

# Параллелограмм и трапеция



# Параллелограмм.

Определение: Параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

На рисунке изображен параллелограмм ABCD:  $AB \parallel CD$ ,  $AD \parallel BC$ .  
Параллелограмм является выпуклым четырехугольником.



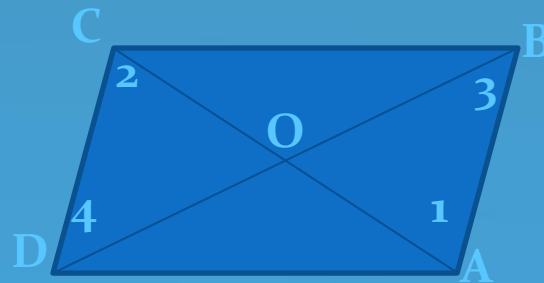
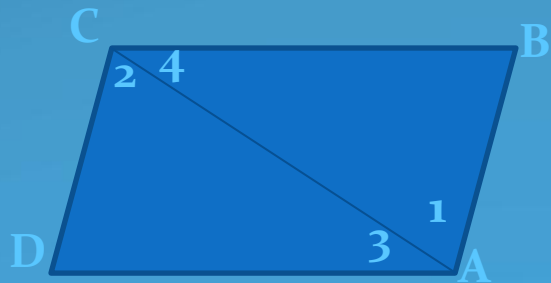
## Рассмотрим некоторые свойства параллелограмма.

1. В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.

Рассмотрим параллелограмм ABCD (рис. слева). Диагональ AC разделяет его на два треугольника: ABC и ADC. Эти треугольники равны по стороне и двум прилежащим углам (AC-общая сторона,  $\angle 1 = \angle 2$  и  $\angle 3 = \angle 4$  как накрест лежащие углы при пересечении секущей AC параллельных прямых AB и CD, AD и BC соответственно). Поэтому  $AB = CD$ ,  $AD = BC$ , и  $\angle B = \angle D$ . Далее, пользуясь равенствами углов 1 и 2, 3 и 4, получаем  $\angle A = \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4 = \angle C$ .

2. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

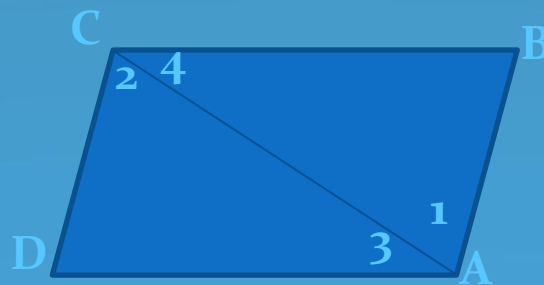
Пусть O - точка пересечения диагоналей AC и BD параллелограмма ABCD (рис. справа). Треугольники AOB и COD равны по стороне и двум прилежащим углам ( $AB = CD$  как противоположные стороны параллелограмма,  $\angle 1 = \angle 2$  и  $\angle 3 = \angle 4$  как накрест лежащие углы при пересечении параллельных прямых AB и CD секущими AC и BD соответственно). Поэтому  $AO = OC$  и  $OB = OD$ , что и требовалось доказать.



# Признаки параллелограмма

1. Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник-параллелограмм.

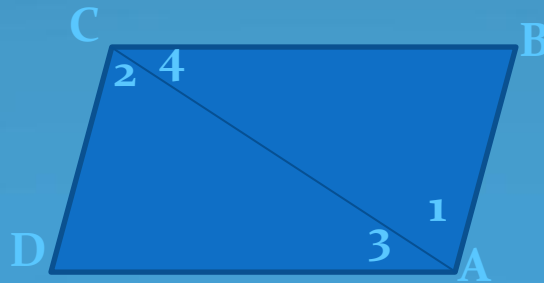
Пусть в четырехугольнике  $ABCD$  стороны  $AB$  и  $CD$  параллельны и  $AB=CD$  (см.рис). Проведем диагональ  $AC$ , разделяющую данный четырехугольник на два треугольника:  $ABC$  и  $CDA$ . Эти треугольники равны по двум сторонам и углу между ними ( $AC$ -общая сторона,  $AB=CD$  по условию,  $\angle 1=\angle 2$  как накрест лежащие углы при пересечении параллельных прямых  $AB$  и  $CD$  секущей  $AC$ ), поэтому  $\angle 3=\angle 4$ . Но углы  $3$  и  $4$  накрест лежащие при пересечении прямых  $AD$  и  $BC$  секущей  $AC$ , следовательно,  $AD\parallel BC$ . Таким образом, в четырехугольнике  $ABCD$  противоположные стороны попарно параллельны, и, значит четырехугольник  $ABCD$ -параллелограмм.



# Признаки параллелограмма

2. Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник – параллелограмм.

Проведем диагональ  $AC$  данного четырехугольника  $ABCD$ , разделяющую его на треугольники  $ABC$  и  $CDA$  (см.рис.). Эти треугольники равны по трем сторонам ( $AC$ -общая сторона,  $AB=CD$  и  $BC=DA$  по условию), поэтому  $\angle 1 = \angle 2$ . Отсюда следует, что  $AB \parallel CD$ . Так как  $AB=CD$  и  $AB \parallel CD$ , то по признаку 1 четырехугольник  $ABCD$  – параллелограмм.



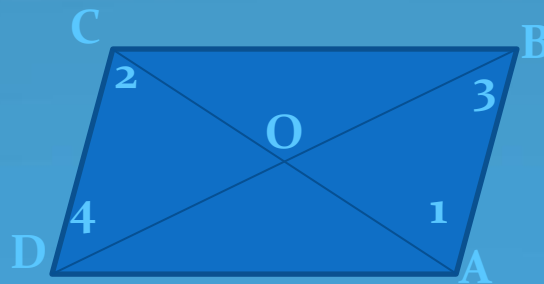
# Признаки параллелограмма

3. Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник – параллелограмм.

Рассмотрим четырехугольник  $ABCD$ , в котором диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $O$  и делятся этой точкой пополам (см.рис.). Треугольники  $AOB$  и  $COD$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AO=OC$ ,  $BO=OD$  по условию,  $\angle AOB = \angle COD$  как вертикальные углы), поэтому  $AB=CD$  и  $\angle 1 = \angle 2$ .

Из равенства углов 1 и 2 следует, что  $AB \parallel CD$ .

Итак, в четырехугольнике  $ABCD$  стороны  $AB$  и  $CD$  равны и параллельны, значит, по признаку 1 четырехугольник  $ABCD$  – параллелограмм.

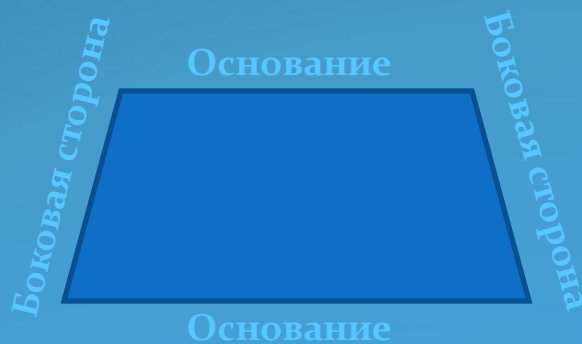


# Трапеция

Трапецией называется четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны.

Параллельные стороны трапеции называются ее *основаниями*, а две другие стороны – *боковыми сторонами* (рис.слева)

Трапеция называется *равнобедренной*, если ее боковые стороны равны (рис. посередине). Трапеция, один из углов которой прямой, называется *прямоугольной* (рис.справа).



# Вопросы

1. Что такое параллелограмм? Его свойства.
2. Признаки параллелограмма.
3. Что такое трапеция?
4. Какая трапеция называется равнобедренной, прямоугольной?