите уравнени $2 \cdot 16^{cosx} - 9 \cdot 4^{cosx} + 4 = 0$

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi, -\frac{3\pi}{2}\right]$

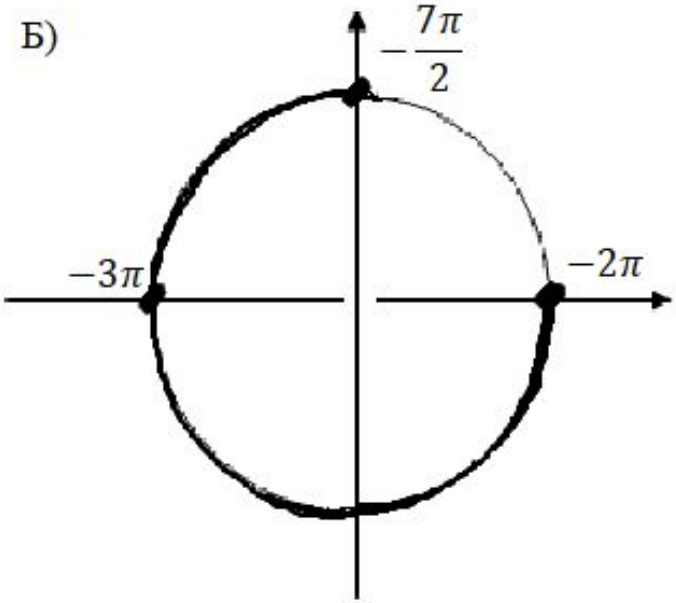
А) $sin^2(x+\pi) - \cos\left(-\frac{3\pi}{2} - x\right) = 0,$

$sin^2 x - sinx = 0,\ sinx\,(sinx - 1) = 0,$

$sinx = 0$ или $sinx = 1,$

$x = \pi n, n \in Z;$ $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$

Б)



Ответ. А) $x = \pi n, n \in Z;$ $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$

Б) $-3\pi,\ -2\pi,\ -\frac{7\pi}{2}$

А) $2\cdot 16^{cosx}-9\cdot 4^{cosx}+4=0,$

Пусть $t=4^{cosx}$, тогда уравнение примет вид

$2t^2-9t+4=0,$

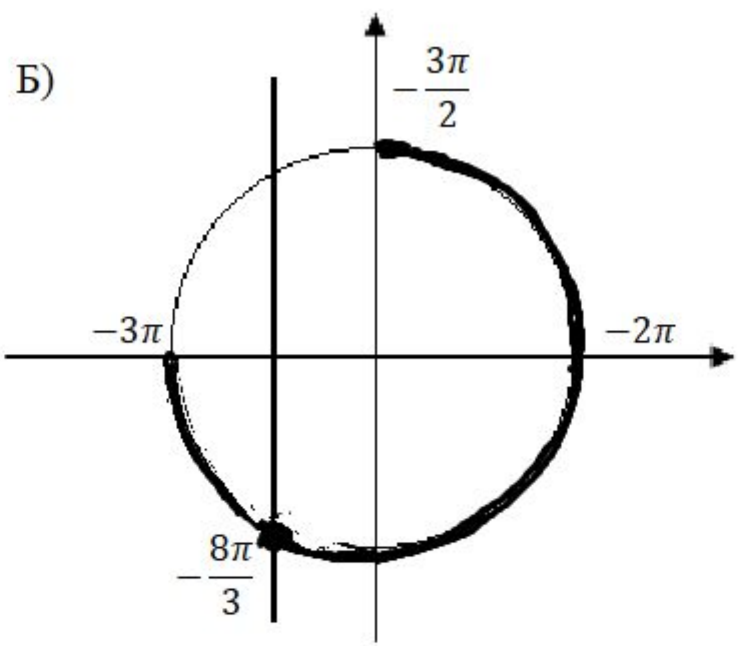
$D=81-32=49,$

$t_1=\dfrac{9-7}{2}=\dfrac{1}{2},\quad t_2=\dfrac{9+7}{2}=4,$

Если $t=\frac{1}{2}$, то $4^{cosx}=\frac{1}{2},\ cosx=-\frac{1}{2}, x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k, k\in Z.$

Если $t=4$, то $4^{cosx}=4,\ cosx=1, x=2\pi n, n\in Z.$

Б)



Ответ. А) $x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k, k\in Z.\ x=2\pi n, n\in Z.$

Б) $-\dfrac{8\pi}{3},\ -2\pi$

А) Решите уравнение $2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)-\cos x=\sqrt{3}sin2x-1$

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2},\ 4\pi\right]$

А) Решите уравнение $2cosx-\sqrt{3}sin^2x=2cos^3x$

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2},\ -2\pi\right]$

А) $2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)-\cos x=\sqrt{3}sin2x-1$

$$2sin2x\cdot cos\frac{\pi}{6}+2sin\frac{\pi}{6}\cdot cos2x-cosx=\sqrt{3}sin2x-1,$$

$$\sqrt{3}sin2x+cos2x-cosx=\sqrt{3}sin2x-1,$$

$$cos2x-cosx+1=0,$$

$$2cos^2x-cosx=0,$$

$$cosx(2cosx-1)=0,$$

$cosx=0$ или $cosx=\frac{1}{2}$

$x=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$ $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k, k\in Z$

Б) С помощью неравенств отберём корни, принадлежащие промежутку $\left[\frac{5\pi}{2}, \quad 4\pi\right]$

$\frac{5\pi}{2} \le \frac{\pi}{2} + \pi n \le 4\pi,$

$5 \le 1 + 2n \le 8,$

$4 \le 2n \le 7,$

$2 \le n \le \frac{7}{2},$

$n = 2, \qquad n = 3.$

$\frac{5\pi}{2} \le \frac{\pi}{3} + 2\pi k \le 4\pi,$

$\frac{14}{6} \le 2k \le \frac{11}{3},$

$\frac{7}{6} \le k \le \frac{11}{6}.$

Нет целых k, удовлетворяющих этому неравенству.

$\frac{5\pi}{2} \le -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \le 4\pi,$

$\frac{16}{6} \le 2k \le \frac{13}{3},$

$\frac{8}{6} \le k \le \frac{13}{6},$

$k = 2$, тогда $x = -\frac{\pi}{3} + 4\pi = \frac{11\pi}{3}$

При $n = 2$ $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi = \frac{5\pi}{2}$;

при $n = 3$ $x = \frac{\pi}{2} + 3\pi = \frac{7\pi}{2}$

Ответ. А) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$, $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$

Б) $\frac{5\pi}{2}$; $\frac{7\pi}{2}$; $\frac{11\pi}{3}$

А) $2cosx - \sqrt{3}sin^2x = 2cos^3x,$

$2cosx - \sqrt{3}(1 - cos^2x) = 2cos^3x,$

$2cosx + \sqrt{3}cos^2x - \sqrt{3} - 2cos^3x = 0,$

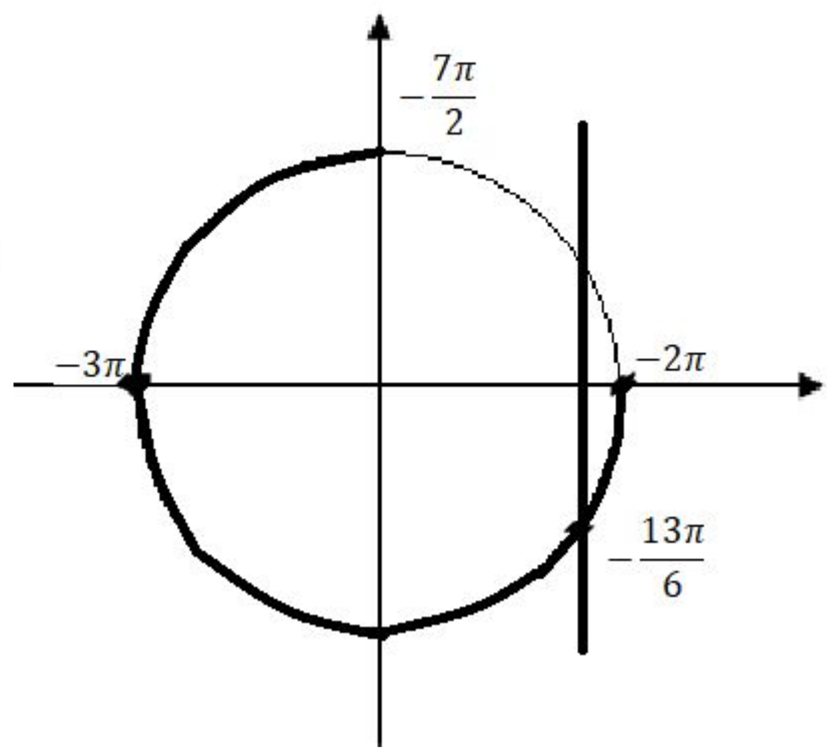
$(2cosx - \sqrt{3}) \cdot (1 - cos^2x) = 0,$

$(2cosx - \sqrt{3}) \cdot sin^2x = 0,$

$cosx = \frac{\sqrt{3}}{2}$ или $sin^2x = 0,$

$x = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$ $\quad x = \pi k, k \in Z$

Б) Отберем корни с помощью единичной окружности



Ответ. А) $\pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$, $\pi k, k \in Z$

Б) -2π, -3π, $-\frac{13\pi}{6}$

А) Решите уравнение $2log_4^2(4sinx) - 5log_4(4sinx) + 2 = 0$

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2},\ 0\right]$

А) Решите уравнение $4cos^3x + 3cosx + 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}sin^2x$

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2},\ 3\pi\right]$

А) Решите уравнение $sin2x = \sqrt{2}cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}, -2\pi\right]$

А) $2log_4^2(4sinx) - 5log_4(4sinx) + 2 = 0,$

Пусть $t = log_4(4sinx).$

$2t^2 - 5t + 2 = 0,$

$D = 25 - 16 = 9,$

$t_1 = 2,\ \ t_2 = \frac{1}{2}.$

$log_4(4sinx) = 2,$

$4sinx = 16,$

$sinx = 4,$

нет решения, т. к. $-1 \le sinx \le 1,$

$log_4(4sinx) = \frac{1}{2},$

$4sinx = 2,$

$sinx = \frac{1}{2},$

$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z,$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in Z.$

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2},\ 0\right]$

Применим метод перебора для отбора корней

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z,$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in Z.$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z,$$

$n = 0 \quad x = \frac{\pi}{6} > 0,$ значит, $x = \frac{\pi}{6} \notin \left[-\frac{3\pi}{2}, 0\right],$

$n = -1 \quad x = -\frac{11\pi}{6} < -\frac{3\pi}{2},$ значит $x = -\frac{11\pi}{6} \notin \left[-\frac{3\pi}{2}, 0\right].$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in Z,$$

$m = 0 \quad x = \frac{5\pi}{6} \notin \left[-\frac{3\pi}{2}, 0\right],$

$m = -1 \quad x = -\frac{7\pi}{6} \in \left[-\frac{3\pi}{2}, 0\right],$

$m = -2 \quad x = -\frac{19\pi}{6} \notin \left[-\frac{3\pi}{2}, 0\right].$

Ответ. А) $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z,$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in Z.$

Б) $-\frac{7\pi}{6}$

А) Решите уравнение $4cos^3x + 3cosx + 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}sin^2x$

$$4cos^3x + 3cosx + 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}sin^2x$$

$$4cos^3x + 3cosx + 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3}sin^2x = 0$$

$$4cos^3x + 3cosx + 4\sqrt{3}cos^2x = 0$$

$$cosx \cdot (4cos^2x + 4\sqrt{3}cosx + 3) = 0$$

$cosx = 0$ или $4cos^2x + 4\sqrt{3}cosx + 3 = 0$

$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z,$

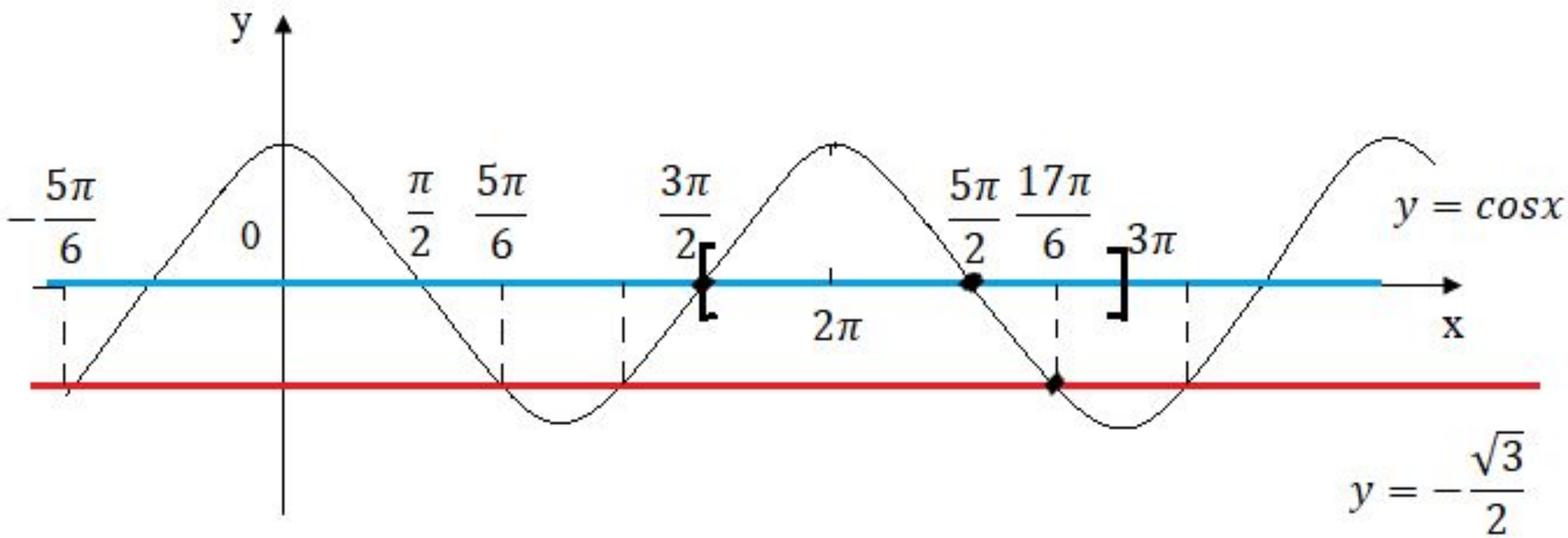
$t = cosx$

$4t^2 + 4\sqrt{3}\,t + 3 = 0,$

$\left(2t + \sqrt{3}\right)^2 = 0, \quad t = -\frac{\sqrt{3}}{2},$

$cosx = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad x = \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z.$

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2},\ 3\pi\right]$



Ответ. А) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z,\ \ \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z.$

Б) $\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{17\pi}{6}.$

А) Решите уравнение $\quad sin2x=\sqrt{2}cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$

$sin2x=\sqrt{2}cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right),$

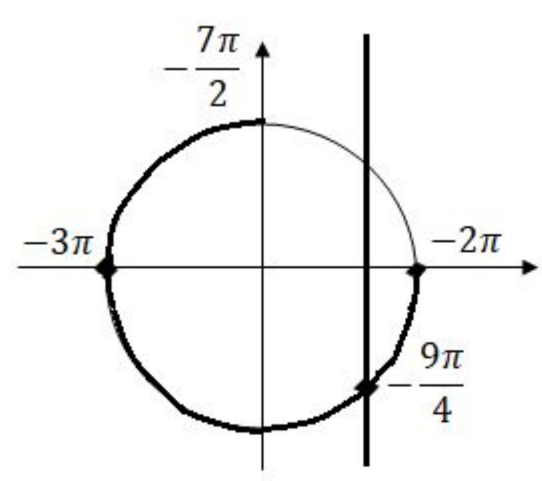
$2sinx\cdot cosx=\sqrt{2}sinx$ Нельзя сокращать на $sinx$!

$sinx\cdot\left(2cosx-\sqrt{2}\right)=0,$

$sinx=0$ или $cosx=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$x=\pi n, n\in Z$ $\quad x=\pm\frac{\pi}{4}+2\pi k, k\in Z$

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2},-2\pi\right]$



Ответ. А) $\pi n, n\in Z,\ \pm\frac{\pi}{4}+2\pi k, k\in Z.$

Б) $-3\pi,\ -2\pi,\ -\frac{9\pi}{4}$

Проект демонстрационного варианта 2022 года

12 а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos 2x=\sqrt{3}\cos x+1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: а) $\pi k,\ k\in\mathbb{Z};\ \frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};$

$\frac{5\pi}{6}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z};$

б) $-3\pi;\ -2\pi;\ -\frac{11\pi}{6}.$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Проект демонстрационного варианта 2022 года

а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos 2x=\sqrt{3}\cos x+1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.

Решение. а) Запишем исходное уравнение в виде:

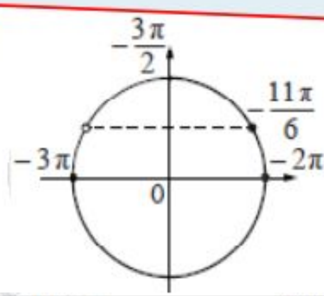
$\sin x+\sqrt{3}\cos x+1-2\sin^2 x=\sqrt{3}\cos x+1$; $\sin x-2\sin^2 x=0$; $\sin x\cdot(2\sin x-1)=0$.

Значит, $\sin x=0$, откуда $x=\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$, или $\sin x=\frac{1}{2}$, откуда $x=\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$,

или $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.

Получим числа: -3π; -2π; $-\frac{11\pi}{6}$.



Ответ: а) πk, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$;

$\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) -3π; -2π; $-\frac{11\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Для оценивания отбора корней с помощью тригонометрической окружности были сформулированы общие требования:

- указание начала и конца дуги,
- выделение рассматриваемой дуги,
- указание корней, принадлежащих этой дуге,
- при этом на дуге могут быть отмечены дополнительные точки, принадлежащие данной дуге.

Вычислительная ошибка – ошибка, допущенная при выполнении арифметических действий:

- сложение,
- вычитание,
- умножение,
- деление

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z};\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi m,\ m \in \mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

а) $2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0,\quad \log_4(4\sin x) = t,$

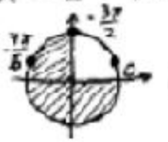
$2t^2 - 5t + 2 = 0;\ D = 25 - 16 = 9 = 3^2,\ t_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2};\ t_2 = \frac{5+3}{4} = 1,$

$\log_4(4\sin x) = t_1 = \frac{1}{2};\ \log_4(4\sin x) = \log_4 2,\ 4\sin x = 2;\ \sin x = \frac{1}{2};$

$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in Z;\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in Z;$

$\log_4(4\sin x) = t_2 = 1;\ \log_4(4\sin x) = \log_4 4;\ 4\sin x = 4;\ \sin x = 1;$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in Z$ Ответ: $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k,\ \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in Z$

б) 

Ответ: $-\frac{3\pi}{2},\ -\frac{7\pi}{6}.$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

1 балл

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z};\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi m,\ m \in \mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

№ 13 $2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0$ $\quad \log_4(4\sin x) = t$

ОДЗ
$4\sin x \neq 0$
$\sin x \neq 0$
$x \neq \pi n \quad n \in \mathbb{Z}$

$2t^2 - 5t + 2 = 0 \quad D = 25 - 16 = 9$

$t_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$

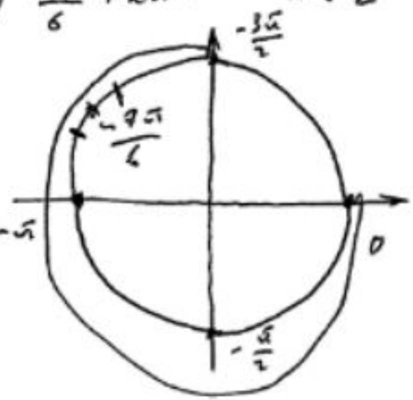
$t_2 = \frac{5+3}{4} = 2$

$\left[\begin{array}{l} \log_4(4\sin x) = 2 \\ \log_4(4\sin x) = \frac{1}{2} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} 8 = 4\sin x \\ 2 = 4\sin x \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \sin x = 2 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{array}\right.$

не подходит т.к. $-1 \leq \sin x \leq 1$

$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n;\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$

$\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$



Ответ: а) $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n;\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$

б) ~~же~~ $-\frac{7\pi}{6} \quad n \in \mathbb{Z}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

а) Решите уравнение

$$9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) 3π; $\frac{11\pi}{3}$.

№ 13. а) $9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0.$

$9\cdot 9^{2\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0.$

Пусть: $9^{\cos x}=t.$

$9t^2-28t+3=0$

$D=784-108$

$D=676$

$t_{1,2}=\frac{28\pm 26}{18}$ — $\frac{54}{18}=3$; $\frac{2}{18}=\frac{1}{9}$.

$t_1=3.$

$9^{\cos x}=3.$

$3^{2\cos x}=3.$

$2\cos x=1$

$\cos x=\frac{1}{2}$

$x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}$

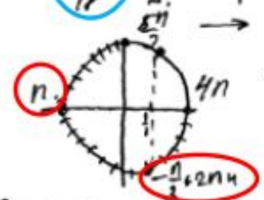
$t_2=\frac{1}{9}.$

$9^{\cos x}=\frac{1}{9}.$

$\cos x=-1$

$x=\pi+2\pi n,$ $n\in\mathbb{Z}$

б) $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$



Выборка корней:

$x=-\frac{\pi}{3}+2\pi n.$

$n=2$; $x=\frac{11\pi}{3}\in\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$

$x=\pi+2\pi n.$

$n=1$: $x=3\pi\in\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$

Ответ: а) $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}$
$x=\pi+2\pi n, n\in\mathbb{Z}$

б) $x=\frac{11\pi}{3}$ $x=3\pi$

Отбор корней с помощью тригонометрической окружности:

- указание начала и конца дуги,
- выделение рассматриваемой дуги,
- указание корней, принадлежащих этой дуге,
- при этом на дуге могут быть отмечены дополнительные точки, принадлежащие данной дуге.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

а) Решите уравнение $\cos 2x + \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $-\frac{3\pi}{4} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$;

б) $-\frac{11\pi}{4}$; $-\frac{5\pi}{2}$; $-\frac{3\pi}{2}$.

а) $\cos 2x + \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1 = 0$

$\cos 2x + \sqrt{2}\cos x + 1 = 0$

$2\cos^2 x - 1 + \sqrt{2}\cos x + 1 = 0$

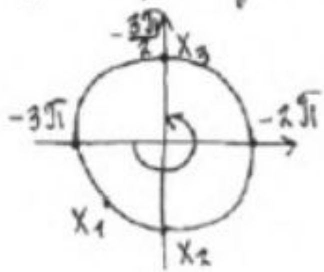
$\cos^2 x + \frac{\sqrt{2}}{2}\cos x = 0$

$\cos x\left(\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0$

$\left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z \\ x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi m,\ m \in Z \\ x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in Z \end{array}\right.$

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие $[-3\pi, -\frac{3\pi}{2}]$



$x_1 = -3\pi + \frac{\pi}{4} = -\frac{11\pi}{4}$

$x_2 = -2\pi - \frac{\pi}{2} = -\frac{5\pi}{2}$

$x_3 = -2\pi + \frac{\pi}{2} = -\frac{3\pi}{2}$

Ответ: а) $x \in \left\{\frac{\pi}{2} + \pi n;\ \frac{3\pi}{4} + 2\pi m,\ \frac{5\pi}{4} + 2\pi k\right\}, n \in Z, m \in Z, k \in Z$

б) $\left\{-\frac{11\pi}{4}; -\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right\}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

513

а) $\sin x + 2\cdot\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\cdot\sin 2x + 1$

$\sin x + 2\left(\sin(2x)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + \cos(2x)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right) = \sqrt{3}\cdot\sin 2x + 1$

$\sin x + 2\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sin(2x) + \frac{1}{2}\cdot\cos(2x)\right) = \sqrt{3}\cdot\sin 2x + 1$

$\sin x + \sqrt{3}\cdot\sin(2x) + \cos(2x) = \sqrt{3}\cdot\sin(2x) + 1$

$\sin x + \cos 2x = 1$

$\sin x + 1 - 2\cdot\sin^2 x = 1$

$2\sin^2 x - \sin x = 0$

$2\sin x\left(\sin x - \frac{1}{2}\right) = 0$

$\sin x = 0$ или $\sin x = \frac{1}{2}$

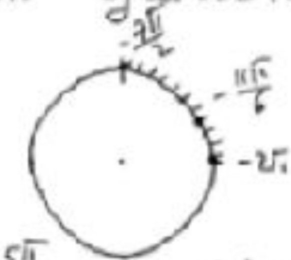
$x = \pi n, n \in Z$
$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{array}\right., k \in Z$$

б) $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$

Отберём корни с помощью единичной окружности:

-2π

$-2\pi + \frac{\pi}{6} = -\frac{11\pi}{6}$



Ответ: а) $x = \pi n$; $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$; $n, k \in Z$

б) $-\frac{11\pi}{6}$; -2π

№13

а) $\sin x + 2\cdot\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\cdot\sin 2x + 1$

$\sin x + 2\left(\sin(2x)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + \cos(2x)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right) = \sqrt{3}\cdot\sin 2x + 1$

$\sin x + 2\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sin(2x) + \frac{1}{2}\cdot\cos(2x)\right) = \sqrt{3}\cdot\sin 2x + 1$

$\sin x + \sqrt{3}\cdot\sin(2x) + \cos(2x) = \sqrt{3}\cdot\sin(2x) + 1$

$\sin x + \cos 2x = 1$

$\sin x + 1 - 2\cdot\sin^2 x = 1$

$2\sin^2 x - \sin x = 0$

$2\sin x\left(\sin x - \frac{1}{2}\right) = 0$

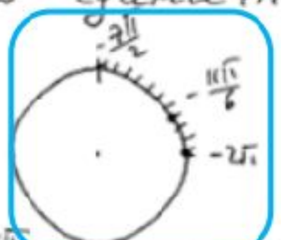
$\sin x = 0$ или $\sin x = \frac{1}{2}$

$x = \pi n,\ n \in Z$

$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{array}\right.,\ k \in Z$

б) $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$

Отберём корни с помощью единичной окружности:



-2π

$-2\pi + \frac{\pi}{6} = -\frac{11\pi}{6}$

Ответ: а) $x = \pi n$; $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$; $n, k \in Z$

б) $-\frac{11\pi}{6}$; -2π

12 а) Решите уравнение $\sin x + 2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\sin 2x + 1$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Ответ: а) πk, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6}$; -3π; -2π.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

1 балл

Спасибо за внимание.