Параллелограмм и трапеция

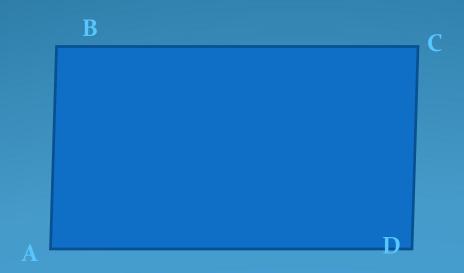




Параллелограмм.

<u>Определение:</u> Параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

На рисунке изображен параллелограмм ABCD: AB||CD, AD||BC. Параллелограмм является выпуклым четырехугольником.

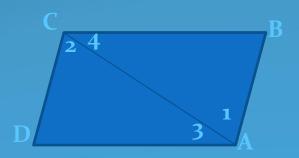


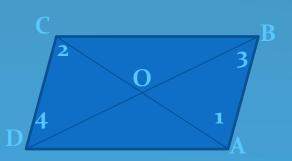
Рассмотрим некоторые свойства параллелограмма.

1. В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.

Рассмотрим параллелограмм ABCD (рис. слева). Диагональ AC разделяет его на два треугольника: ABC и ADC. Эти треугольники равны по стороне и двум прилежащим углам (AC-общая сторона, $\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 3 = \angle 4$ как накрест лежащие углы при пересечении секущей AC параллельных прямых AB и CD, AD и BC соответственно). Поэтому AB=CD, AD=BC, и \angle B= \angle D. Далее, пользуясь равенствами углов 1 и 2, 3 и 4, получаем \angle A= \angle 1+ \angle 3= \angle 2+ \angle 4= \angle C.

2. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам. Пусть О - точка пересечения диагоналей АС и ВО параллелограмма АВСО (рис. справа). Треугольники АОВ и СОО равны по стороне и двум прилежащим углам (АВ=СО как противоположные стороны параллелограмма, /1= /2 и /3= /4 как накрест лежащие углы при пересечении параллельных прямых АВ и СО секущими АС и ВО соответственно). Поэтому АО=ОС и ОВ=ОО, что и требовалось доказать.

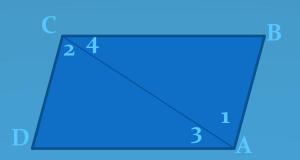




Признаки параллелограмма

1. Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник-параллелограмм.

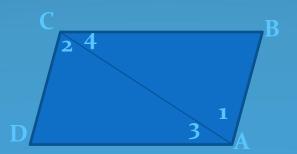
Пусть в четырехугольнике ABCD стороны AB и CD параллельны и AB=CD(см.рис). Проведем диагональ AC, разделяющую данный четырехугольник на два треугольника: ABC и CDA. Эти треугольники равны по двум сторонам и углу между ними (AC-общая сторона, AB=CD по условию, /1=/2 как накрест лежащие углы при пересечении параллельных прямых AB и CD секущей AC), поэтому /3=/4. Но углы 3 и 4 накрест лежащие при пересечении прямых AD и BC секущей AC, следовательно, AD||BC. Таким образом, в четырехугольнике ABCD противоположные стороны попарно параллельны, и, значит четырехугольник ABCD-параллелограмм.



Признаки параллелограмма

2. Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник – параллелограмм.

Проведем диагональ AC данного четырехугольника ABCD, разделяющую его на треугольники ABC и CDA (см.рис.). Эти треугольники равны по трем сторонам (AC-общая сторона, AB=CD и BC=DA по условию), поэтому \angle 1= \angle 2. Отсюда следует, что AB||CD. Так как AB=CD и AB||CD, то по признаку 1 четырехугольник ABCD – параллелограмм.



Признаки параллелограмма

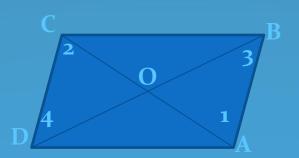
3. Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник – параллелограмм.

Рассмотрим четырехугольник ABCD, в котором диагонали AC и BD пересекаются в точке O и делятся этой точкой пополам (см.рис.). Треугольники AOB и COD равны по первому признаку равенства треугольников (AO=OC, BO=OD по условию,

_ AOB= _ COD как вертикальные углы), поэтому AB=CD и _ 1=_2.

Из равенства углов 1 и 2 следует, что AB||CD.

Итак, в четырехугольнике ABCD стороны AB и CD равны и параллельны, значит, по признаку 1 четырехугольник ABCD – параллелограмм.



Трапеция

Трапецией называется четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны.

Параллельные стороны трапеции называются ее основаниями, а две другие стороны – боковыми сторонами (рис.слева)

Трапеция называется *равнобедренной*, если ее боковые стороны равны (рис. посередине). Трапеция, один из углов которой прямой, называется *прямоугольной* (рис.справа).







Вопросы

- 1. Что такое параллелограмм? Его свойства.
- 2. Признаки параллелограмма.
- 3. Что такое трапеция?
- 4. Какая трапеция называется равнобедренной, прямоугольной?