

Упражнения 3

Операции с вероятностями

Задача 1

- Блок электростанции представляет собой последовательное функциональное соединение котла (к), турбины (т) и генератора (г). Поэтому неработоспособное состояние любого из элементов блока приводит в неработоспособное состояние весь блок в целом. Пусть вероятности неработоспособного состояния отдельных элементов известны и равны
для котла - 0,03 ,
для турбины - 0,02
для генератора - 0,01.
Определить вероятность неработоспособного состояния блока.
- Решение:
- СПОСОБ 1
- Обозначим случайные события работоспособного состояния котла –К,
турбины - Т,
генератора - Г,
блока – Б и неработоспособные состояния соответственно - неК, неТ,
неГ, неБ. Неработоспособное состояние хотя бы одного элемента блока приводит в неработоспособное состояние весь блок. Эти события возникают независимо друг от друга, но они могут произойти совместно. Изобразим диаграмму Эйлера-Венна.

- $B = K * T * \Gamma$
- $неБ = неК + неТ + неГ$

- $P(неК) = 0,03$

- $P(неТ) = 0,02$

- $P(неГ) = 0,01$

- $P(неБ) = ?$

- $P(неБ) = P(неК) + P(неТ) + P(неГ) - P(неК * неТ) - P(неТ * неГ) - P(неК * неГ) + P(неК * неТ * неГ)$

- неК, неТ – хотя и совместные, но независимые

- значит $P(неК * неТ) = P(неК) * P(неТ)$

- Итак
- $P(\text{неБ}) = P(\text{неК}) + P(\text{неТ}) + P(\text{неГ}) - P(\text{неК}*\text{неТ}) - P(\text{неТ}*\text{неГ}) - P(\text{неК}*\text{неГ}) + P(\text{неК}*\text{неТ}*\text{неГ}) =$
 $= 0,03 + 0,02 + 0,01 - 0,03*0,02 - 0,02*0,01 - 0,03*0,01 + 0,03*0,02*0,01 = 0,058906$

- СПОСОБ 2

- Просмотр группы гипотез (т.е. непересекающихся событий). Всего $2^3 - 1 = 7$ гипотез. Далее вероятности складываются.

- СПОСОБ 3

- $P(\text{неБ}) = 1 - (1 - 0,03)* (1 - 0,02)* (1 - 0,01) =$
 $= 0,058906$

Задача 2

- Потребитель питается по 2-цепной ЛЭП.
- Обе цепи линии совершенно одинаковые, работают в одинаковых условиях и каждая из них может пропускать всю необходимую потребителю мощность.
- Вероятность повреждения и нерабочего состояния любой одной цепи составляет 0,001.
- Вероятность повреждения и нерабочего состояния другой цепи при условии, что одна из них повреждена, равна 0,1.
- Какова вероятность сохранения электроснабжения?

- Решение:
- События сохранения электроснабжения и прекращения электроснабжения являются противоположными, поэтому искомая вероятность
- $P(\text{Э}) = 1 - P(\text{неЭ}) = 1 - P(\text{неА} * \text{неВ}) =$
 $= 1 - P(\text{неА}) * P(\text{неВ} | \text{неА}) = 1 - 0,001 * 0,1 = 0,9999.$

Задача 3

- Решим теперь эту же задачу при условии, что нарушение электроснабжения потребителя произойдет в случае отказа хотя бы одной цепи ЛЭП.
- Какова вероятность сохранения электроснабжения?

Решение:

- $$\begin{aligned} P(\text{Э}) &= 1 - P(\text{неЭ}) = 1 - P(\text{неА или неВ}) = \\ &= 1 - (P(\text{неА}) + P(\text{неВ}) - P(\text{неА} * \text{неВ})) = \\ &= 1 - (P(\text{неА}) + P(\text{неВ}) - P(\text{неА}) * P(\text{неВ} | \text{неА})) = \\ &= 1 - (0.001 + 0.001 - 0.001 * 0.1) = 1 - 0.0019 = 0.9981. \end{aligned}$$

Задача 4

Вероятность того, что отключится одна ЛЭП, равна 0,3. Вероятность того, что отключатся две обе ЛЭП, равна 0,12. Найдите вероятность того, что отключений не будет.

Решение:

A – отключена первая ЛЭП при условии, что вторая работает; $P(A) = 0,3$

B – отключена вторая ЛЭП при условии, что первая работает; $P(B) = 0,3$

AB – отключены обе ЛЭП (или, что то же самое, - отключилась первая ЛЭП при условии, что до этого отключилась вторая); $P(AB) = 0,12$

Внимание! В этой задаче $P(AB) \neq P(A) \cdot P(B)$, т.к. события A и B **зависимые**.

C – отключена хотя бы одна ЛЭП

не C – отключений не будет

$$P(C) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,3 + 0,3 - 0,12 = 0,48$$

$$P(\text{не } C) = 1 - P(C) = 1 - 0,48 = 0,52$$