Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Московской области

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНСТИТУТ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ И ТЕХНОЛОГИИ МАШИНОСТРОЕНИЯ
КАФЕДРА УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ И СТАНДАРТИЗАЦИИ

ПРЕЗЕНТАЦИЯ
на тему:
«Понятие Марковского случайного процесса»

ВЫПОЛНИЛ:

СТУДЕНТ 2-ГО КУРСА

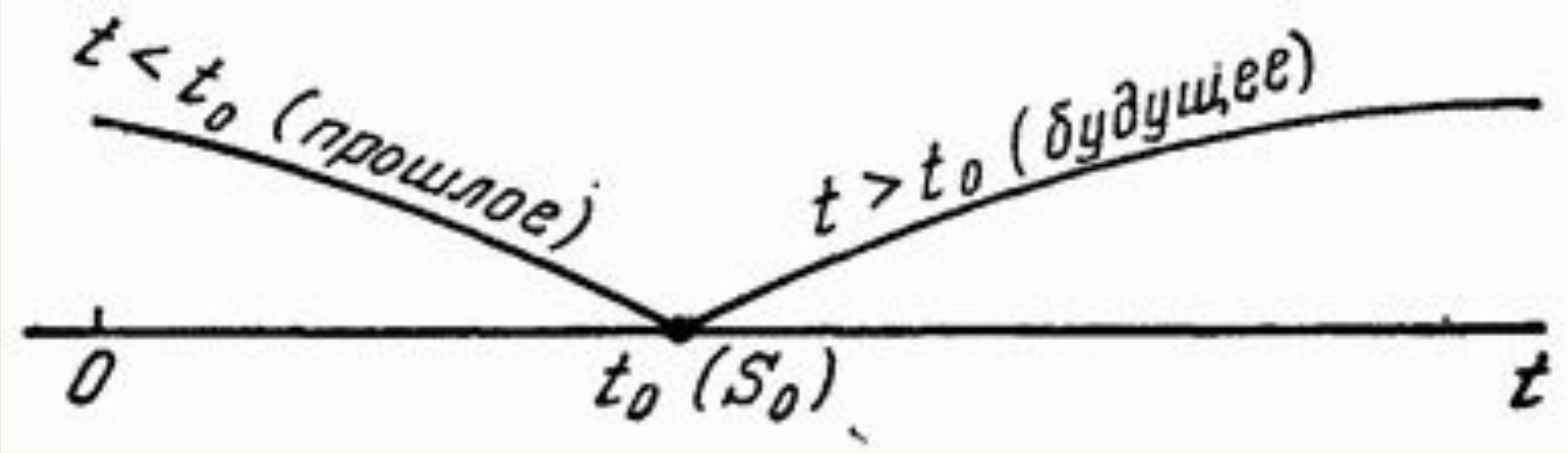
ГРУППЫ УУМО-19

КРУТИКОВА В.В.

Королёв 2020 г.

ПОНЯТИЕ «Марковский случайный процесс»

Случайный процесс, протекающий в системе S с дискретными состояниями s_1, s_2, …, s_i, …, называется ***марковским***, если для любого момента времени t_0 вероятность каждого из состояний системы в будущем (при $t > t_0$), зависит только от ее состояния в настоящем (при $t = t_0$), и не зависит от того, как система пришла в это состояние, т.е. не зависит от ее поведения в прошлом (при $t < t_0$).

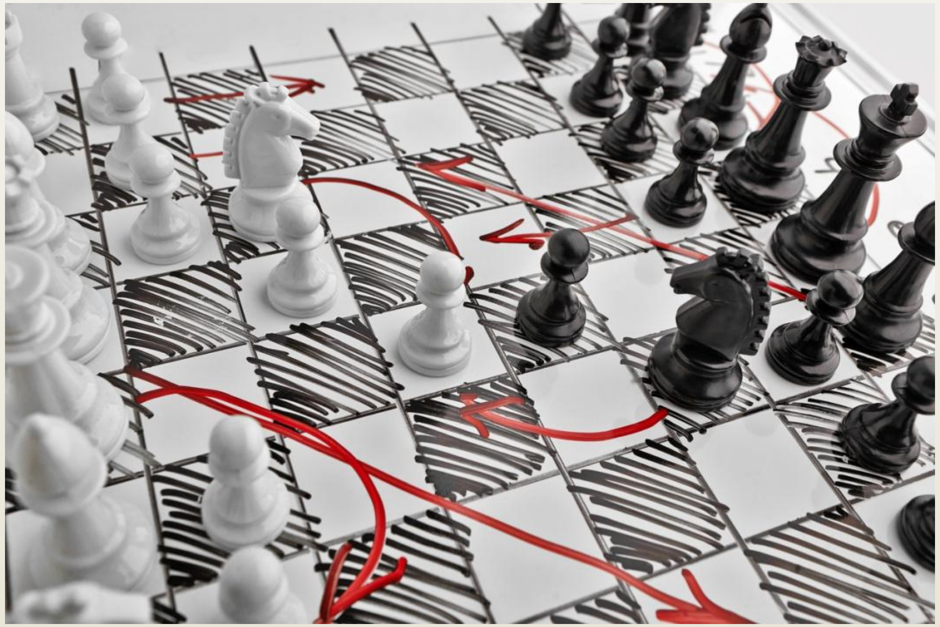


ПРИМЕР 1 «Марковский случайный процесс»

Система *S* – счетчик в такси. Состояние системы в момент *t* характеризуется количеством километров, пройденных автомобилем до данного момента. Пусть в момент t_0 счетчик показывает S_0. Вероятность того, что в момент $t > t_0$ счетчик покажет то или иное количество километров (точнее, соответствующее количество денег) S_1, зависит только от S_0, но не зависит от того, в какие моменты времени изменялись показания счетчика до момента t_0.

ПРИМЕР 2 «Марковский случайный процесс»

Система *S* – группа шахматных фигур. Состояние системы характеризуется числом фигур противника, сохранившимися на доске в момент t_0. Вероятность того, что в момент $t > t_0$ перевес будет на стороне одного из игроков, зависит в первую очередь от того, в каком состоянии система находится в данный момент t_0, а не от того, когда и в какой последовательности исчезли фигуры с доски до момента t_0.

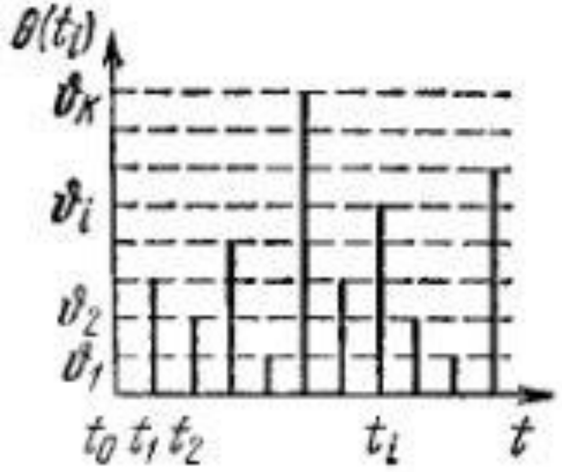


КЛАССИФИКАЦИЯ МАРКОВСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Марковские процессы принято делить на 4 вида

КЛАССИФИКАЦИЯ МАРКОВСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

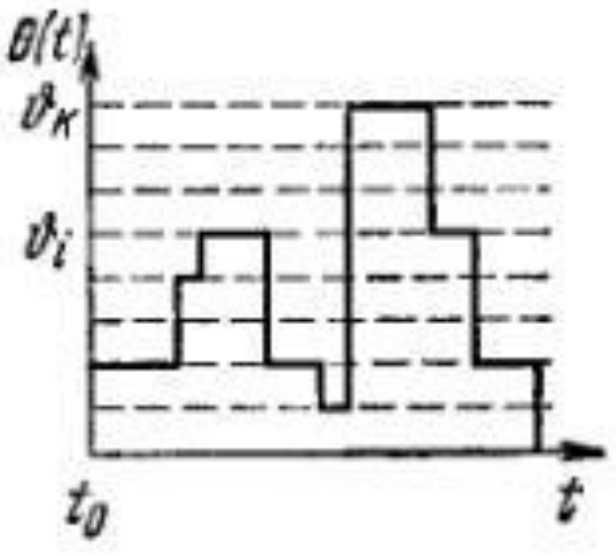
Поскольку модели массового обслуживания относятся к классу дискретных систем, то в дальнейшем будут рассматриваться только случайные процессы с дискретными состояниями.



Цепь Маркова

- *Марковская цепь* – процесс, состояния которого дискретны (т.е. их можно перенумеровать), и время, по которому он рассматривается, также дискретно (т. е. процесс может менять свои состояния только в определенные моменты времени). Такой процесс идет (изменяется) по шагам (иначе - по тактам).
  Например: Число пассажиров в транспорте только в определенные моменты времени (на остановках).

КЛАССИФИКАЦИЯ МАРКОВСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ



Дискретный марковский процесс

- *Дискретный марковский процесс* – множество состояний дискретно (можно перечислить), а время непрерывно (переход из одного состояния в другое – в любой момент времени).
  У непрерывных процессов между двумя состояниями мы можем найти промежуточное.
  Например: Число абонентов телефонной станции говорящих по телефону.

ПРИМЕР МОДЕЛИРОВАНИЯ МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ

Пример.

Рассмотрим систему обладающую тремя состояниями и предназначенную для моделирования погоды. Предполагается, что раз в день (например, в полдень) состояние погоды описывается одной из следующих характеристик:

S_1– осадки, S_2 – облачно, S_3– ясно.

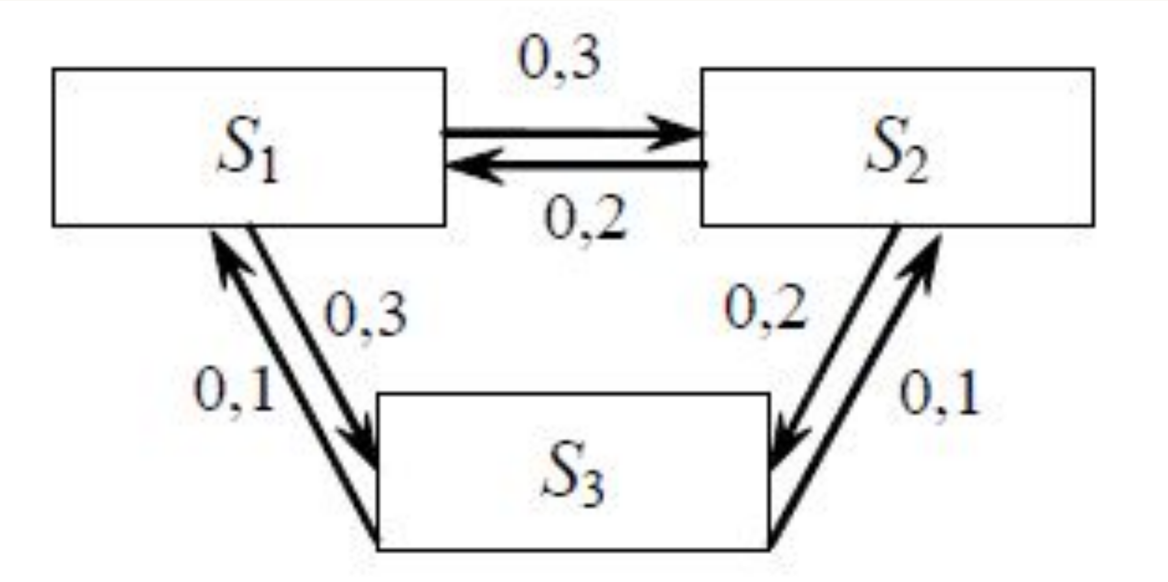
Матрица переходных вероятностей дана и имеет вид :

$$\tilde{P} = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,3 & 0,3 \\ 0,2 & 0,6 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,8 \end{pmatrix}.$$

ПРИМЕР МОДЕЛИРОВАНИЯ МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ

Составим размеченный граф состояний. Пусть известно, что сегодня – ясный день. Какова вероятность того, что завтра будет облачно, а послезавтра пойдёт дождь?

(**S_1**– осадки, **S_2** – облачно, **S_3**– ясно)



ПРИМЕР МОДЕЛИРОВАНИЯ МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ

Вероятность того, что завтра будет облачно, а послезавтра пойдёт дождь, находим по закону умножения вероятностей зависимых событий:

$$p = P_{32} P_{21} = 0{,}1 \cdot 0{,}2 = 0{,}02. \qquad (1)$$

Поставим другой вопрос: какова вероятность того, что погода останется в некотором известном состоянии ***Si*** ровно ***X*** дней? Например, если известно, что сегодня дождь, то вероятность того, что он будет идти ровно 3 дня (включая сегодняшний), равна:

$$p_1(X = 3) = (P_{11})^2 (1 - P_{11}) = 0{,}4^2 \cdot 0{,}6 = 0{,}096. \qquad (2)$$

ПРИМЕР МОДЕЛИРОВАНИЯ МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ

Математическое ожидание случайной величины ***X*** можно рассматривать как характеристику длительности данного состояния S_i в цепи Маркова. Для геометрического распределения можно получить:

$$M_i(X)=\sum_{x=1}^{\infty} x p_i(X=x)=\sum_{x=1}^{\infty} x(P_{ii})^{x-1}(1-P_{ii})=\frac{1}{1-P_{ii}}. \qquad (3)$$

ВЫВОДЫ

С помощью моделирования Марковского процесса имеется возможность прогнозирования погодных условий.

Так было выявлено, что:

- Вероятность того, что завтра будет облачно, а послезавтра пойдёт дождь равна – **0,02;**
- Вероятность того, что дождь будет идти ровно 3 дня равна – **0,096;**
- Среднее число дождливых дней подряд оказывается равным – ***1,67*** *формула (3);*
- Среднее число облачных дней – **2,5** *формула (3);*
- *Среднее число ясных дней –* ***5*** *формула (3);*

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!