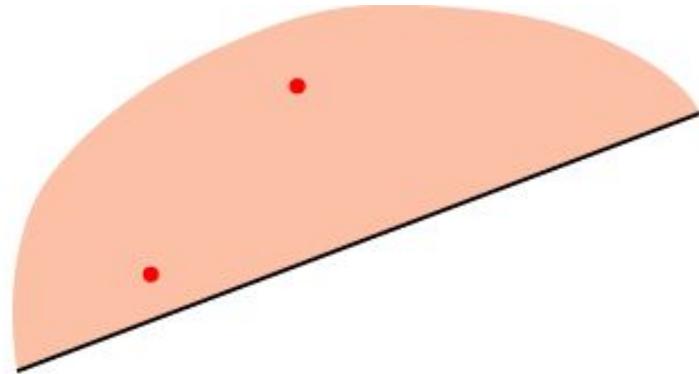
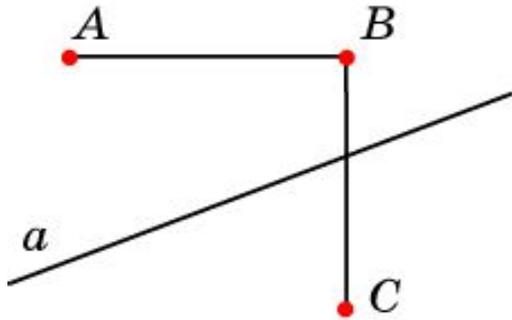


Полуплоскость и угол

Следующее свойство является аксиомой взаимного расположения точек на плоскости относительно данной прямой.

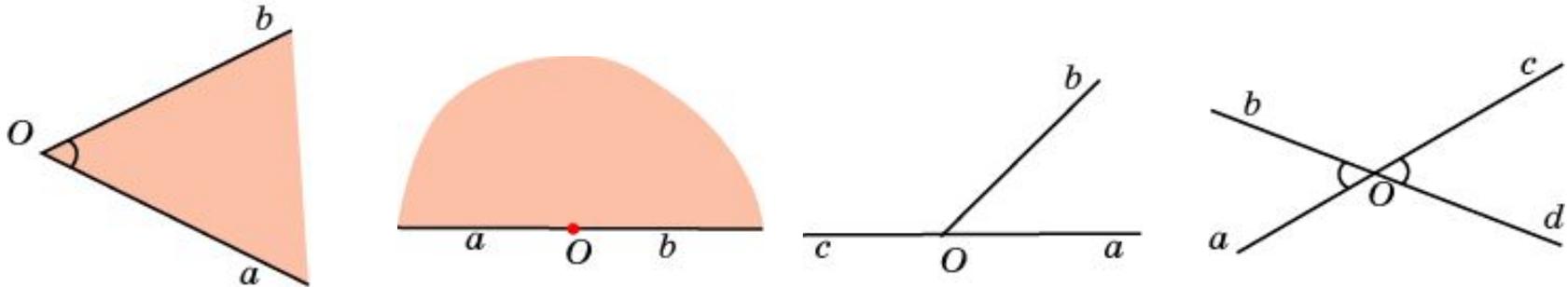
Каждая прямая на плоскости разбивает эту плоскость на две части. При этом если две точки принадлежат разным частям, то отрезок, соединяющий эти точки, пересекается с прямой. Если две точки принадлежат одной части, то отрезок, соединяющий эти точки, не пересекается с прямой.



Полуплоскостью называется ... часть плоскости, состоящая из точек данной прямой и точек, ... лежащих по одну сторону от этой прямой.

Угол

Углом называется фигура, образованная ... двумя лучами с общей вершиной и ... одной из частей плоскости, ограниченной этими лучами. Общая вершина называется... **вершиной угла**. Сами лучи называются... **сторонами угла**.



Угол называется **развернутым**, если ... его стороны вместе составляют одну прямую.

Два угла называются **смежными**, если ... одна сторона у них общая, а две другие ... вместе составляют одну прямую.

Два угла называются **вертикальными**, если ... стороны одного угла дополняют до прямых стороны другого угла.

Равенство углов

Одной из основных операций, которую можно производить с углами, является операция **откладывания данного угла** в ту или другую сторону от данного луча. Получающийся при этом угол называется **равным** исходному углу.

В качестве аксиом принимаются следующие свойства.

От любого луча на плоскости в заданную сторону можно отложить только один угол, равный данному.

Все развернутые углы равны.

Равенство углов AOB и $A_1O_1B_1$ записывается в виде $\sphericalangle AOB = \sphericalangle A_1O_1B_1$. Оно означает, что если один из этих углов, например AOB , отложить от луча O_1A_1 в сторону, определяемую лучом O_1B_1 , то угол AOB при этом совместится с углом $A_1O_1B_1$.

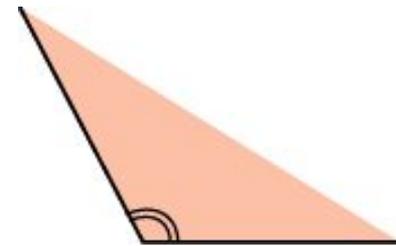
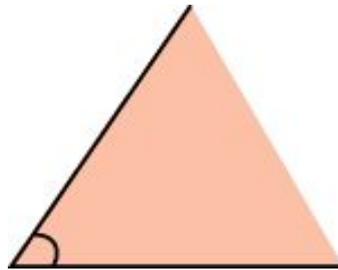
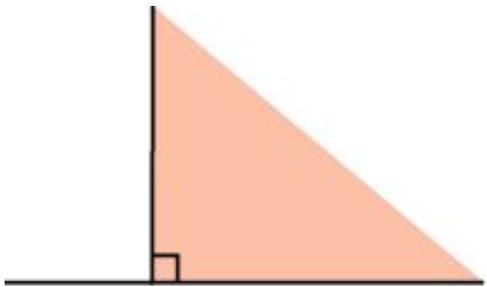
Если при откладывании угла AOB от луча O_1A_1 луч OB переходит в луч O_1B' , лежащий внутри угла $A_1O_1B_1$, то говорят, что угол AOB меньше угла $A_1O_1B_1$ и обозначают $\sphericalangle AOB < \sphericalangle A_1O_1B_1$.

Виды углов

Угол называется **прямым**, если ...
он равен своему смежному углу.

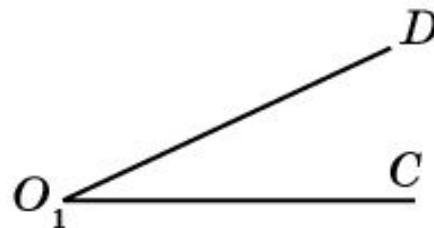
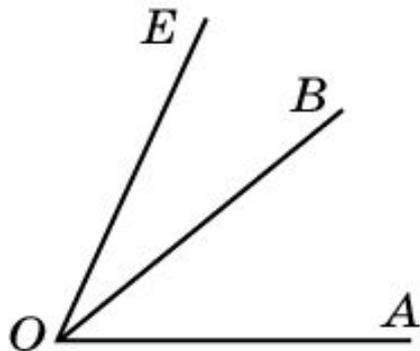
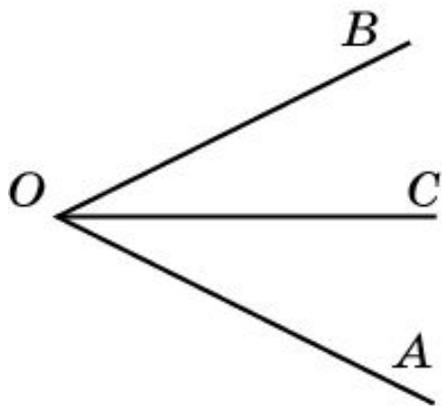
Угол называется **острым**, если ...
он меньше прямого угла.

Угол называется **тупым**, если ...
он больше прямого, но меньше развернутого
угла.



Сложение углов

Если внутри угла AOB провести луч OC , то образуется два новых угла AOC и COB . Угол AOB называется **суммой** углов AOC и COB и обозначается $AOB = AOC + COB$. Каждый из углов AOC и COB называется **разностью** угла AOB и другого угла, обозначается $AOC = AOB - COB$, $COB = AOB - AOC$.



Чтобы сложить два угла, например AOB и CO_1D , отложим угол CO_1D от луча OB так, чтобы точки A и D находились по разные стороны от прямой OB . Обозначим OE луч, в который перейдет луч O_1D . Тогда угол AOE даст сумму углов AOB и CO_1D .

Аналогичным образом поступают для вычитания из большего угла меньшего.

Вопрос 1

На сколько частей прямая разбивает
плоскость?

Ответ: На две части.

Вопрос 2

В каком случае две точки принадлежат:

- а) одной полуплоскости;
- б) разным полуплоскостям относительно данной прямой?

Ответ: а) Если отрезок, соединяющий эти точки, пересекается с прямой.

б) если отрезок, соединяющий эти точки, не пересекается с прямой.

Вопрос 3

Какая фигура называется углом? Что называется вершиной угла? Что называется сторонами угла?

Ответ: Фигура, образованная двумя лучами с общей вершиной и одной из частей плоскости, ограниченной этими лучами, называется углом. Общая вершина называется вершиной угла, а сами лучи - сторонами угла.

Вопрос 4

Какой угол называется развернутым?

Ответ: Угол называется развернутым, если его стороны вместе составляют прямую.

Вопрос 5

Какие углы называются смежными?

Ответ: Два угла называются смежными, если одна сторона у них общая, а две другие составляют вместе прямую.

Вопрос 6

Какие углы называются вертикальными?

Ответ: Два угла называются вертикальными, если стороны одного угла дополняют до прямых стороны другого угла.

Вопрос 7

Как обозначаются углы?

Ответ: Угол обозначается или одной буквой, указывающей его вершину, или тремя буквами, средняя из которых указывает вершину угла, а крайние – какие-нибудь точки на сторонах угла.

Например, $\angle A$, $\angle AOB$ и т.д. Иногда углы обозначаются цифрами, например, $\angle 1$, $\angle 2$ и т.д.

Вопрос 8

Какие два угла называются равными?

Ответ: Два угла называются равными, если один получается из другого операцией откладывания угла.

Вопрос 9

Как сложить два угла?

Ответ: Чтобы сложить два угла, например $\angle AOB$ и $\angle CO_1D$, отложим угол $\angle CO_1D$ от луча OB так, чтобы точки A и D находились по разные стороны от прямой OB . Обозначим OE луч, в который перейдет луч O_1D . Тогда угол $\angle AOE$ даст сумму углов $\angle AOB$ и $\angle CO_1D$.

Вопрос 10

Как обозначается сумма углов AOB и CQD ?

Ответ: $\angle AOB + \angle CQD$.

Вопрос 11

В каком случае говорят, что угол AOB меньше угла $A_1O_1B_1$?

Ответ: Если при откладывании угла AOB от луча O_1B_1 луч OB переходит в луч O_1B' , лежащий между лучами O_1A_1 и O_1B_1 , то говорят, что угол AOB меньше угла $A_1O_1B_1$.

Вопрос 12

Как обозначается то, что угол AOB меньше угла CQD ?

Ответ: $\angle AOB < \angle CQD$.

Вопрос 13

Как из большего угла вычесть меньший?

Ответ: Чтобы из большего угла CQD вычесть меньший угол AOB , от луча QC отложим угол CQB' , равный углу AOB . Угол $B'QD$ будет разностью отрезков CQD и AOB .

Вопрос 14

Какой угол называется: а) прямым; б) острым; в) тупым?

Ответ: а) Угол, равный своему смежному, называется прямым.

б) угол, меньший прямого угла, называется острым.

в) угол, больший прямого угла, но меньший развернутого угла, называется тупым.

Вопрос 15

Что называется углом между пересекающимися прямыми?

Ответ: Углом между пересекающимися прямыми называется наименьший из углов, образованных лучами, на которые делятся данные прямые точкой их пересечения.

Вопрос 16

Какие прямые называются перпендикулярными?

Ответ: Две прямые называются перпендикулярными, если они образуют прямые углы.

Вопрос 17

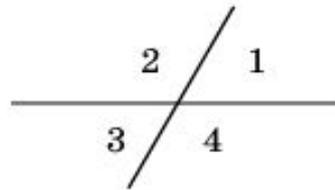
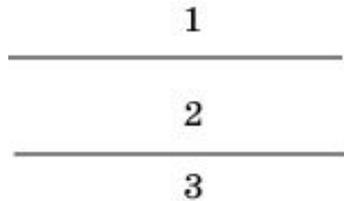
Что называется биссектрисой угла?

Ответ: Биссектрисой угла называется внутренний луч, делящий этот угол на два равных угла

Упражнение 1

На сколько частей могут разбивать
плоскость две прямые?

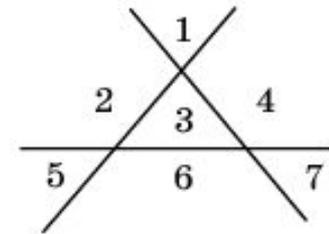
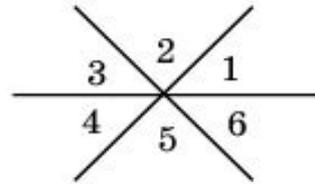
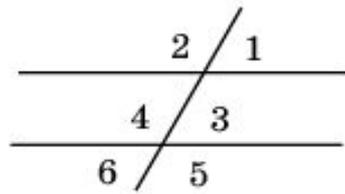
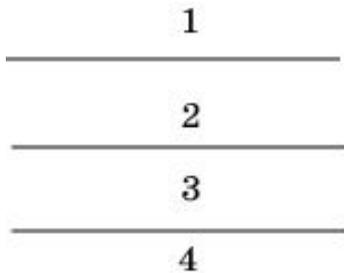
Ответ: На три части, если прямые параллельны и
на четыре части, если они пересекаются.



Упражнение 2

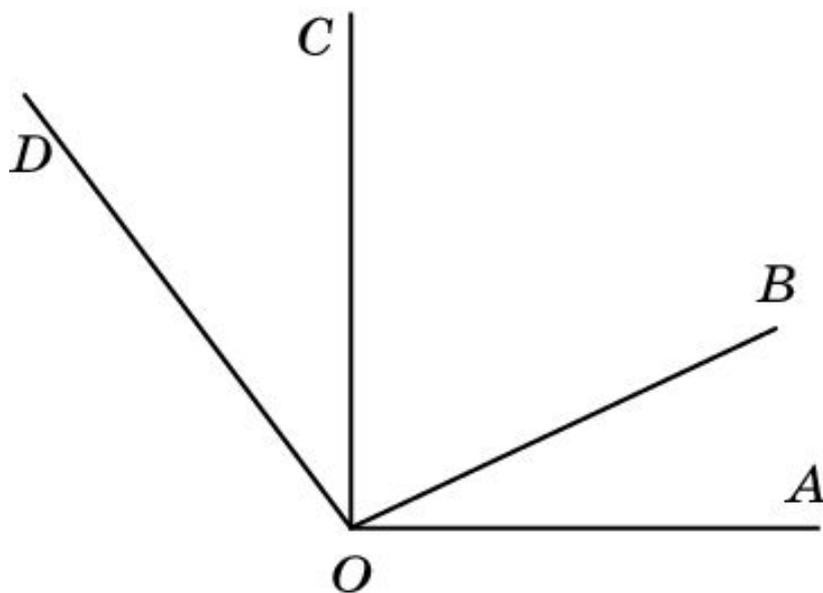
На сколько частей могут разбивать плоскость три прямые?

Ответ: На четыре, шесть или семь частей



Упражнение 3

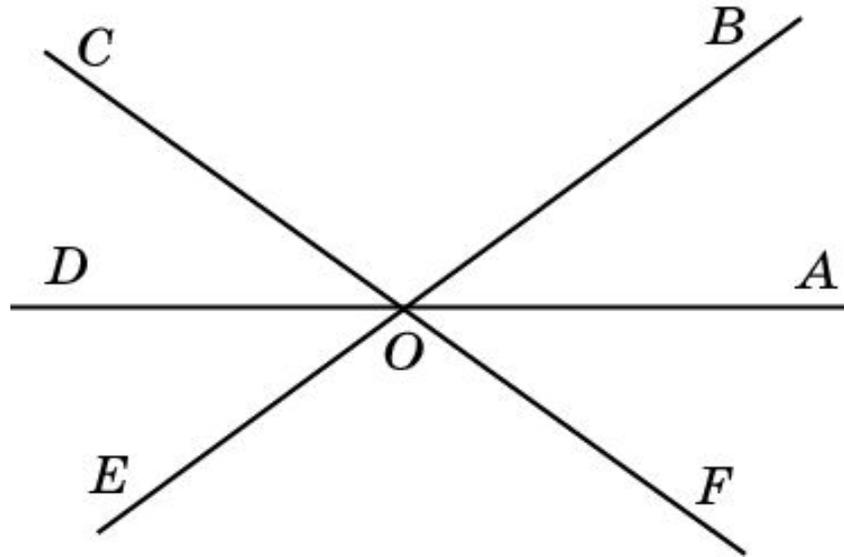
Назовите углы, меньшие развернутого, изображенные на рисунке. Сколько их?



Ответ: $AOB, AOC, AOD, BOC, BOD, COD$; 6 углов.

Упражнение 4

Назовите пары: а) вертикальных; б) смежных углов, изображенных на рисунке.



Ответ: а) AOB и DOE , BOC и EOF , COD и FOA , AOC и DOF , BOD и EOA ;
б) AOB и BOD , BOC и COE , COD и DOF , DOE и EOA , EOF и FOB , FOA и AOC .

Упражнение 5

Сколько имеется углов, смежных данному углу?

Ответ: Два.

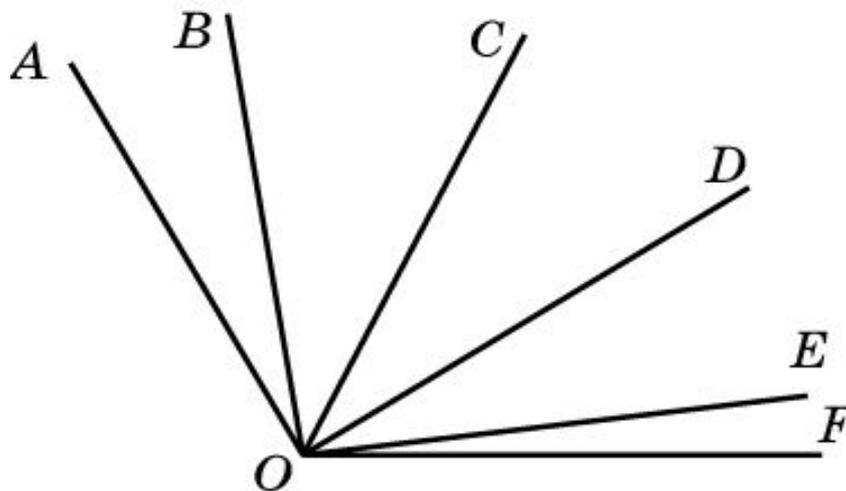
Упражнение 6

Могут ли два смежных угла быть одновременно: а) острыми; б) прямыми; в) тупыми?

Ответ: а) Нет. б) да. в) нет.

Упражнение 7

Назовите: а) острые; б) прямые; в) тупые углы, изображенных на рисунке.



Ответ: а) AOB , AOC , BOC , BOD , COD , COE , COF , DOE , DOF , EOF ; б) AOD , BOE ; в) AOE , AOF , BOF .

Упражнение 8

Внутри угла проведено: а) 2 луча; б) 3 луча; *в) n лучей, каждый из которых имеет начало в вершине угла. Сколько при этом образуется углов (вместе с данным)?

Ответ: а) 6; б) 15; в) $\frac{(n+2)(n+1)}{2}$.

Упражнение 9

Какой угол образуют биссектрисы смежных углов?

Ответ: Прямой.

Упражнение 10

Какой угол образуют биссектрисы
вертикальных углов?

Ответ: Развернутый

Упражнение 11

Когда часовая и минутная стрелки часов образуют прямой угол?

Ответ: В 3 ч и 9 ч.

Упражнение 12*

Сколько раз за сутки часовая и минутная стрелки образуют развернутый угол?

Ответ: 24 раза.