



Проценты и временная СТОИМОСТЬ ДЕНЕГ

Оборин М.С., д.э.н., профессор
Пермского института (филиала) ФГБОУ ВО
«Российского экономического университета
имени Г.В. Плеханова»



КЛЮЧЕВЫЕ ПОНЯТИЯ

- Процент
- Дисконтирование
- Наращение
- Аннуитет
- Будущая стоимость
- Текущая стоимость
- Ставка дисконта
- Фактор фонда возмещения
- Взнос на амортизацию денежной единицы



Временная ценность денег

- Полученная сегодня сумма обладает большей ценностью, чем ее эквивалент, полученный в будущем.
- Будущие поступления менее ценны, чем современные, так как имеющиеся сегодня деньги могут быть инвестированы и принести доход в будущем.
- Сберегаемые деньги подвержены всевозможным рискам.



Основные понятия теории стоимости денег во времени

- **процент** - это доход от предоставления денег в долг в различных формах, либо от инвестиций производственного или финансового характера;
- **процентная ставка** - относительная величина дохода за фиксированный интервал времени, измеряемая в процентах или в виде дроби;
- **период начисления** - интервал времени, к которому приурочена процентная ставка;



Основные понятия теории стоимости денег во времени

- **капитализация процента** - присоединение начисленных процентов к основной сумме;
- **наращение** - увеличение первоначальной суммы в связи с капитализацией;
- **дисконтирование** - приведение стоимостной величины, относящейся к будущему, на некоторый, обычно более ранний момент времени.



Условные обозначения:

I – проценты за весь срок ссуды (*interest*);

PV – первоначальная сумма долга или современная (текущая) стоимость (*present value*);

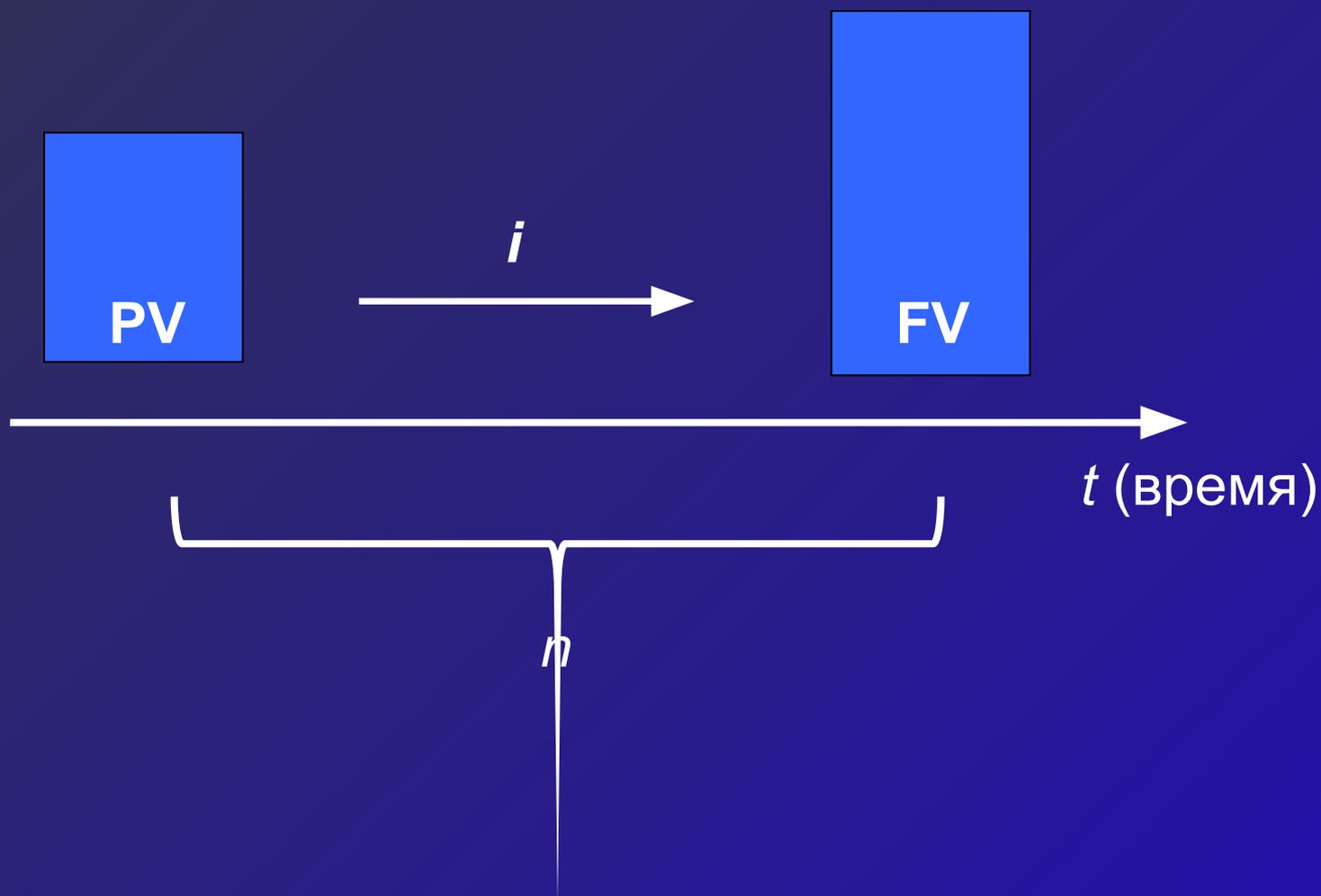
i – ставка процентов за период (*interest rate*);

FV – наращенная сумма или будущая стоимость (*future value*), т.е. первоначальная сумма долга с начисленными на нее процентами к концу срока ссуды;

n – срок ссуды в годах.

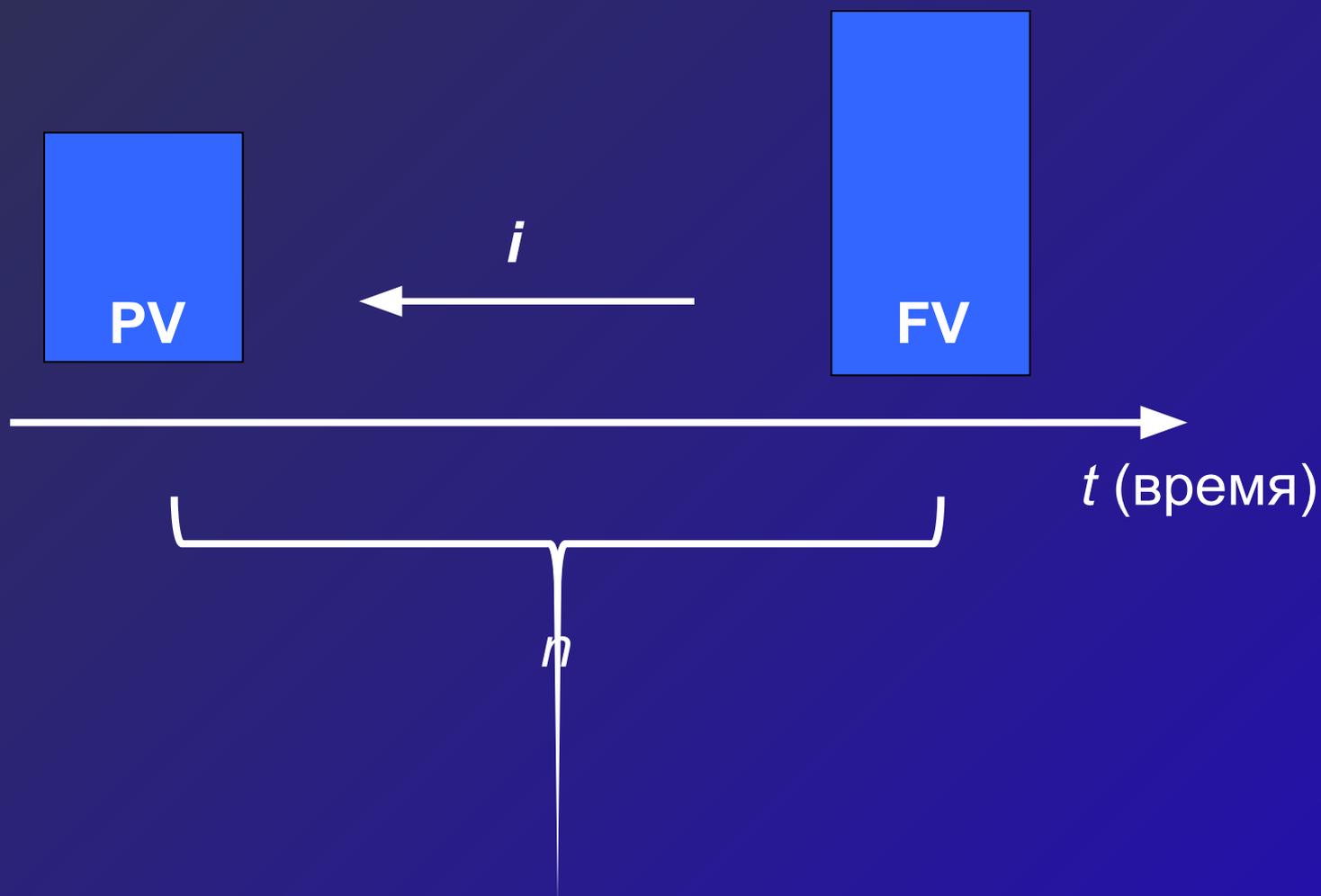


Операция наращения





Операция дисконтирования





В зависимости от базы для начисления процента различают:

- **Простой процент**
- **Сложный процент**



Формула простых процентов

$$\begin{aligned} FV &= PV + I = PV + i \cdot PV \cdot n = \\ &= PV (1 + i \cdot n) = PV \cdot kn, \end{aligned}$$

где kn – коэффициент (множитель) наращенния простых процентов.



Применение схемы сложных процентов целесообразно в тех случаях, когда:

- Срок ссуды более года.
- Проценты не выплачиваются по мере их начисления, а присоединяются к первоначальной сумме долга.
- Присоединение начисленных процентов к сумме долга, которая служит базой для их начисления, называется капитализацией процентов.



Формула сложных процентов

$$FV = PV \cdot (1 + i)^n ,$$

где FV – наращенная сумма долга;

PV – первоначальная сумма долга;

i – ставка процентов в периоде начисления;

n – количество периодов начисления.



Номинальная ставка

(nominal rate) – годовая ставка процентов, исходя из которой определяется величина ставки процентов в каждом периоде начисления, при начислении сложных процентов несколько раз в год.

Эта ставка:

не отражает реальной эффективности сделки;
не может быть использована для сопоставлений.



Эффективная ставка

(*effective rate*), измеряет тот *реальный относительный доход*, который получен в целом за год, с учетом внутригодовой капитализации.

Эффективная ставка показывает, какая годовая ставка сложных процентов дает тот же финансовый результат, что и m -разовое наращение в год по ставке j / m :



Сущность потока платежей

- Ряд распределенных во времени выплат и поступлений называется **потоком платежей**.
- Поток платежей, все члены которого имеют одинаковое направление (знак), а временные интервалы между последовательными платежами постоянны, называется **финансовой рентой** или **аннуитетом**.
- Члены потока могут быть как положительными величинами (поступления), так и отрицательными величинами (выплатами), а временные интервалы между членами такого потока могут быть равными и неравными.



Обобщающие характеристики финансовых потоков

- Нарощенная сумма.
- Текущая стоимость потока платежей.



Наращенная сумма

- Сумма всех платежей с начисленными на них процентами к концу срока ренты.
- Это может быть обобщенная сумма задолженности, итоговый объем инвестиций и т.п.
- Наращенные отдельные платежи представляют собой члены геометрической прогрессии с первым членом равным R и множителем равным $(1 + i)$.



Операция наращивания финансовой ренты





Определение наращенной суммы для годовой постоянной обычной ренты

$$FVA = R \frac{(1+i)^n - 1}{i} = R \cdot s_{n,i},$$

где

FVA – наращенная сумма ренты;

R – размер члена ренты, т.е. размер очередного платежа;

i – годовая процентная ставка, по которой на платежи начисляются сложные проценты;

n – срок ренты в годах,

$s_{n,i}$ – коэффициент наращения ренты.



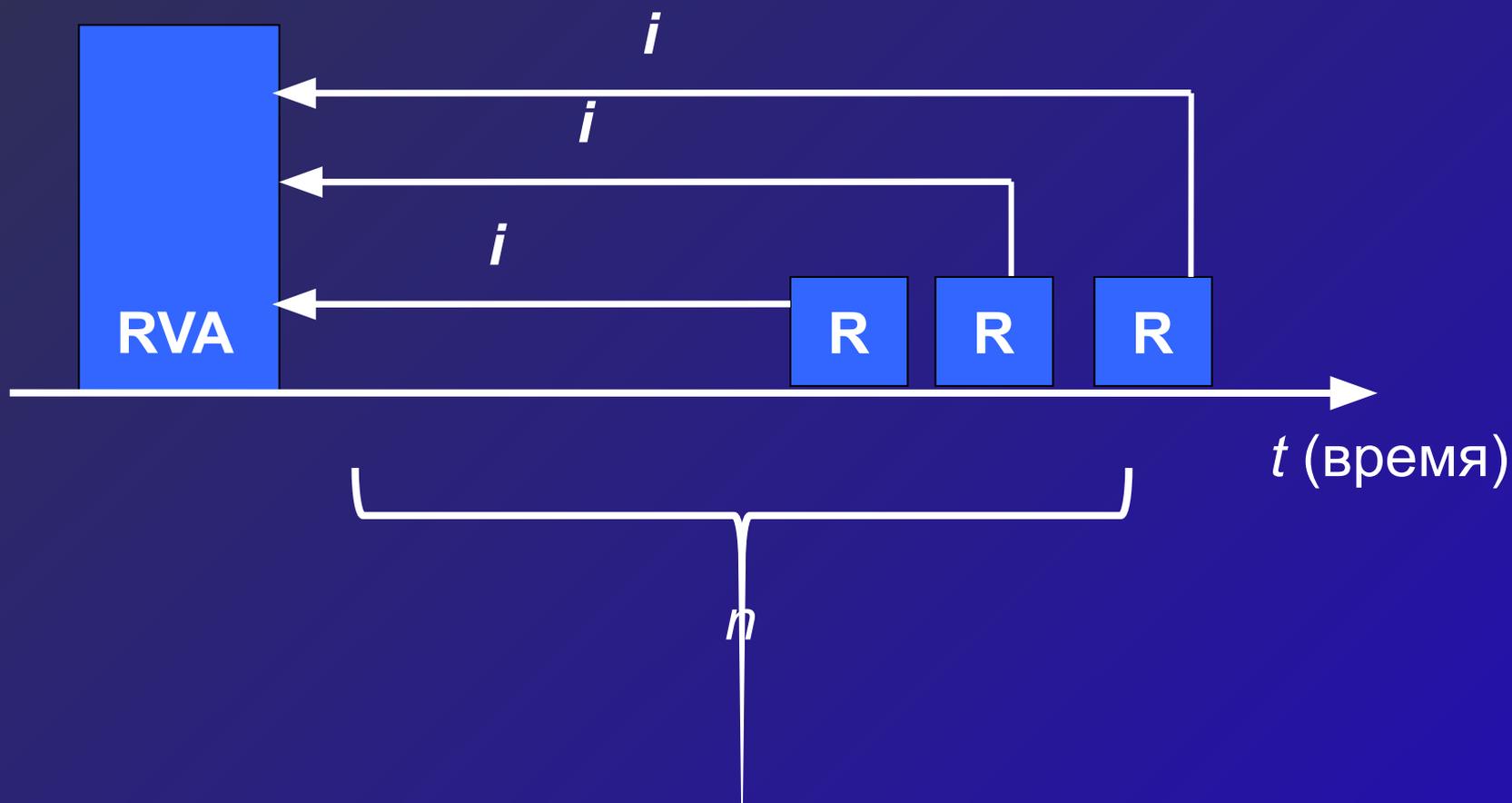
Современная (текущая) величина потока платежей (капитализированная или приведенная величина)

– это сумма платежей, дисконтированных на момент начала ренты по ставке начисляемых сложных процентов.

Данная характеристика показывает, какую сумму следовало бы иметь первоначально, чтобы, разбив ее на равные взносы, на которые начислялись бы установленные проценты в течение всего срока, можно было бы получить указанную наращенную сумму.



Операция определения текущей стоимости платежей





Годовая обычная рента

В простейшем случае, для годовой обычной ренты с выплатами в конце каждого года, когда момент оценки совпадает с началом ренты, современная величина финансовой ренты равна:

$$PVA = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} = R \cdot a_{n;i}$$

Дробь в формуле – **коэффициент приведения ренты** ($a_{n;i}$), значения которого табулированы для широкого круга значений, поскольку зависят от ставки процентов (i) и от числа лет (n)



Величина годовой и срочной ренты

Годовая рента с начислением процентов несколько раз в год:

$$PVA = R \frac{1 - (1 + i/m)^{-mn}}{(1 + i/m)^m - 1}$$

Срочная рента при начислении процентов один раз в год:

$$PVA = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{p[(1 + i)^{1/p} - 1]}$$



Текущая величина ренты

Срочная рента с неоднократным начислением процентов в течение года, при условии, что число выплат не равно числу начислений:

$$PVA = R \frac{1 - (1 + i/m)^{-mp}}{p[(1 + i/m)^{m/p} - 1]}$$



Величина рентного платежа

Если сумма долга определена на какой-либо момент в будущем (FVA), тогда величину последующих взносов в течение n лет при начислении на них процентов по ставке i можно определить по формуле:

$$R = \frac{FVA \cdot i}{(1+i)^n - 1} = \frac{FVA}{s_{n,i}},$$



Величина рентного платежа

Если исходной величиной является текущая стоимость финансовой ренты, тогда, исходя из ставки процента и срока ренты, разовый платеж находится по формуле:

$$R = \frac{PVA \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}} = \frac{PVA}{a_{n,i}}$$



ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Основные понятия и определения теории стоимости денег во времени.
2. В чем заключается сущность функции «будущая стоимость единицы»? Формула расчета, область применения.
3. В чем заключается сущность функции «настоящая стоимость единицы»? Формула расчета, область применения.
4. В чем заключается сущность функции «настоящая стоимость аннуитета»? Формула расчета, область применения.
5. В чем заключается сущность функции «взнос на амортизацию единицы»? Формула расчета, область применения.
6. В чем заключается сущность функции «будущая стоимость аннуитета»? Формула расчета, область применения.
7. В чем заключается сущность функции «взнос на формирование фонда возмещения»? Формула расчета, область применения.
8. Какова взаимосвязь между шестью функциями сложного процента?