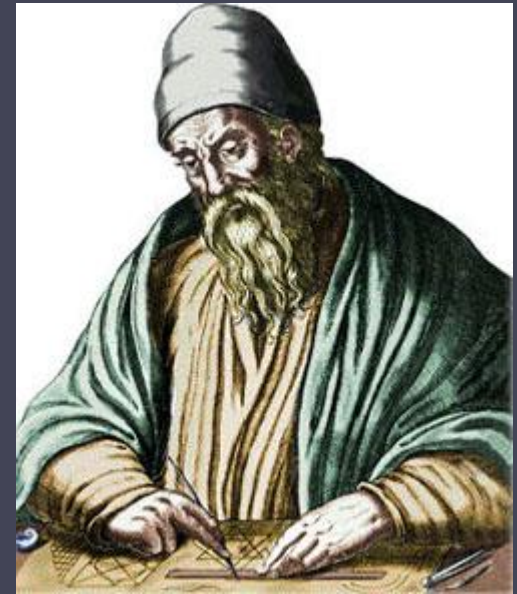


# АЛГОРИТМ ЕВКЛИДА



# АЛГОРИТМ ЕВКЛИДА



Евклид  
(365-300 до. н. э.)

*Алгоритм Евклида* - это алгоритм нахождения наибольшего общего делителя (НОД) двух целых неотрицательных чисел.

Древнегреческие математики называли этот алгоритм  $\alpha\nu\theta\upsilon\varphi\alpha\iota\rho\epsilon\iota\varsigma$  или  $\alpha\nu\tau\alpha\upsilon\alpha\iota\rho\epsilon\iota\varsigma$  — «взаимное вычитание».

**НОД** = наибольший общий делитель двух натуральных чисел – это наибольшее число, на которое оба исходных числа делятся без остатка.

## Вычисление НОД

$$\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(a-b, b) = \text{НОД}(a, b-a)$$

Заменяем большее из двух чисел **разностью** большего и меньшего до тех пор, пока они не станут равны. Это и есть НОД.

### Пример :

$$\text{НОД}(18, 45) = \text{НОД}(18, 45-18) = \text{НОД}(18, 27) = \text{НОД}(18, 9) = \\ = \text{НОД}(9, 9) = 9$$

# Задачи

Найдите НОД и НОК чисел, используя Алгоритм Евклида  $M=32$ ,  $N=24$ ;  $M=696$ ,  $N=234$ .

1. Проверить, являются ли два данных числа взаимно простыми.  
*Примечание.* Два числа называются взаимно простыми, если их наибольший общий делитель равен 1.
2. Найти наименьшее общее кратное (НОК) чисел  $645$  и  $381$ , если  $\text{НОК}(n, m) = n * m / \text{НОД}(n, m)$ .
3. Даны натуральные числа  $m(120)$  и  $n(75)$ . Найти такие натуральные  $p$  и  $q$ , не имеющие общих делителей, что  $p / q = m / n$ .
4. Найти НОД трех чисел  $112$ ,  $81$ ,  $342$ .  
*Примечание.*  $\text{НОД}(a, b, c) = \text{НОД}(\text{НОД}(a, b), c)$

Найдите НОД (111 ... 111, 11 ... 11) – в записи первого числа 100 единиц,  
в записи второго – 60.

Докажите, что существуют целые числа  $m$  и  $n$  такие, что  $ma + nb = 1$ . е)

Какова последняя цифра числа  $137^{100}$  ?

Найти наибольший общий делитель чисел 420 и 148, путем разложения  
на простые множители.

**ЕВКЛИД**, древнегреческий математик.  
Работал в Александрии в 3 в. до н. э.  
Главный труд "Начала" (15 книг),  
содержащий основы античной  
математики, элементарной геометрии,  
теории чисел, общей теории отношений  
и метода определения площадей и  
объемов, включавшего элементы теории  
пределов.  
Оказал огромное влияние на развитие  
математики.  
Работы по астрономии, оптике, теории  
музыки.