КУРС ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

ЛЕКЦИЯ **13**

ВОЛНЫ. КВАНТЫ. ЧАСТИЦЫ

Интерференция

Интерференция – это явление усиления или ослабления интенсивности результирующей волны вследствие наложения нескольких когерентных волн.

Когерентные волны – это волны одинаковой частоты, разность фаз которых в каждой точке пространства остается неизменной сколь угодно долго.

Классические методы наблюдения интерференции:

1. опыт Юнга;
2. опыт с зеркалами Френеля;
3. опыт с бипризмой Френеля и др.

Опыт Юнга

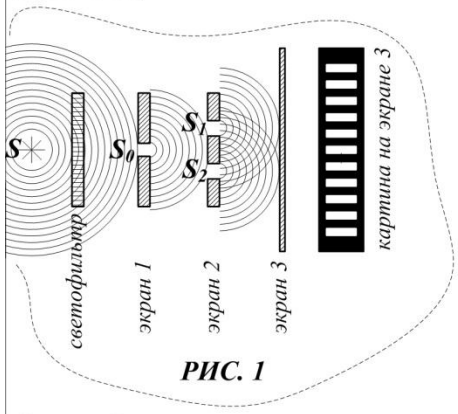


РИС. 1

Немонохроматический источник света S испускает световую волну, которая проходит через светофильтр. Светофильтр выделяет из всего спектра немонохроматического излучения волну определенной частоты. Данная волна попадает на узкую прямоугольную щель экрана 1. Данная щель является источником монохроматического излучения S_0, от которого световая волна падает на две узкие равноудаленные щели S_1 **и** S_2, параллельные щели S_0. Таким образом, щели S_1 **и** S_2 играют роль когерентных источников света. Интерференционная картина наблюдается на экране 3, расположенном на некотором расстоянии параллельно *S1* и *S2*. Впервые явление интерференции наблюдал Юнг.

Зеркала Френеля

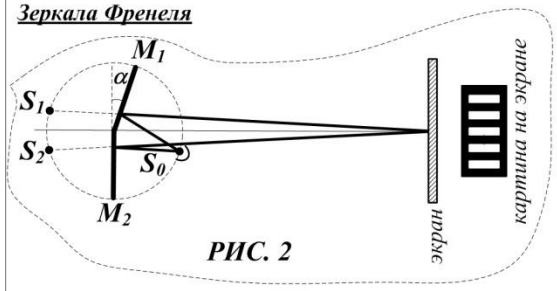


РИС. 2

Два плоских соприкасающихся зеркала M_1 и M_2 располагаются так, что их отражающие поверхности образуют угол, близкий к π. Узкая светящаяся щель S_0 помещается параллельно линии пересечения зеркал. Вспомогательный экран преграждает свету путь от источника S_0 к наблюдателю.

Источниками когерентных волн служат два мнимых изображения S_1 и S_2 источника света S_0.

Бипризма Френеля

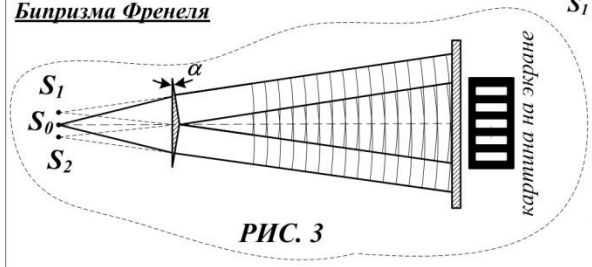


РИС. 3

Бипризма Френеля получена из двух одинаковых, сложенных основаниями призм с малыми преломляющими углами α (~ нескольких минут). Параллельно этому основанию на расстоянии от него располагается источник света S_0. Свет от источника преломляется в обеих призмах, в результате чего за бипризмой распространяются световые пучки, как бы исходящие из мнимых источников, являющихся когерентными. На экране происходит наложение когерентных световых пучков и наблюдается интерференция.

Интерференция света от двух когерентных источников. Условия максимумов и минимумов интенсивности света при интерференции

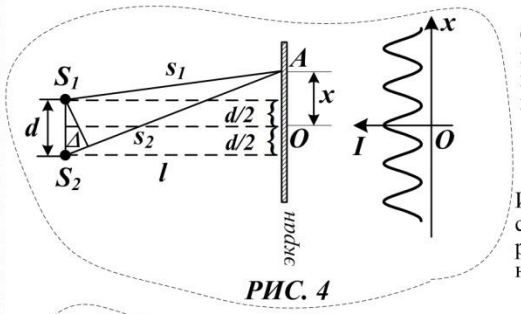


РИС. 4

Две монохроматические световые волны (***РИС. 4***) от источников S_1 и S_2, накладываясь друг на друга, возбуждают в точке A колебания одинакового направления

$$E_1 = A_1 \cos(\omega t - k s_1) \quad \text{è}$$

$$E_2 = A_2 \cos(\omega t - k s_2).$$

Из векторной диаграммы на ***РИС. 5*** следует, что амплитуда результирующего колебания в точке наблюдения

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\delta,$$

где $\delta = \varphi_2 - \varphi_1$.

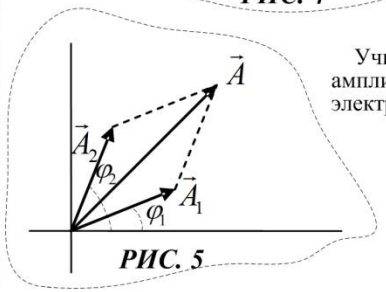


РИС. 5

Учитывая связь между интенсивностью света и амплитудой колебания вектора напряженности электрического поля световой волны, запишем

$$\boxed{I = I_1 + I_2 + \sqrt{I_1 I_2}\cos\delta}.$$

Учтем, что

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}\left(s_2 \cdot n_2 - s_1 \cdot n_1\right) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\left(L_2 - L_1\right) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\cdot\Delta,$$

где λ_0 – длина волны света в вакууме; n_2 и n_1 – показатели преломления сред, в которых распространяются волны 1 и 2, соответственно; L_2 и L_1 – оптические длины пути волн 1 и 2 соответственно; Δ – оптическая разность пути волн 1 и 2.

Из выражения для интенсивности результирующей волны видно, что максимумы и минимумы интенсивности света определяются условиями

$$\Delta_{max} = \pm m\lambda;\ m = 0;1;2;3;....$$ - ***условие максимума интенсивности;***

$$\Delta_{min} = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda;\ m = 0;1;2;3;....$$ - ***условие минимума интенсивности.***

Из геометрии опыта (***см. РИС. 4***) следует, что

$$\boxed{\Delta = \frac{xd}{l}}.$$

Отсюда, координаты максимумов и минимумов на экране определяются выражением

$$\boxed{x = \frac{\Delta l}{d}}.$$

Зная координаты максимумов и минимумов легко определить ширину интерференционной полосы. Ширина интерференционной полосы равна расстоянию между двумя ближайшими минимумами.

Интерференция в тонких пленках

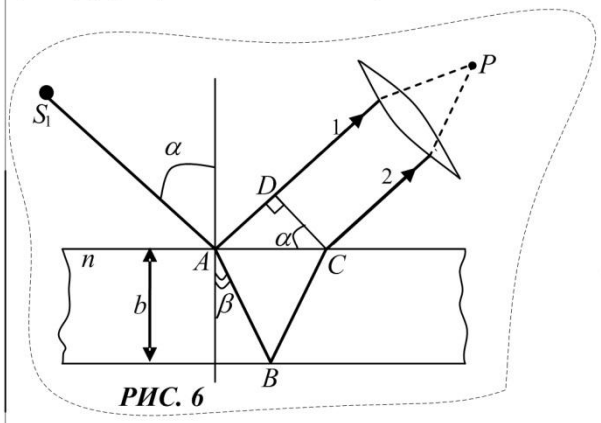


РИС. 6

Имеется тонкая пленка в виде плоскопараллельной прозрачной в видимой части спектра пластинки. Тонкий параллельный пучок света падает на пластинку под углом α. Он частично отражается, частично преломляется. Преломленный луч достигает нижней границы, снова частично отражается, доходит до верхней границы и выходит на поверхность. Лучи 1 и 2 (см. ***РИС. 6***) являются когерентными. Для наблюдения интерференции перпендикулярно ходу лучей ставят собирательную линзу, и в ее фокальной плоскости – экран. Для определения интенсивности в точке P необходимо знать оптическую разность хода лучей, которая равна

$$\Delta = 2n\,AB - AD - \frac{\lambda}{2} = 2b\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \frac{\lambda}{2}.$$

В последнем выражении учтено, что при отражении света от оптически более плотной среды фаза отраженной волны скачком меняется на π. Этому скачку фазы соответствует изменение оптической длины пути волны на $\lambda/2$.

Зная оптическую разность хода лучей можно без труда определить условия максимумов и минимумов интенсивности света при интерференции.

При освещении тонкой пленки постоянной толщины рассеянным монохроматическим светом (свет падает под различными углами) на экране будет наблюдаться чередование темных и светлых концентрических окружностей, каждая из которых обусловлена лучами, падающими под вполне определенным углом. Такие полосы называются ***полосами равного наклона***.

При освещении тонкой пленки переменной толщины (в виде клина) монохроматическим светом, падающим под одним и тем же углом на пленку, на экране будет наблюдаться чередование темных и светлых параллельных полос. Каждая из таких полос обусловлена лучами, проходящими определенную толщину пластинки. Такие полосы называются ***полосами равной толщины***.

Кольца Ньютона

Кольца Ньютона - частный случай полос равной толщины, они наблюдаются с помощью установки, состоящей из плоскопараллельной пластинки и лежащей на ней линзы большого радиуса (***РИС. 7***). Интерференционная картина представляет собой систему светлых и темных колец. Интерференция будет наблюдаться при наложении света, отраженного от линзы, и света, прошедшего через линзу, отраженного от пластинки и снова вошедшего в линзу. Все углы в данном опыте можно считать малыми, поскольку велик радиус линзы.

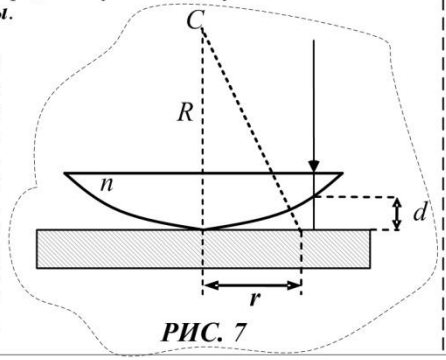


РИС. 7

Оптическая разность хода лучей, отраженных от линзы и от пластинки равна

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2}.$$

Радиус интерференционной полосы r определяется как

$$r^2 = (R+d)^2 - R^2 \approx 2dR \Rightarrow 2d = \frac{r^2}{R}$$

Значит, оптическая разность хода в данном случае равна

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2}.$$

Отсюда несложно получить условия максимумов и минимумов интенсивности интерференционной картины.

Дифракция

Дифракция света – совокупность явлений, которые наблюдаются при распространении света в среде с резкими неоднородностями, и связанных с отклонениями от законов геометрической оптики.

Дифракция приводит к огибанию геометрических препятствий и к попаданию света в область геометрической тени. Важно, что для наблюдения дифракции размеры препятствий должны быть сравнимы с длиной волны.

Принцип Гюйгенса - Френеля

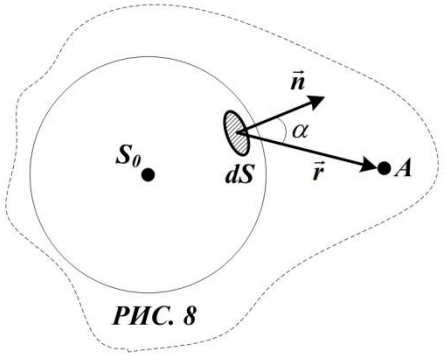


РИС. 8

Суть принципа в следующем. Источник света можно заменить эквивалентной системой вторичных точечных источников и возбуждаемых ими волн. В качестве таких источников удобно выбирать малые участки замкнутой волновой поверхности. Вторичные источники, эквивалентные первичному, когерентны и вторичные волны интерферируют между собой. Для поверхности, совпадающей с волновой поверхностью, интенсивности вторичных волн, излучаемых равными по площади вторичными источниками, одинаковы. Каждый вторичный источник, представляющий собой элемент волновой поверхности излучает свет преимущественно в направлении внешней нормали к волновой поверхности. Колебания в точке A (см. ***РИС. 8***) от элемента волновой поверхности dS имеют следующий вид:

$$dE = \frac{A_0}{r} K(\alpha)\, dS \cos\left(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha_0\right).$$

В последнем выражении A_0 – амплитуда колебаний напряженности электрического поля световой волны для элемента волновой поверхности dS; $K(\alpha)$ - безразмерный коэффициент, зависящий от α: $K(0)=1$ и $K(90)=0$.

Дифракция Френеля

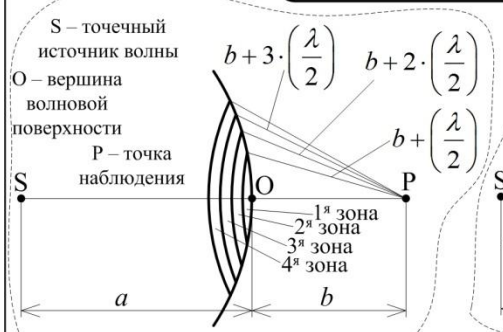


РИС. 1

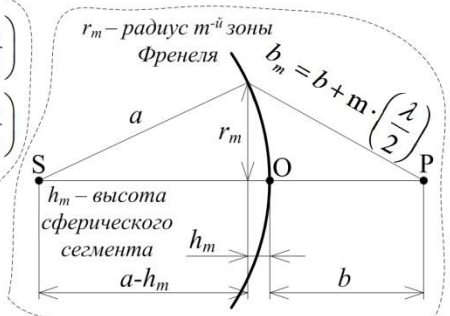


РИС. 2

На РИС. 1 показано разбиение волновой поверхности световой волны на зоны Френеля. Согласно принципу Гюйгенса-Френеля амплитуда результирующего колебания светового вектора в т. P определяется преимущественно площадью зоны Френеля, расстоянием от зоны до т. P и коэффициентом ***K(φ)***.

Площадь $m^{-й}$ зоны Френеля можно найти согласно РИС. 2 как разность площадей двух сферических сегментов, соответствующих двум соседним зонам Френеля: $\Delta S_m = S_m - S_{m-1}$

Площадь сферического сегмента определяется выражением $S_m = 2\pi a h_m$.

Согласно РИС. 2 составим выражение $r_m^2 = a^2 - (a-h_m)^2 = \left(b+m\frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b+h_m)^2$, (1)

из которого найдем, что при малых m $h_m \approx \frac{bm\lambda}{2(a+b)}$.

Площадь $m^{-й}$ зоны Френеля равна $\Delta S_m = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}$. Из (1) также следует, что $r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}m\lambda}$.

С ростом m амплитуда колебания *Am*, возбуждаемая m-й зоной в т. P монотонно уменьшается, т.к. расстояние *bm* монотонно возрастает, а ***K(φ)*** монотонно убывает. Поэтому $A_1>A_2>A_3>...A_m>A_{m+1}>\ldots$ Фазы колебаний соседних зон отличаются на π, поэтому амплитуда колебания светового вектора в т. P будет $A=A_1-A_2+A_3-A_4+\ldots$ Учитывая, что $A_m=(A_{m-1}+A_{m+1})/2$, получаем $\underline{\boldsymbol{A=A_1/2}}$.

Дифракция Френеля на круглом отверстии

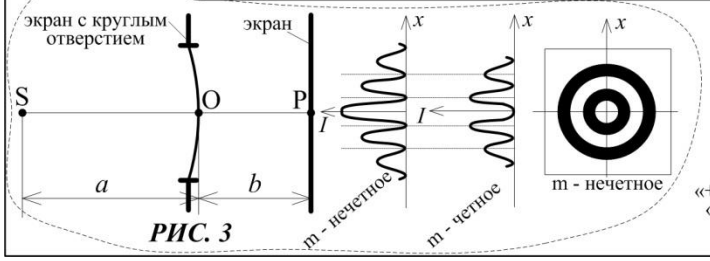


РИС. 3

Согласно методу зон Френеля:

$$A_P = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}$$

«+» – если m нечетное;
«–» – если m четное.

Дифракция Фраунгофера на щели

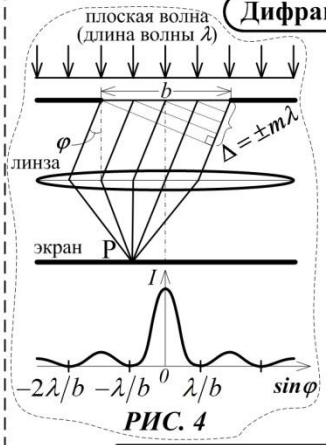


РИС. 4

На прямоугольную длинную щель падает световая волна как показано на РИС. 4. В фокальной плоскости линзы расположен экран. Каждый элемент волновой поверхности, «пропускаемой» щелью, будет являться источником вторичных когерентных волн. Вторичные волны, распространяющиеся под углом *φ*, соберутся линзой в т. P на экране. В т. P может наблюдаться min либо max интенсивности в зависимости от оптической разности хода лучей *Δ*. Найдем положение min и max интенсивности дифракционной картины с помощью метода зон Френеля. Если *Δ* от краев щели равна ***mλ***, то открытую часть волновой поверхности можно разбить на ***2m*** равных по ширине зон. Заметим, что разность хода от краев соседних зон равна *λ*/2. Значит колебания, приходящие в т. P от двух соседних зон находятся в противофазе (см. РИС. 4 где ***m=2***). Тогда, при четном количестве зон в т. P будет наблюдаться min интенсивности. Учитывая, что $\Delta = b\sin\varphi$ (см. РИС. 4), получим:

$b\sin\varphi = \pm m\lambda$ — min интенсивности, $m = 1;2;3;\ldots$

$b\sin\varphi = \pm\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$ — max интенсивности, $m = 0;1;2;\ldots$

Дифракционная решетка

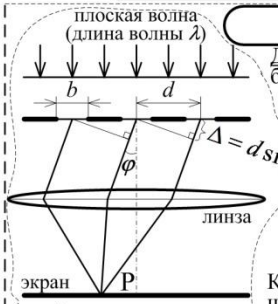


РИС. 5

Дифракционная решетка – это оптический прибор, состоящий из большого числа одинаковых , отстоящих друг от друга на одно и то же расстояние щелей.

Каждая щель дифракционной решетки будет давать на экране распределение интенсивности ***I=f(sinφ)*** как на РИС. 4, причем картинки от всех щелей будут приходиться на одно и то же место экрана. Колебания светового вектора, приходящие в т.P от разных щелей когерентны, и приведут к перераспределению интенсивности результирующей световой волны при наложении.

Как видно из РИС. 5, разность хода между лучами от соседних щелей решетки равна *Δ=d sinφ*. Из темы «Интерференция» известно, что если ***Δ=mλ,*** то результатом наложения двух лучей будет max интенсивности. Выражение

$d\sin\varphi = \pm m\lambda$, $m = 0;1;2;\ldots$ определяет положение **главных максимумов** ***min*** картин от каждой щели дается выражением ***bsinφ=mλ,*** а значит оно же определяет положение ***min*** для дифракционной решетки. Дифракционная картина от дифракционной решетки подобна картине при дифракции Фраунгофера на одной щели. Отличие в том, что между главными максимумами расположены ***(N-1)*** добавочных ***min*** и ***(N-2)*** слабых вторичных ***max*** (***N*** – число щелей дифракционной решетки).

Дифракция на пространственных структурах

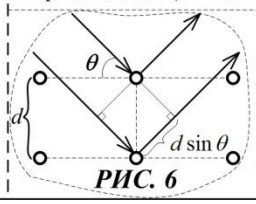


РИС. 6

Впервые дифракция рентгеновских лучей на монокристалле ZnS наблюдалась в 1913 г. в опыте Лауэ, Фридриха и Книппинга.

$2d\sin\theta = \pm m\lambda$, $m=1;2;3;\ldots$ - соотношение Вульфа-Брэгга определяет положение максимумов при дифракции рентгеновских лучей с длиной волны *λ*, падающих под углом скольжения *θ* на кристаллическую решетку кристалла с межплоскостным расстоянием d~0,1 нм

Поляризация света

Естественный свет – это свет, колебания вектора $\vec{E}$ которого совершаются во всевозможных перпендикулярных к лучу направлениях (все направления равновероятны).

Поляризованный свет – это свет, направление колебаний вектора $\vec{E}$ которого каким-либо образом упорядочены.

Разновидности поляризованного света:

1. **плоскополяризованный** свет (линейнополяризованный) – это свет, колебания вектора $\vec{E}$ которого совершаются в одной плоскости, проходящей через луч.
2. **эллиптически поляризованный** свет – это свет, вектор $\vec{E}$ которого вращается относительно луча, одновременно пульсируя по величине.
3. **поляризованный по кругу свет** – это свет, конец вектора $\vec{E}$ которого, описывает окружность в проекции на перпендикулярную к лучу плоскость.

Плоскость поляризации – это плоскость, в которой колеблется вектор $\vec{E}$ плоскополяризованного света.

Плоскополяризованный свет можно получить из естественного с помощью приборов, называемых **поляризаторами**. Такие приборы свободно пропускают колебания $\vec{E}$ параллельные **плоскости поляризатора** и полностью (**идеальный поляризатор**) или частично (**несовершенный поляризатор**) задерживают колебания перпендикулярные этой плоскости.

Закон Малюса

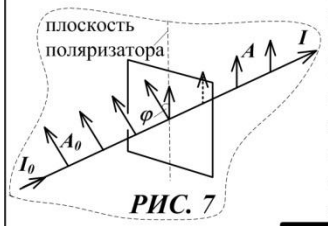


РИС. 7

Плоскополяризованный свет падает на идеальный поляризатор так, что угол между плоскостью поляризации и плоскостью поляризатора равен φ (РИС. 7). Интенсивность падающего света I_0, а амплитуда светового вектора – A_0. Через поляризатор пройдет составляющая колебания светового вектора с амплитудой $A=A_0\cos\varphi$. Так как в вакууме интенсивность света и амплитуда колебаний светового вектора связаны соотношением $I=A^2$, то интенсивность света прошедшего поляризатор будет равна:

$$I=I_0\cos^2\varphi$$

– это и есть ***закон Малюса***

Закон Брюстера

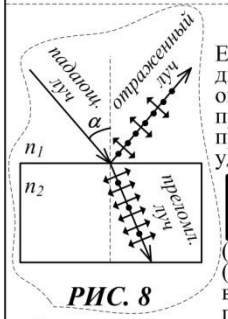


РИС. 8

Если угол падения естественного света на границу раздела вакуум-диэлектрик отличен от нуля, то отраженный и преломленный лучи оказываются частично поляризованными (РИС. 8). В отраженном луче преобладают колебания перпендикулярные плоскости падения, а в преломленном – параллельные плоскости падения. Если угол падения удовлетворяет **закону Брюстера**

$$tg\alpha_Б=n_2/n_1$$

,то отраженный луч полностью поляризован в плоскости перпендикулярной плоскости падения.

(**объяснение явления**) Диэлектрик имеет оптические электроны (валентные электроны). Проникая в диэлектрик, световая волна вызывает вынужденные колебания оптических электронов, что порождает вторичные электромагнитные волны.

Вне диэлектрика суперпозиция всех вторичных волн дает отраженную волну. Внутри диэлектрика вторичные волны складываются с падающей волной и образуют преломленную волну.

Пусть на границу раздела вакуум-диэлектрик падает плоскополяризованная волна, плоскость поляризации которой параллельна плоскости падения. Это вызовет вынужденные колебания оптических электронов диэлектрика в той же плоскости.

Известно, что колеблющиеся электроны наиболее интенсивно излучают в направлении, перпендикулярном направлению колебаний и не излучают э/м волны в направлении колебаний. Если направление колебаний оптических электронов будет совпадать с направлением распространения отраженного луча, то в отраженном луче $\vec{E}$=0 В/м, что и определяется углом Брюстера $\alpha_Б$.

Если на границу раздела вакуум-диэлектрик падает под углом $\alpha_Б$ плоскополяризованная в плоскости перпендикулярной плоскости падения волна, то излучение оптических электронов в направлении отраженного луча будет максимальное. Образуется отраженная волна, поляризованная в плоскости, перпендикулярной плоскости падения.

В естественном свете имеются колебания $\vec{E}$ всех возможных направлений. Т.о., естественный свет вызовет колебание оптических электронов произвольного направления. Однако любое произвольное колебание оптического электрона можно представить как суперпозицию колебания в плоскости падения и в плоскости перпендикулярной плоскости падения. Если угол падения волны равен $\alpha_Б$, то направление составляющей колебаний оптических электронов в плоскости падения совпадает с направлением распространения отраженной волны. В этом случае отраженная волна будет полностью поляризована в плоскости перпендикулярной плоскости падения.

Двойное лучепреломление

Явление **двойного лучепреломления** состоит в том, что при прохождении светового луча через оптически прозрачные кристаллы (кроме кубической модификации) происходит его разделение на два луча, распространяющимися в кристалле с разными скоростями и в разных направлениях.

Один из указанных лучей подчиняется известному закону преломления и называется **обыкновенным**. Распространение другого луча не подчиняется законам геометрической оптики и такой луч называют **необыкновенным**. Кристаллы, в которых наблюдаются обыкновенный и необыкновенный лучи называют **одноосными** (исландский шпат, слюда, турмалин).

Оптической осью кристалла называют направление, вдоль которого обыкновенный и необыкновенный лучи распространяются не разделяясь и с одинаковой скоростью.

Главное сечение (плоскость) кристалла – любая плоскость, проведенная через оптическую ось.

В одноосных кристаллах обыкновенный луч поляризован в плоскости перпендикулярном главному сечению кристалла, а необыкновенный луч – в главном сечении кристалла. При выходе из одноосного кристалла оба луча отличаются только плоскостью поляризации.

Явление двойного лучепреломления применяется для создания поляризаторов (призма Николя) и элементов поляризаторов – поляроидов.

Тепловое излучение

Тепловое излучение – это электромагнитное излучение испускаемое веществом и возникающее за счет его внутренней энергии. Основная **особенность теплового излучения** в том, что это единственное излучение, которое находится в равновесии с излучающим телом.

Тепловое излучение характеризуют с помощью следующих параметров.

Энергетическая светимость ($R=f(T)$) – это поток энергии , испускаемый единицей поверхности излучающего тела по всем направлениям (в пределах телесного угла 2π) во всем интервале частот волн ω.

Испускательная способность ($r=f(\omega\ ,\ T)$) – это энергетическая светимость тела приходящаяся на единичный интервал частот теплового излучения.

Энергетическая светимость и испускательная способность тела, которое находится в состоянии теплового равновесия, связаны соотношением:

$$R=\int_0^\infty r\,d\omega$$

Поглощательной способностью тела называется величина $a=f(\omega\ ,\ T)$ равная отношению $d\Phi'_\omega / d\Phi_\omega$, где

$d\Phi_\omega$ – поступающий на элементарную площадку тела поток энергии, которому соответствует интервал частот $d\omega$;

$d\Phi'_\omega$ – часть потока $d\Phi_\omega$, которая поглощается телом.

Абсолютно черное тело (АЧТ) – это тело полностью поглощающее попадающее на него излучение (значит для такого тела $a = 1$).

Серым телом называется тело, которое частично поглощает попадающее на него излучение (для такого тела поглощательная способность $a < 1$ и является const).

Закон Кирхгофа

Между испускательной и поглощательной способностью тела существует качественная связь: чем больше a, тем больше r, что следует из условия теплового равновесия.

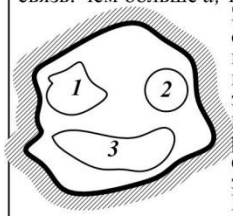


РИС. 9

Это можно понять, рассмотрев пример, где внутри замкнутой оболочки, температура которой поддерживается постоянной, находятся несколько тел (РИС. 9). Внутри оболочки создан высокий вакуум и тела могут обмениваться энергией только в виде электромагнитного излучения. Через некоторое время температура всех тел станет равной температуре оболочки, наступит тепловое равновесие. Тела внутри оболочки могут обладать разными r. Значит в состоянии теплового равновесия тело, которое обладает наибольшим значением r, будет терять в единицу времени наибольшую энергию. Но температура тела не изменяется ! Значит в единицу времени тело поглощает столько же энергии, сколько излучает. Поэтому поглощательная способность тела будет тем выше, чем выше испускательная способность.

Вышесказанное позволяет записать, что для всех тел внутри полости будет выполняться равенство

$$\left(\frac{r}{a}\right)_1 = \left(\frac{r}{a}\right)_2 = \left(\frac{r}{a}\right)_3$$

Кирхгофом был сформулирован закон: отношение испускательной и поглощательной способностей не зависит от природы тела и является для всех тел универсальной функцией частоты и температуры:

$$\frac{r}{a} = f(\omega, T)$$

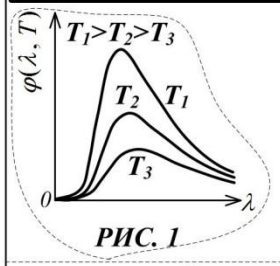


РИС. 1

Так как для АЧТ $a = 1$, то указанная функция $f(\omega, T)$ является испускательной способностью АЧТ.

Измеряя интенсивность излучения АЧТ для каждой из длин волн λ при постоянной температуре Т определили испускательную способность АЧТ (РИС. 1).

Закон Стефана – Больцмана и закон Вина

Теоретическое изучение функции $f(\omega, T)$ долгое время терпело неудачи. Стефан в 1879 г. из анализа экспериментальных данных пришел к выводу, что R любого тела пропорциональна температуре тела T^4. Более точные измерения показали ошибочность его выводов. Больцман в 1884 г. теоретически, исходя из термодинамических соображений, получил, что энергетическая светимость АЧТ

$$R^* = \int_0^\infty r\, d\omega = \sigma T^4$$

- закон Стефана – Больцмана, где $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\left(\frac{Вт}{м^2 \times град^4}\right)$

σ - постоянная Стефана Больцмана

Вин в 1893 г., воспользовавшись электромагнитной теорией и термодинамикой показал, что

$$\lambda_m = b/T$$

- закон смещения Вина, где λ_m – длина волны, на которую приходится максимум испускательной способности АЧТ при данной температуре Т;

b = 2,9 10^{-3} м град – константа Вина

Формула Рэлея - Джинса

Успехи термодинамики, позволившие вывести законы Стефана–Больцмана и Вина теоретически, вселяли надежду, что, исходя из термодинамических соображений, удастся получить функцию $f(\omega, T)$. В 1900 году эту проблему пытался решить знаменитый английский физик Д. Рэлей, который в основу своих рассуждений положил теорему классической статистической механики о равномерном распределении энергии по степеням свободы в состоянии термодинамического равновесия. Эта теорема была применена Рэлеем к равновесному излучению в полости. Несколько позже эту идею подробно развил Джинс. Таким путем удалось получить зависимость испускательной способности АЧТ от частоты ω и температуры T:

$$f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT$$

- формула Рэлея – Джинса

Формула согласуется с экспериментальными данными только в области достаточно длинных волн. Кроме того, из нее следует абсурдный вывод о том, что энергетическая светимость АЧТ $R^*(T)$ должна обращаться в бесконечность, а, следовательно, равновесие между нагретым телом и излучением в замкнутой полости может установиться только при абсолютном нуле температуры.

Формула Планка

После попытки Рэлея и Джинса стало ясно, что решить задачу получения $f(\omega, T)$ АЧТ в рамках существующих теорий невозможно. Эта задача была успешно решена М. Планком на основе новой идеи, чуждой классической физике.

Планк пришел к выводу, что процессы излучения и поглощения электромагнитной энергии нагретым телом происходят не непрерывно, как это принимала классическая физика, а конечными порциями – квантами. Квант – это минимальная порция энергии, излучаемой или поглощаемой телом. По теории Планка, энергия кванта E прямо пропорциональна частоте света:

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

, где

$h = 6{,}625 \cdot 10^{-34}\,(Дж \times с)$, - постоянная Планка

$\hbar = h/2\pi$

На основе гипотезы о прерывистом характере процессов излучения и поглощения телами электромагнитного излучения Планк получил формулу для испускательной способности абсолютно черного тела. Формулу Планка удобно записывать в форме, выражающей распределение энергии в спектре излучения абсолютно черного тела по частотам ω, а не по длинам волн λ:

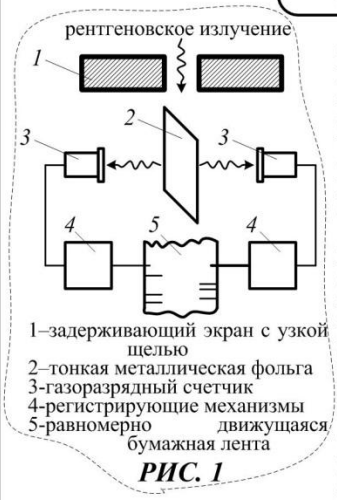
$$f(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \cdot \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}$$

- формула Планка,

где c – скорость света, h – постоянная Планка, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура.

Формула Планка хорошо описывает спектральное распределение излучения черного тела при любых частотах. Она прекрасно согласуется с экспериментальными данными. Из формулы Планка выводятся законы Стефана–Больцмана и Вина. При $\hbar\omega << kT$ формула Планка переходит в формулу Рэлея–Джинса.

Опыт Боте. Фотоны.



1–задерживающий экран с узкой щелью
2–тонкая металлическая фольга
3-газоразрядный счетчик
4-регистрирующие механизмы
5-равномерно движущаяся бумажная лента

РИС. 1

Для объяснения распределения энергии в спектре равновесного теплового излучения достаточно, как показал Планк, допустить, что электромагнитные волны испускаются порциями $\hbar\omega$. Эйнштейн выдвинул гипотезу о том, что свет распространяется в виде дискретных частиц, которые называются **световыми квантами** или **фотонами**. Гипотеза Эйнштейна была подтверждена рядом опытом, причем наиболее непосредственное подтверждение дал опыт Боте (см. РИС. 1)

Узкий пучок рентгеновского излучения попадал на 2 и фольга становилась источником рентгеновского излучения (рентгеновская флуоресценция). Количество квантов, испускаемых фольгой невелико (интенсивность падающего на фольгу излучения мала). При попадании рентгеновских лучей на 3 происходило его срабатывание и это приводило в действие 4, который оставлял метку на 5. Если бы излучение распространялось равномерно во всех направлениях, как это следует из волновой теории э/м излучения, то оба прибора 4 срабатывали бы одновременно. Однако опыт показывал, что 4 оставляют отметки на 5 совершенно не синхронно. Данный факт можно было объяснить только с точки зрения корпускулярной теории излучения.

Фотон обладает следующими характеристиками:

1) энергия $\varepsilon_f = \hbar\omega$ (ω – циклическая частота света);
2) масса $m_f = \varepsilon_f / c^2$ (c – фазовая скорость света в вакууме);
3) масса покоя $m_{0f} = 0$, а значит фотон может существовать только двигаясь со скоростью c;
4) импульс фотона $p_f = \varepsilon_f / c$, или в векторном виде $\vec{p}_f = \hbar\vec{k}$ ($\vec{k}$ – волновой вектор);
5) давление, создаваемое потоком фотонов, падающим на поверхность некоторого тела $P_f = \omega \cdot (1+\chi)\cdot\cos^2\alpha$ (ω – объемная плотность энергии излучения, χ – коэффициент отражения поверхности, α – угол падения излучения на поверхность тела)

Тормозное рентгеновское излучение

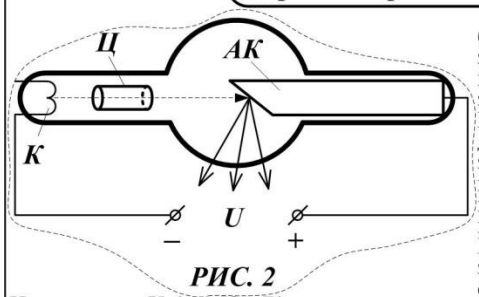


РИС. 2

Рентгеновские лучи образуются при бомбардировке твердых мишеней быстрыми электронами. Для получения такого излучения наиболее часто применяют электронные рентгеновские трубки (РИС. 2). В стеклянной колбе, эвакуированной до давлений $10^{-5}\div10^{-7}$ мм.рт.ст., располагают электроды (***К*** – катод, ***АК*** – антикатод, ***Ц*** – цилиндрический электрод). ***К***, который представляет собой вольфрамовую спираль, нагревают с помощью электрического тока. Вследствие явления термоэлектронной эмиссии вблизи катода образуется облако свободных электронов.

Напряжение U (до 50 кВ), приложенное между катодом ***К*** и ***АК*** заставляет электроны двигаться ускоренно от ***К*** к ***АК*** и сообщает электронам энергию eU. ***Ц*** служит для фокусировки электронного пучка. Попав в вещество ***АК*** (W, Cu, Pt и др.), электроны испытывают сильное торможение и становятся источником электромагнитных волн – ***тормозного рентгеновского излучения***. Такое излучение имеет непрерывный спектр, которому соответствует интервал длин волн $10^{-12}\div10^{-8}$ м. Заметим, что лишь 1÷3% от кинетической энергии тормозящихся электронов переходит в излучение. Оставшаяся часть указанной энергии идёт на нагревание ***АК***. Причем заметное излучение наблюдается лишь при ***резком*** торможении электронов, так как излучаемая тормозящимся электроном энергия

РИС. 3

$W \sim (\upsilon_0)^2/\tau$ (υ_0 – начальная скорость электрона при торможении, τ – время торможения). Как видно из РИС. 3, экспериментальные спектры интенсивности тормозного рентгеновского излучения имеют max при определенной длине волны излучения. Данный максимум смещается в коротковолновую область с ростом напряжения, подаваемого на трубку.

Приведенные особенности спектра на РИС. 3 хорошо согласуются с выводами классической электродинамики. Из этой теории также следует, что тормозному рентгеновскому излучению должен соответствовать интервал длин волн (0; ∞). Однако экспериментальные данные свидетельствуют о наличии коротковолновой границы рентгеновского тормозного излучения при некоторой λmin. Существование данной границы вытекает из квантовой природы э/м излучения. В самом деле, при торможении электрона в излучение может перейти энергия

$E \le eU$, где e – заряд электрона

Значит и квант рентгеновского тормозного излучения может иметь энергию $\hbar\omega \le eU$. Отсюда следует, что существует ***коротковолновая граница тормозного рентгеновского излучения***, определяемая выражением:

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{eU}$$

Внешний фотоэффект

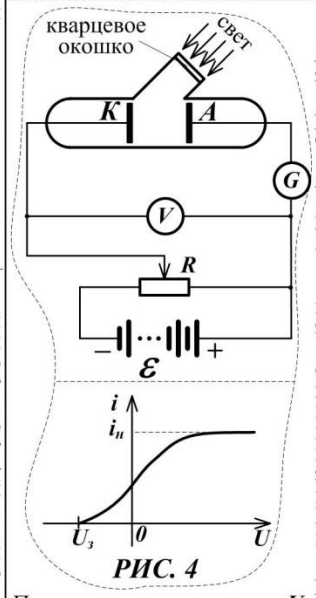


РИС. 4

Внешний фотоэффект – это явление испускания электронов веществом под действием света.

Открыто явление в 1887 г. Г. Герцем при работе с разрядником, один из цинковых шариков которого освещался ультрафиолетовым излучением.

А.Г. Столетов в 1888 – 1889 гг. тщательно исследовал явление фотоэффекта и установил:

1) испускаемые под действием света заряды имеют знак «–»;
2) наибольшее влияние оказывают ультрафиолетовые лучи;
3) величина испущенного телом заряда ~ поглощенной им световой энергии.

В 1889 г. Ленард и Томсон измерили удельный заряд испускаемых при фотоэффекте частиц и установили, что это электроны.

На РИС. 4 показана схема установки для изучения явления фотоэффекта и вольт-амперная характеристика (ВАХ) вакуумного фотоэлемента. Вакуумный фотоэлемент представляет собой эвакуированный стеклянный баллон, в котором расположены электроды катод (***К***) и анод (***А***). Свет падает на катод через кварцевое окошко, вырывая электроны. Меняя напряжение между ***К*** и ***А*** с помощью потенциометра ***R*** можно менять силу тока в цепи. Гальванометр (***G***) и вольтметр (***V***) регистрируют указанное напряжение и силу тока.

Полученная таким образом ВАХ нелинейна, а ток в цепи с ростом напряжения U достигает насыщения ($i_н$).

При значении напряжения $U_з$ (***задерживающее напряжение***), ток в цепи не наблюдается. Как установил Столетов А.Г., при неизменном спектральном составе излучения

$i_н \sim \Phi$ – ***закон Столетова*** (Φ - световой поток)

Объяснить явление фотоэффекта с точки зрения волновой природы света не удавалось. А. Эйнштейн в 1905 г. показал, что все закономерности фотоэффекта легко объясняются, если предположить, что свет поглощается порциями $\hbar\omega$. Электрон вещества полностью поглощает энергию фотона. Часть энергии $\hbar\omega$ затрачивается на работу выхода электрона из тела. Если электрон высвобождается из «глубины» тела, то часть энергии полученной

электроном может быть потеряна вследствие случайных столкновений в веществе. Остаток энергии образует кинетическую энергию электрона, которая будет максимальной в случае, если электрон высвобождается из вещества без дополнительных потерь энергии на столкновения. Отсюда можно составить уравнение

$$\hbar\omega = A_{\text{вых}} + \frac{m\upsilon_{max}^2}{2}$$

– **формула Эйнштейна для внешнего фотоэффекта,** где
$A_{вых}$ – работа выхода электрона из вещества;
$m\upsilon_{max}^2/2$ – максимальная кинетическая энергия электрона.

Эффект Комптона

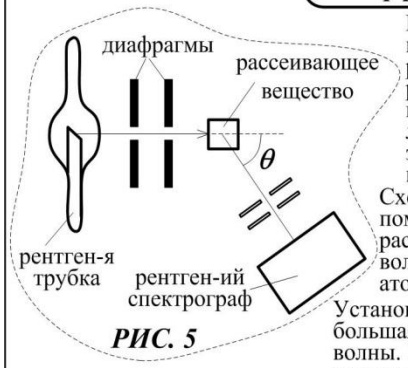


РИС. 5

В 1923 г. А.Комптон, исследуя рассеяние монохроматических рентгеновских лучей различными веществами обнаружил, что в рассеянных лучах, наряду излучением первоначальной длины волны λ, содержатся также лучи большей длины волны λ'. Разность $\lambda'-\lambda$ не зависела от λ и от природы рассеивающего вещества.

Схема опыта Комптона приведена на РИС. 5. С ее помощью были получены зависимости интенсивности рассеянного рентгеновского излучения I от его длины волны λ и угла рассеяния θ для веществ с различным атомным номером A.

Установлено, что с ростом A (от Li, Be, B до Fe, Ni, Cu) все большая часть излучения рассеивается без изменения длины волны. Изменение длины волны рассеянного излучения, как следовало из опыта, определяется выражением:

$$\lambda' - \lambda = \lambda_0(1-\cos\theta),$$ где λ_0 = 0.242 нм – ***комптоновская длина волны*** (определена экспериментально)

Закономерности эффекта Комптона можно объяснить исходя из корпускулярной природы э/м излучения, считая что рентгеновский фотон упруго взаимодействует с практически свободными электронами рассеивающего вещества. Под свободными электронами понимают электроны наиболее слабо связанные с атомами, энергия связи которых значительно меньше той энергии, что фотон может передать электрону при взаимодействии.

Пусть покоящийся свободный электрон взаимодействует с фотоном, энергия которого $\hbar\omega$ и импульс $\hbar\vec{k}$. Энергия электрона до столкновения равна m_0c^2, а импульс равен нулю. После столкновения энергия электрона станет mc^2, а импульс $m\vec{\upsilon}$. Энергия и импульс фотона также изменятся и станут $\hbar\omega'$ и $\hbar\vec{k}'$ соответственно. Согласно законам сохранения энергии и импульса запишем соотношения:

$$\begin{cases} \hbar\omega + m_0c^2 = \hbar\omega' + mc^2 \\ \hbar\vec{k} = m\vec{\upsilon} + \hbar\vec{k}' \end{cases}$$

Решение данной системы уравнений дает для изменения длины волны рассеянного рентгеновского излучения выражение хорошо согласующееся с опытом. Из данного решения следует, что комптоновская длина волны равна

$$\lambda_0 = \frac{2\pi\hbar}{m_0c},$$ где m_0 масса покоя частицы, на которой рассеивается фотон, c – скорость света в вакууме.

С ростом атомного номера вещества связь электронов с атомом возрастает и наиболее вероятным становится взаимодействие фотона с электроном, который связан с атомом сильно. Такое взаимодействие происходит с атомом как с целым. Масса атома намного превышает массу электрона, поэтому изменение энергии рассеянного фотона ничтожно мало.

Элементарная боровская теория водородного атома

Разреженные газы или пары металлов состоят из атомов, которые можно считать изолированными (в некотором приближении). Поэтому излучение газа в целом будет близко к излучению, которое создавал бы один атом газа. Изучение спектра излучения разреженного газа водорода (H_2) стало первым шагом к познанию строения атома. Так, было обнаружено, что излучение водорода представляет собой совокупность отдельных спектральных линий, которые расположены не беспорядочно, а объединяются в группы – серии линий (РИС. 6 : Пф – серия Пфунда, Бр – серия Брекета, Па – серия Пашена, Б – серия Бальмера, Л – серия Лаймана). Расстояние между линиями закономерно убывает по мере перехода от более длинных волн к более коротким.

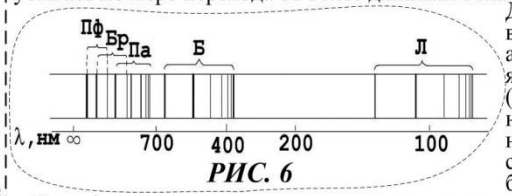


РИС. 6

Для объяснение характера спектра водорода были предложены такие модели атома как модель Томсона (1903 г.) и ядерная модель атома Резерфорда (1911 г.). Данные модели были несовершенны. И , если модель Томсона не выдерживала сколько-нибудь серьезной критики, то модель Резерфорда была более приближенной к реальности.

Резерфорд с сотрудниками изучали процесс движения α-частиц (ядро атома He) через тонкие слои металлической фольги. На основе результатов данных опытов Резерфорд предложил (1911 г.) ядерную модель атома:

а) в центре атома тяжелое положительное ядро с зарядом Ze, размеры которого не превышают 10^{-14} м;

б) вокруг ядра расположены Z электронов, распределенных по всему объему, занимаемому атомом.

Данная модель атома оказалась в противоречии с законами классической механики и электродинамики. Система неподвижных зарядов не может находиться в устойчивом состоянии и Резерфорду пришлось отказаться от статической модели атома и предположить, что электроны движутся вокруг ядра, описывая замкнутые траектории. Однако, тогда электрон будет двигаться с ускорением, в связи с чем будет непрерывно излучать и терять энергию на излучение. Это должно было привести к падению электрона на ядро.

Это несоответствие было разрешено постулатами Нильса Бора (1913 г.):

1) Из большого количества электронных орбит, возможных с точки зрения классической механики осуществляются в действительности некоторые дискретные орбиты, удовлетворяющие условию
$$m_e\upsilon r = n\hbar,$$
где m_e – масса покоя электрона;
υ – скорость движения электрона;
n = 1; 2; 3;…– главное квантовое число.
Находясь на одной из таких орбит электрон не излучает.

2) Излучение испускается или поглощается в виде кванта $h\nu$ при переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую.

Рассмотрим атом водорода. Для электрона, движущегося относительно ядра по круговой орбите радиуса r в случае устойчивого состояния центростремительная сила, действующая на электрон, должна быть равна кулоновскому взаимодействию электрона и ядра: $\frac{m_e\upsilon^2}{r} = \frac{Ze}{r^2}$. (Z - порядковый номер химического элемента в таблице Д.И. Менделеева)

Внутренняя энергия атома состоит из кинетической энергии электрона и потенциальной энергии ядро-электрон: $E = \frac{m_e\upsilon^2}{2} - \frac{Ze^2}{r}$.

Отсюда выражение для внутренней энергии атома водорода: $E_n = -\frac{Z^2m_ee^4}{2n^2\hbar^2}$.

Полученные из этого выражения частоты излучения, соответствующие переходам атома водорода из одного стационарного состояния в другое, хорошо согласовались со спектром атома водорода (см. РИС. 6). Однако теория Бора давала неудовлетворительные результаты для других химических элементов.

Гипотеза де - Бройля. Волновые свойства вещества

Луи де Бройль в 1924 г. Выдвинул гипотезу, что дуализм не является особенностью одних только оптических явлений, но имеет универсальное значение. Де-Бройль полагал, что частицы вещества наряду с корпускулярными имеют также и волновые свойства. Движение частицы по де-Бройлю связано с волновым процессом, которому соответствует длина волны:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Гипотеза де-Бройля была подтверждена экспериментально в 1927 г. К. Дэвиссоном и Л. Джермером (дифракция электронов от монокристалла никеля), в 1928 г. Г. Томсоном и в 1927 г. П. Тартаковским (дифракция электронов на металлической фольге), О. Штерном с сотрудниками (дифракция атомных и молекулярных пучков).

Уравнение Шредингера

Классическая механика не давала возможности правильно описать поведение микрочастиц. Э. Шредингер, В. Гейзенберг, П. Дирак и др. в начале XX века создали новую механику – ***волновую*** или ***квантовую*** механику. Основным уравнением квантовой механики является уравнение Шредингера. Данное уравнение нельзя получить теоретически из каких-либо ранее известных соотношений или законов, а является оно обобщением многих опытных фактов.

В 1926 г. Э. Шредингер установил, что:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\cdot\Delta\Psi + U\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}$$

- временное уравнение Шредингера для микрочастицы, где

Ψ – волновая функция, зависящая от координат x, y, z, времени t и определяющая состояние частицы; m – масса частицы; i – мнимая единица; Δ – оператор Лапласа; U – потенциальная энергия частицы.

Из ур-я Шредингера видно, что результат его решения, т.е. Ψ, определяется потенциальной энергией U, а значит характером сил, действующих на частицу. Если силовое поле стационарное, волновая функция распадается на два множителя:

$$\Psi(x,y,z,t) = \psi(x,y,z)\cdot e^{-i\left(\frac{E}{\hbar}\right)t}$$,где E – полная энергия частицы

Подстановка такой Ψ в уравнение Шредингера дает

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi = 0$$

- уравнение Шредингера для стационарных состояний

Волновая функция, описывающая частицу, и частица соотносятся друг с другом также, как световая волна и фотон. Известно, что квадрат амплитуды световой волны определяет вероятность попадания фотона в соответствующую точку пространства. Из вышесказанного подобия можно сказать, что квадрат модуля волновой функции для некоторой точки пространства, умноженный на включающий данную точку элемент объема dV, определяет вероятность dP того, что частица будет обнаружена в пределах объема dV:

$$dP = |\psi|^2\, dV$$

Таким образом, смысл функции ψ заключается в том, что квадрат ее модуля дает плотность вероятности нахождения частицы в соответствующем месте пространства. Волновая функция должна быть:

- однозначной;
- конечной;
- непрерывной во всей области изменения переменных x, y, z;

$$\int_V |\psi|^2\, dV = 1$$ (условие нормировки волновой функции)

Данные свойства волновой функции ψ имеют не все решения уравнения Шредингера, а только решения, соответствующие некоторым определенным значениям полной энергии E частицы.

Значение уравнения Шредингера состоит в том, что:

1) определяет вероятность нахождения частицы в данной точке пространства;
2) из него вытекают правила квантования энергии частицы.

Соотношение неопределенности Гейзенберга

Из рассмотрения уравнения Шредингера вытекает, что квантовая механика имеет статистический характер. Она не позволяет определить траекторию частицы или ее точное местоположение в пространстве. С помощью волновой функции можно лишь показать, с какой вероятностью частица может быть обнаружена в различных точках пространства. Применительно к микрочастицам понятие определенного местоположения и траектории вообще теряет всякий смысл. Движение по определенной траектории несовместимо с волновыми свойствами частицы. Тем не менее в некоторых случаях к микрочастицам применяют понятие «траектория» - камера Вильсона (конденсировавшиеся капельки жидкости образуют трек частицы), электронно-лучевая трубка (пучок электронов, попадая на экран трубки, создает светящийся след в виде линии) и т.д. Это противоречие объясняется тем, что при известных условиях понятия траектории и определенного местоположения оказываются применимыми к микрочастицам, но с некоторой степенью точности.

Степень точности, с которой к частице может быть применимо представление об определенном положении ее в пространстве, дается соотношением неопределенностей Гейзенберга:

Частица не может иметь одновременно вполне точные значения координаты и соответствующей этой координате составляющей импульса, причем неопределенности в значениях этих величин удовлетворяют условию

$$\Delta x\cdot\Delta p_x \geq \hbar$$
$$\Delta y\cdot\Delta p_y \geq \hbar$$
$$\Delta z\cdot\Delta p_z \geq \hbar$$

где Δx, Δy, Δz – неопределенность координаты частицы x, y, z; Δp_x, Δp_y, Δp_z – неопределенность соответствующей проекции импульса частицы.

Частица в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме

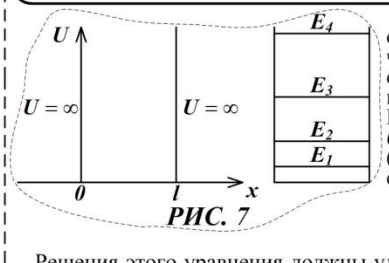


РИС. 7

Рассмотрим частицу в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме. Предположим, что частица может двигаться только лишь вдоль оси x. Движение частицы ограничено непроницаемыми стенками: $x = 0$ и $x = l$. Потенциальная энергия частицы равна 0 при $0 < x < l$, а вне этого интервала обращается в ∞ (см. РИС. 7). Уравнение Шредингера в данном случае будет иметь вид:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi = 0$$

Решения этого уравнения должны удовлетворять условиям $\psi(0) = 0$ и $\psi(l) = 0$, так как частица не может выйти за пределы потенциальной ямы. В интервале, где $\psi \neq 0$, уравнение Шредингера принимает вид:

$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi = 0$. Введем обозначение $\frac{2m}{\hbar^2}E = \omega^2$. Тогда уравнение станет

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \omega^2\psi = 0.$$

Решения этого уравнения, как известно, имеют вид $\psi(x) = a\sin(\omega x + \alpha)$.

С учетом $\psi(0) = 0$ получим, что $\alpha = 0$. Из условия $\psi(l) = 0$ следует, что $\omega l = \pm\pi n$, где $n = 1;2;3;\ldots$ – главное квантовое число. Отсюда полная энергия частицы в одномерной потенциальной яме может быть выражена как

$$E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}n^2$$ - собственные значения полной энергии частицы

Получается, что собственные волновые функции частицы будут иметь вид

$$\psi_n(x) = a\sin\left(\frac{\pi x}{l}n\right)$$

Для нахождения амплитудного значения a волновой функции применим условие ее нормировки

$$a^2\int_0^l \sin^2\left(\frac{\pi x}{l}n\right)dx = 1$$

Выполняя интегрирование последнего получим, что $a = \sqrt{2/l}$ И наконец

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}}\sin\left(\frac{\pi x}{l}n\right)$$

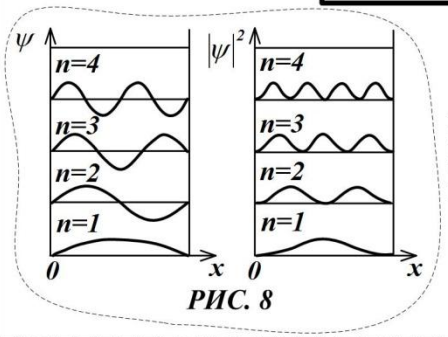


РИС. 8

На РИС. 8 показано собственные функции и модуль собственных функций в квадрате для частицы в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме.

Прохождение частицы через потенциальный барьер

Рассмотрим движение частицы в области, где находится одномерный потенциальный барьер. На РИС. 9 показан случай прямоугольного потенциального барьера и потенциального барьера произвольной формы.

Пусть частица падает на прямоугольный потенциальный барьер при движении слева направо.

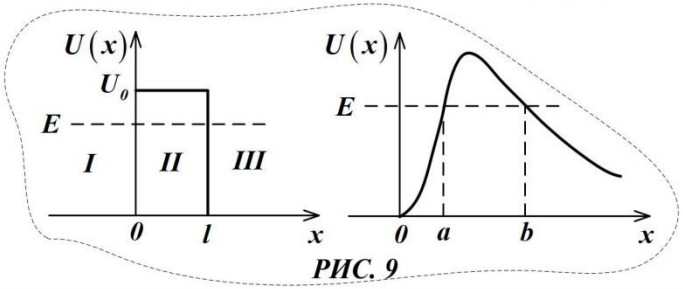


РИС. 9

Запишем стационарное уравнение Шредингера:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U_0)\psi = 0$$ - для области II

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi = 0$$ - для областей I и III

Легко убедиться, что решением уравнений будет:

$$\psi_1 = A_1\cdot e^{i\alpha x} + B_1\cdot e^{-i\alpha x} - \text{для области I}$$
$$\psi_2 = A_2\cdot e^{\beta x} + B_2\cdot e^{-\beta x} - \text{для области II}$$
$$\psi_3 = A_3\cdot e^{i\alpha x} + B_3\cdot e^{-i\alpha x} - \text{для области III}$$

, где $\alpha^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$, $\beta^2 = \frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}$

Заметим, что $e^{i\alpha x}$ соответствует волне, распространяющейся вдоль оси x, а $e^{-i\alpha x}$ в направлении обратном оси x. В области III существует только волна, распространяющаяся вдоль оси x, а значит коэффициент $B_3 = 0$. Кроме того должны выполняться граничные условия:

$$\begin{cases}\psi_1(0) = \psi_2(0)\\ \psi_2(l) = \psi_3(l)\end{cases}, \text{ а для гладкости функции } \begin{cases}\psi_1'(0) = \psi_2'(0)\\ \psi_2'(l) = \psi_3'(l)\end{cases}$$

Введем обозначения $R = \frac{|B_1|^2}{|A_1|^2}$ и $D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2}$. Исходя из физического смысла квадрата модуля волновой функции можно сделать заключение, что параметр R, называемый ***коэффициентом отражения***, характеризует вероятность отражения частицы от потенциального барьера, а параметр D, называемый ***коэффициентом прозрачности***, характеризует вероятность прохождения частицей барьера.

Решая систему уравнений для ψ_1, ψ_2, ψ_3 с использованием граничных условий получают, что в случае прямоугольного потенциального барьера

$$D \approx e^{-2\beta l} = e^{-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U_0 - E)}l}$$

Для потенциального барьера произвольной формы

$$D \approx e^{-\frac{2}{\hbar}\int_a^b \sqrt{2m(U(x) - E)}dx}$$

Рассмотренное явление прохождения частицы через потенциальный барьер называют ***туннельным эффектом***.