



Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Московской области

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНСТИТУТ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ И ТЕХНОЛОГИИ МАШИНОСТРОЕНИЯ
КАФЕДРА УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ И СТАНДАРТИЗАЦИИ

ПРЕЗЕНТАЦИЯ

на тему:

«Понятие Марковского случайного процесса»

ВЫПОЛНИЛ:

СТУДЕНТ 2-ГО КУРСА

ГРУППЫ УУМО-19

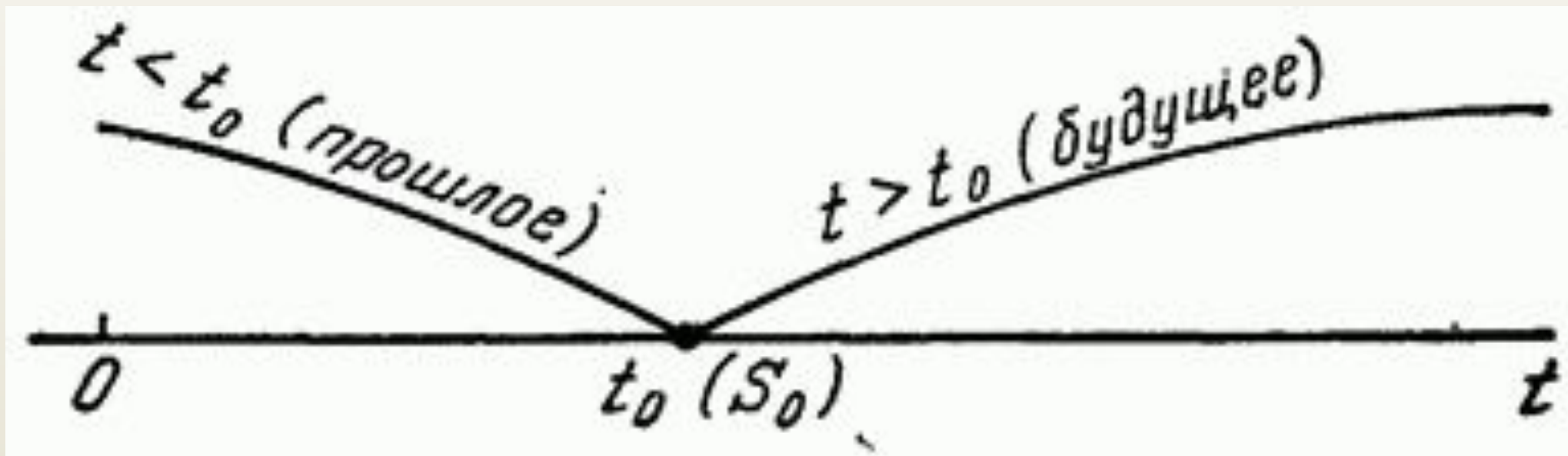
КРУТИКОВА В.В.

Королёв 2020 г.

ПОНЯТИЕ «Марковский случайный процесс»

2

Случайный процесс, протекающий в системе S с дискретными состояниями $s_1, s_2, \dots, s_i, \dots$, называется **марковским**, если для любого момента времени t_0 вероятность каждого из состояний системы в будущем (при $t > t_0$), зависит только от ее состояния в настоящем (при $t = t_0$), и не зависит от того, как система пришла в это состояние, т.е. не зависит от ее поведения в прошлом (при $t < t_0$).



ПРИМЕР 1 «Марковский случайный процесс»

3

Система S – счетчик в такси. Состояние системы в момент t характеризуется количеством километров, пройденных автомобилем до данного момента. Пусть в момент t_0 счетчик показывает S_0 . Вероятность того, что в момент $t > t_0$ счетчик покажет то или иное количество километров (точнее, соответствующее количество денег) S_1 , зависит только от S_0 , но не зависит от того, в какие моменты времени изменялись показания счетчика до момента t_0 .



ПРИМЕР 2 «Марковский случайный процесс»

Система S – группа шахматных фигур. Состояние системы характеризуется числом фигур противника, сохранившимися на доске в момент t_0 . Вероятность того, что в момент $t > t_0$ перевес будет на стороне одного из игроков, зависит в первую очередь от того, в каком состоянии система находится в данный момент t_0 , а не от того, когда и в какой последовательности исчезли фигуры с доски до момента t_0 .



КЛАССИФИКАЦИЯ МАРКОВСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

5

		Пространство состояний	
		Дискретное	Непрерывное
Значения аргумента	Дискретные	 <p>Цепь Маркова</p>	 <p>Марковская последовательность</p>
	Непрерывные	 <p>Дискретный марковский процесс</p>	 <p>Непрерывный марковский процесс</p>

Марковские процессы принято делить на 4 вида

КЛАССИФИКАЦИЯ МАРКОВСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

6

Поскольку модели массового обслуживания относятся к классу дискретных систем, то в дальнейшем будут рассматриваться только случайные процессы с дискретными состояниями.

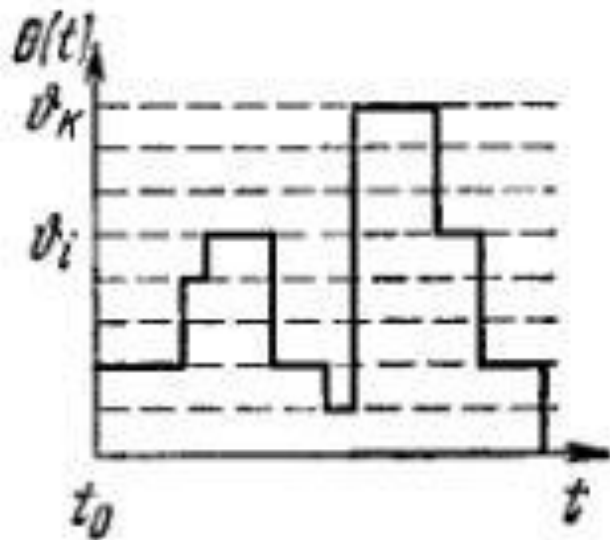


- Марковская цепь – процесс, состояния которого дискретны (т.е. их можно перенумеровать), и время, по которому он рассматривается, также дискретно (т.е. процесс может менять свои состояния только в определенные моменты времени). Такой процесс идет (изменяется) по шагам (иначе – по тактам).

Например: Число пассажиров в транспорте только в определенные моменты времени (на остановках).

КЛАССИФИКАЦИЯ МАРКОВСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

7



Дискретный марковский процесс

- Дискретный марковский процесс – множество состояний дискретно (можно перечислить), а время непрерывно (переход из одного состояния в другое – в любой момент времени).
У непрерывных процессов между двумя состояниями мы можем найти промежуточное.
Например: Число абонентов телефонной станции говорящих по телефону.

ПРИМЕР МОДЕЛИРОВАНИЯ МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ

8

Пример.

Рассмотрим систему обладающую тремя состояниями и предназначенную для моделирования погоды. Предполагается, что раз в день (например, в полдень) состояние погоды описывается одной из следующих характеристик:

S_1 – осадки, S_2 – облачно, S_3 – ясно.

Матрица переходных вероятностей дана и имеет вид :

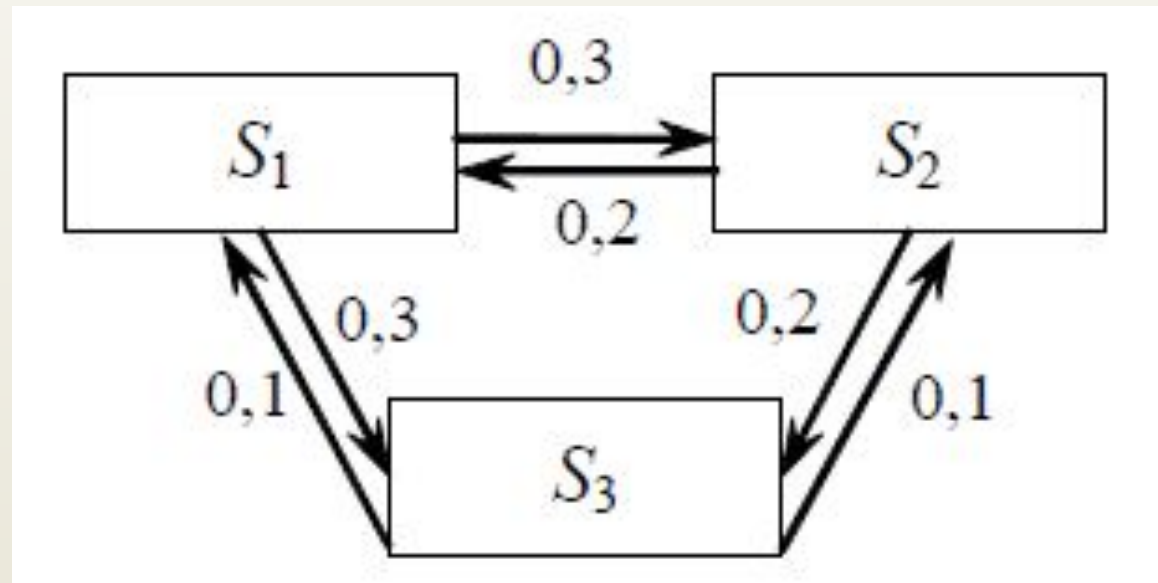
$$\tilde{P} = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,3 & 0,3 \\ 0,2 & 0,6 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,8 \end{pmatrix}.$$

ПРИМЕР МОДЕЛИРОВАНИЯ МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ

9

Составим размеченный граф состояний. Пусть известно, что сегодня – ясный день. Какова вероятность того, что завтра будет облачно, а послезавтра пойдёт дождь?

(S_1 – осадки, S_2 – облачно, S_3 – ясно)



ПРИМЕР МОДЕЛИРОВАНИЯ МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ

Вероятность того, что завтра будет облачно, а послезавтра пойдёт дождь, находим по закону умножения вероятностей зависимых событий:

$$p = P_{32}P_{21} = 0,1 \cdot 0,2 = 0,02. \quad (1)$$

Поставим другой вопрос: какова вероятность того, что погода останется в некотором известном состоянии S_i ровно X дней? Например, если известно, что сегодня дождь, то вероятность того, что он будет идти ровно 3 дня (включая сегодняшней), равна:

$$p_1(X = 3) = (P_{11})^2 (1 - P_{11}) = 0,4^2 \cdot 0,6 = 0,096. \quad (2)$$

ПРИМЕР МОДЕЛИРОВАНИЯ МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ

11

Математическое ожидание случайной величины X можно рассматривать как характеристику длительности данного состояния S_i в цепи Маркова. Для геометрического распределения можно получить:

$$M_i(X) = \sum_{x=1}^{\infty} x p_i(X=x) = \sum_{x=1}^{\infty} x (P_{ii})^{x-1} (1 - P_{ii}) = \frac{1}{1 - P_{ii}}. \quad (3)$$

С помощью моделирования Марковского процесса имеется возможность прогнозирования погодных условий.

Так было выявлено, что:

- Вероятность того, что завтра будет облачно, а послезавтра пойдёт дождь равна – **0,02**;
- Вероятность того, что дождь будет идти ровно 3 дня равна – **0,096**;
- Среднее число дождливых дней подряд оказывается равным – **1,67** формула (3);
- Среднее число облачных дней – **2,5** формула (3);
- Среднее число ясных дней – **5** формула (3);

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!