

Уравнения и неравенства

Решение квадратных неравенств

С ПОМОЩЬЮ

метода интервалов

Квадратные неравенства

$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

x – переменная (неизвестная)

a, b, c – действительные числа

$$a \neq 0$$

Методы решения квадратных неравенств:

- ✓ Графический
- ✓ Аналитический (метод интервалов)

Метод интервалов:

1. разложить левую часть неравенства на множители;
2. найти те значения переменной, при которых каждый из множителей равен нулю;
3. отметить полученные значения на числовой прямой;
4. определить знак левой части неравенства на каждом из промежутков;
5. выбрать промежутки с нужными знаками;
6. записать ответ.

Решить неравенство $2x^2 - 5x + 2 \leq 0$.

$$2 \cdot 0^2 - 5 \cdot 0 + 2 = 2 > 0$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

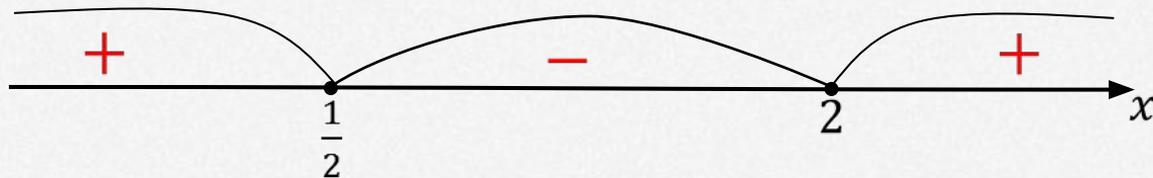
$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 25 - 16 = 9 > 0$$

$$x_1 = \frac{5+3}{2 \cdot 2} = \frac{8}{4} = 2 - \text{корень 1-ой степени кратности}$$

$$x_2 = \frac{5-3}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} - \text{корень 1-ой степени кратности}$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 2 \left(x - \frac{1}{2}\right) (x - 2) \Rightarrow 2 \left(x - \frac{1}{2}\right) (x - 2) \leq 0$$



Ответ: $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Решить неравенство $5x^2 - 22x + 8 < 0$.

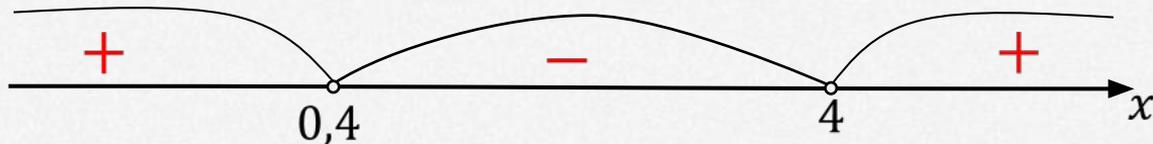
$$5 \cdot 0^2 - 22 \cdot 0 + 8 = 8 > 0$$

$$\begin{aligned} 5x^2 - 22x + 8 &= 5x^2 - 20x - 2x + 8 = (5x^2 - 20x) + (-2x + 8) = \\ &= 5x(x - 4) - 2(x - 4) = (5x - 2)(x - 4) \end{aligned}$$

$$5x^2 - 22x + 8 < 0 \Leftrightarrow (5x - 2)(x - 4) < 0$$

$$5x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{5} = 0,4 \text{ - корень 1-ой степени кратности}$$

$$x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 4 \text{ - корень 1-ой степени кратности}$$



Ответ: $(0,4; 4)$.

Решить неравенство $x^2 - 6x + 9 \geq 0$.

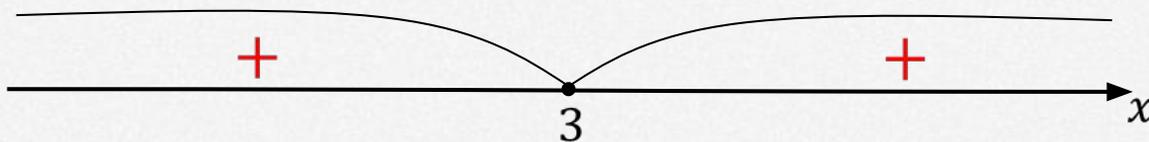
$$0^2 - 6 \cdot 0 + 9 = 9 > 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2 = (x - 3)^2 = (x - 3)(x - 3)$$

$$x^2 - 6x + 9 \geq 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 \geq 0$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ - корень 2-ой степени кратности



Ответ: $(-\infty; +\infty)$.

Решение квадратных неравенств с помощью метода интервалов

Квадратные неравенства

$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

x – переменная (неизвестная)

a, b, c – действительные числа

$$a \neq 0$$

Метод интервалов:

1. разложить левую часть неравенства на множители;
2. найти те значения переменной, при которых каждый из множителей равен нулю;
3. отметить полученные значения на числовой прямой;
4. определить знак левой части неравенства на каждом из промежутков;
5. выбрать промежутки с нужными знаками;
6. записать ответ.