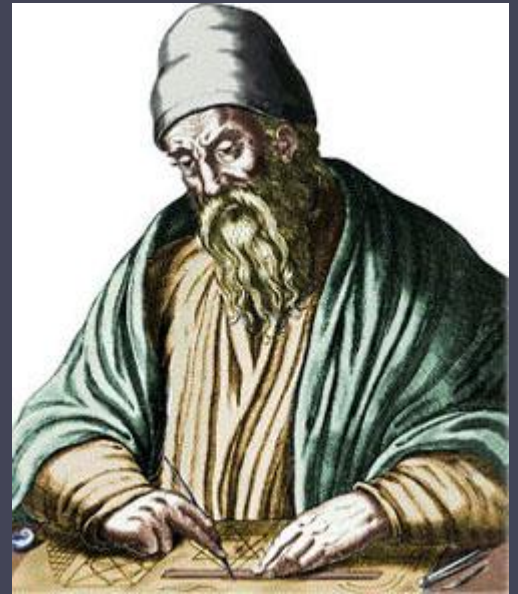
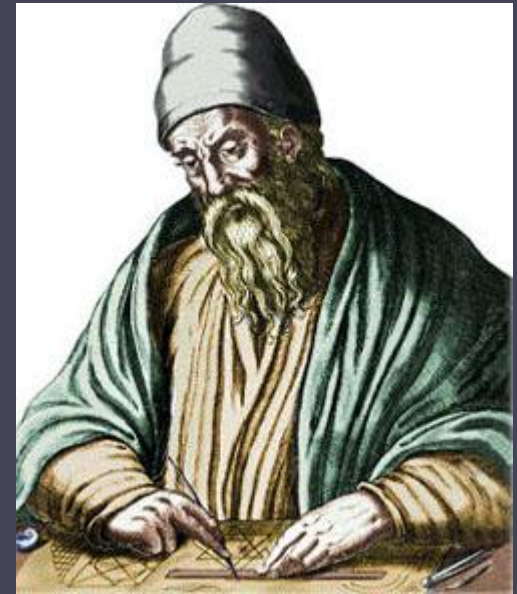


АЛГОРИТМ ЕВКЛИДА



АЛГОРИТМ ЕВКЛИДА



Евклид
(365-300 до. н. э.)

Алгоритм Евклида - это алгоритм нахождения наибольшего общего делителя (НОД) двух целых неотрицательных чисел.

Древнегреческие математики называли этот алгоритм ἀνθυφαίρεσις или ἀνταναίρεσις — «взаимное вычитание».

НОД = наибольший общий делитель двух натуральных чисел – это наибольшее число, на которое оба исходных числа делятся без остатка.

Вычисление НОД

$$\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(a-b, b) = \text{НОД}(a, b-a)$$

Заменяем большее из двух чисел **разностью** большего и меньшего до тех пор, пока они не станут равны. Это и есть НОД.

Пример :

$$\text{НОД}(18, 45) = \text{НОД}(18, 45-18) = \text{НОД}(18, 27) = \text{НОД}(18, 9) = \\ = \text{НОД}(9, 9) = 9$$

Задачи

Найдите НОД и НОК чисел, используя Алгоритм Евклида $M=32$, $N=24$; $M=696$, $N=234$.

1. Проверить, являются ли два данных числа взаимно простыми.
Примечание. Два числа называются взаимно простыми, если их наибольший общий делитель равен 1.
2. Найти наименьшее общее кратное (НОК) чисел 645 и 381 , если $\text{НОК}(n, m) = n * m / \text{НОД}(n, m)$.
3. Даны натуральные числа $m(120)$ и $n(75)$. Найти такие натуральные p и q , не имеющие общих делителей, что $p / q = m / n$.
4. Найти НОД трех чисел 112 , 81 , 342 .
Примечание. $\text{НОД}(a, b, c) = \text{НОД}(\text{НОД}(a, b), c)$

Найдите НОД (111 ... 111, 11 ... 11) – в записи первого числа 100 единиц,
в записи второго – 60.

Докажите, что существуют целые числа m и n такие, что $ma + nb = 1$. е)

Какова последняя цифра числа 137^{100} ?

Найти наибольший общий делитель чисел 420 и 148, путем разложения
на простые множители.

ЕВКЛИД, древнегреческий математик.
Работал в Александрии в 3 в. до н. э.
Главный труд "Начала" (15 книг),
содержащий основы античной
математики, элементарной геометрии,
теории чисел, общей теории отношений
и метода определения площадей и
объемов, включавшего элементы теории
пределов.
Оказал огромное влияние на развитие
математики.
Работы по астрономии, оптике, теории
музыки.