

Математик

Муниципальное общеобразовательное
бюджетное учреждение «Средняя общеобразовательная школа №17»
Пожарского муниципального района

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОЕКТ «ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ»

Выполнила: ученица 9 класса
Богачёва Галина
Руководитель: учитель
математики
Циплакова Л.В.



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

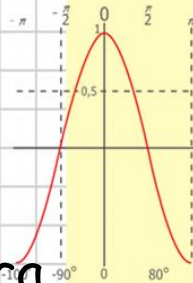
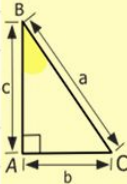
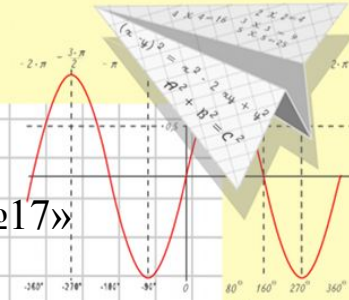
$$\sin 90^\circ = 1$$

2020

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

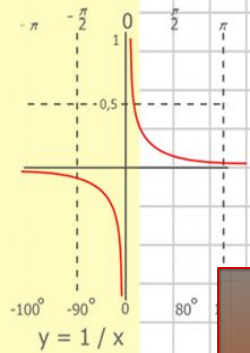
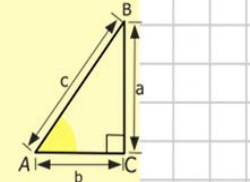
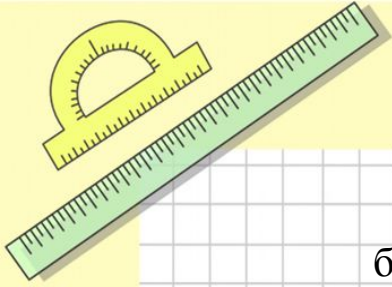
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

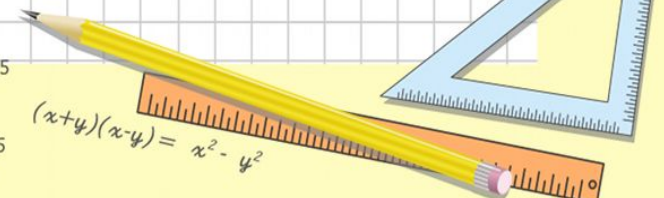
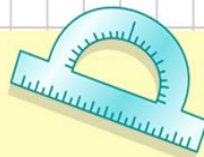


$$y = \cos x$$

- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64

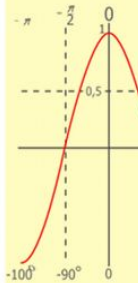
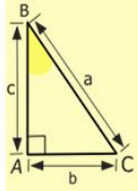
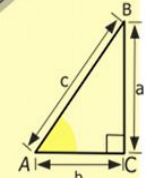
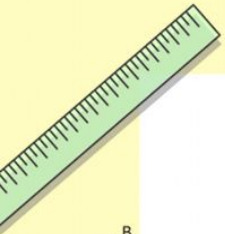


$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 2100 \\ + 840 \\ \hline 105000 \end{array}$$



СОДЕЖАНИЕ

	стр.
1. Введение.....	3
2. Цель и задачи исследования.....	4
3. История возникновения «золотого сечения».....	5
4. Определение понятия «золотое сечение».....	6
5. Деление отрезка прямой по правилу «золотого сечения».....	13
6. Золотая спираль.....	20
7. «Золотое сечение» в архитектуре древности.....	33-37
8. «Золотое сечение» на примере башен московского Кремля.....	38-39
9. Вывод.....	40
10. Литература.....	41



$$\begin{array}{r} 1 \\ 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$

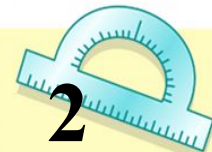
$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

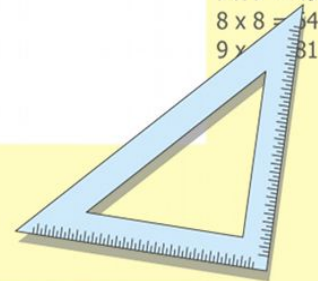
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

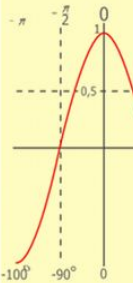
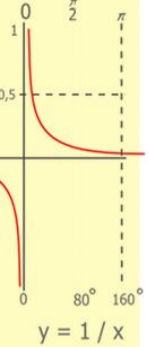
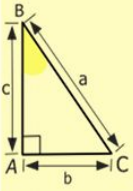
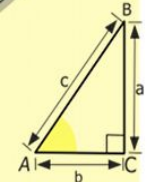
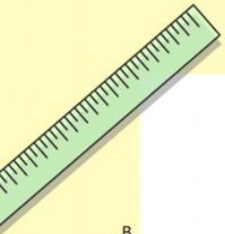
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



ВВЕДЕНИЕ

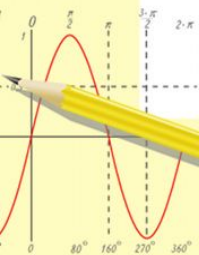
«Геометрия владеет двумя сокровищами: одно из них - это теорема Пифагора, а другое - деление отрезка в среднем и крайнем отношении... Первое можно сравнить с мерой золота; второе же больше напоминает драгоценный камень.»

Иоганн Кеплер



$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 2500 \\ \hline 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

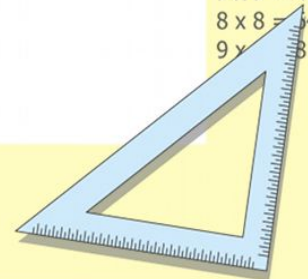
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

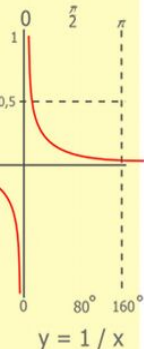
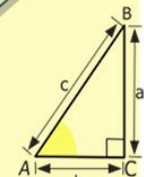
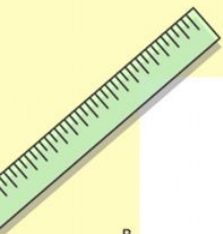


ЦЕЛЬ ПРОЕКТА

- Познание математических закономерностей в мире, определение значения математики в мировой культуре и дополнение системы знаний представлениями о «Золотом сечении» как гармонии окружающего мира.

ЗАДАЧИ ПРОЕКТА

- Подобрать литературу по теме «Золотое сечение»
- Провести исследования по выбранным направлениям



$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 2500 \\ \hline 2500 \\ + 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

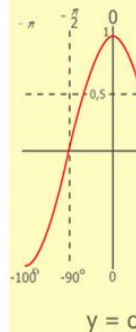
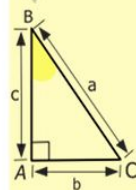
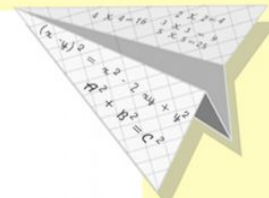


4

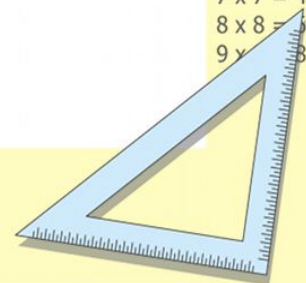
$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



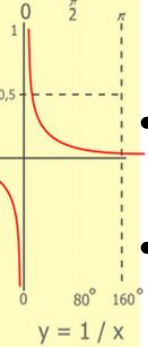
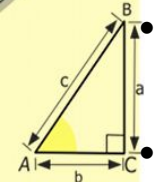
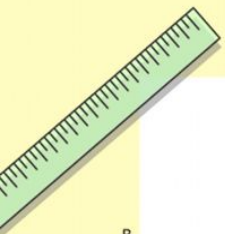
ИСТОРИЯ «ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ»

Теория гармонии Древних

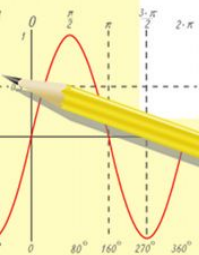
В Древнем Египте существовала «система правил гармонии», основанная на Золотом Сечении.

В Древней Греции Золотое Сечение было своеобразным канон культуры, который пронизывает все сферы науки и искусства. Красота и гармония стали важнейшими категориями познания.

- В толковании древних греков **понятие золотого сечения, и понятие гармонии идентичны.**
- Согласно Пифагору **гармония имеет численное выражение**, то есть, она связана с концепцией числа.
- Евклид излагает теорию Платоновых тел, которая является существенным разделом геометрической теории Золотого Сечения.



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 2100 \\ + 840 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

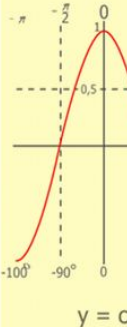
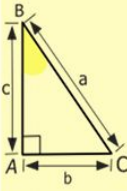
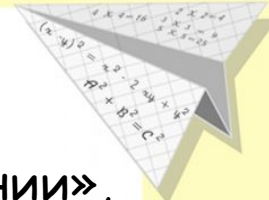
$$\sin 90^\circ = 1$$



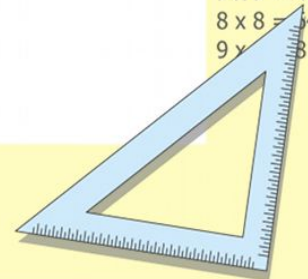
$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

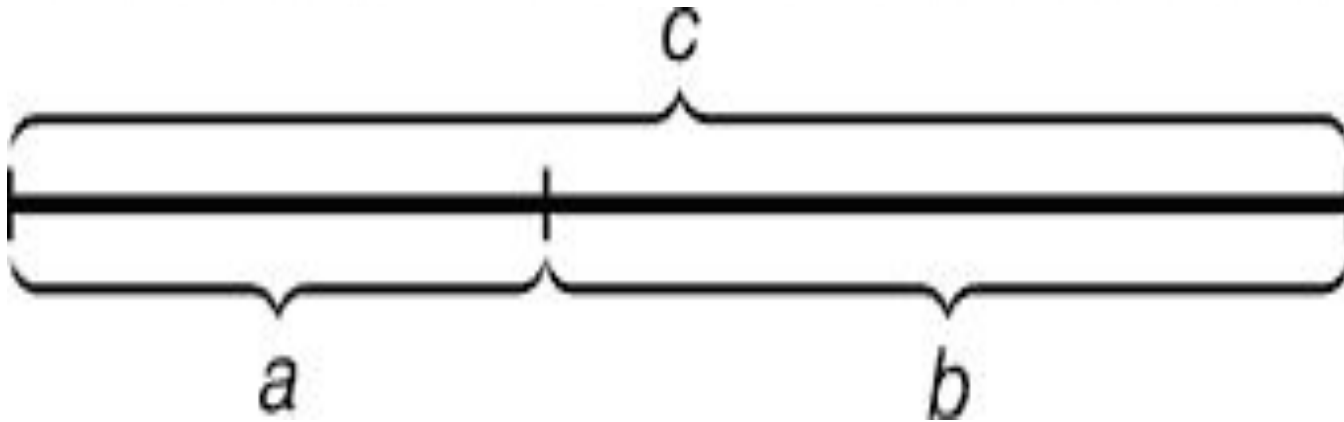


$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$

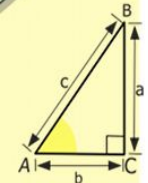
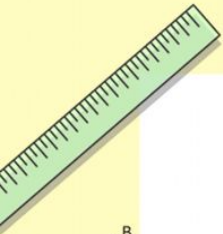


Понятие «Золотое сечение»

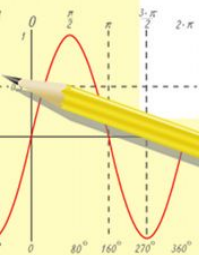
Золотое сечение - деление непрерывной величины на две части в таком отношении, при котором меньшая часть так относится к большей, как большая ко всей величине.



$a : b = b : c$ или $c : b = b : a$



$$\begin{array}{r} \frac{1}{2} 500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

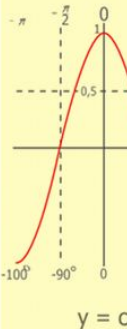
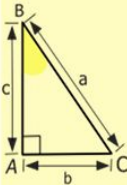
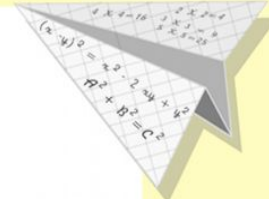


6

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

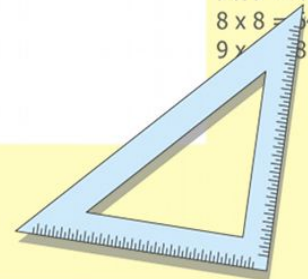
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$y = \cos$$

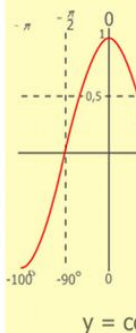
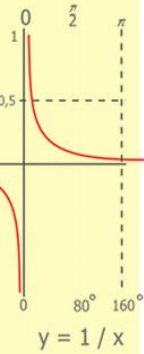
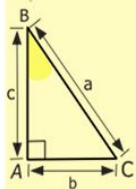
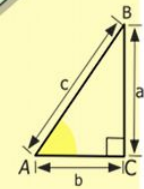
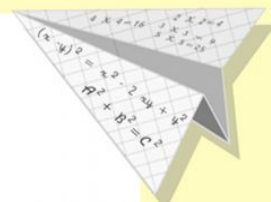
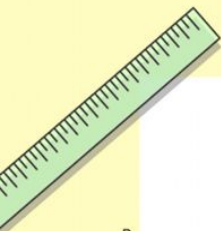
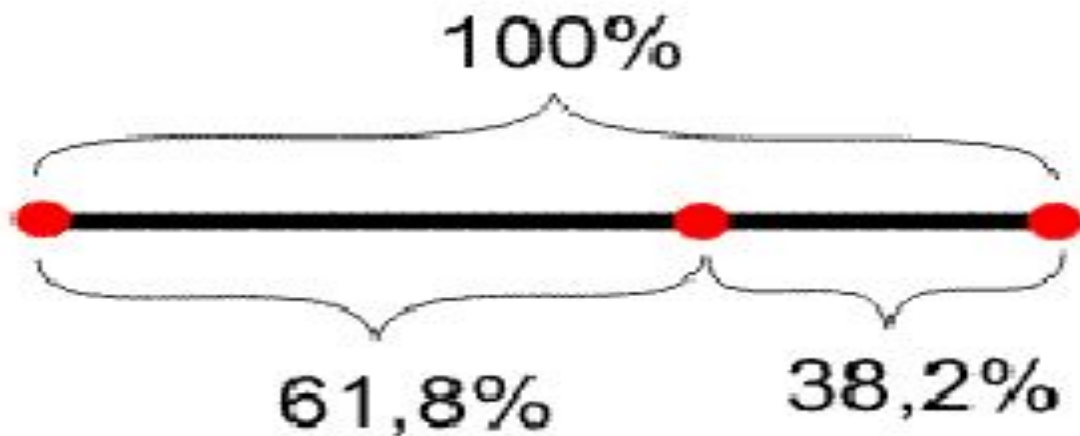
- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



Эта пропорция равна:

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.61803398874989484 \dots$$

Золотое сечение в процентах



$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 2500 \\ \hline 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$

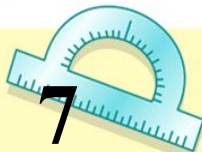
- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

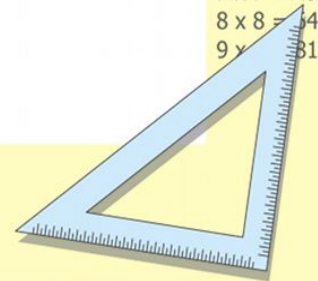
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



«Золотое сечение» - гармония математики

Число j является положительным корнем квадратного уравнения:

$$x^2 = x + 1 \quad (1)$$

подставим корень j вместо x и разделим на j :

$$\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi} \quad (2)$$

Если продолжить такую подстановку бесконечное число раз, то получим **цепную дробь**:

$$\varphi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}} \quad (3)$$

Аналогично, если взять корень квадратный из правой и левой частей тождества (1) то получим

представление золотой пропорции в «радикалах»

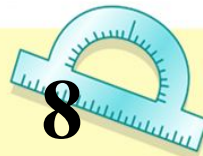
$$\varphi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}} \quad (4)$$

Эти формулы (3) и (4) доставляют «эстетическое наслаждение» и вызывают неосознанное чувство ритма и гармонии...

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

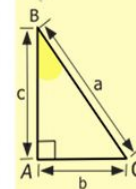
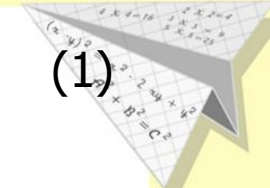
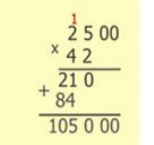
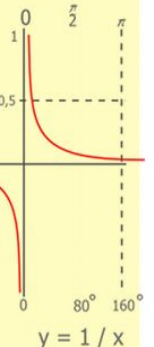
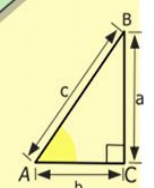
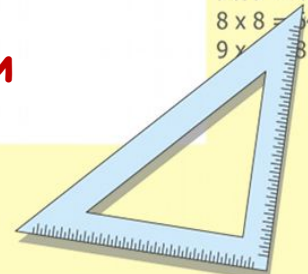


$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

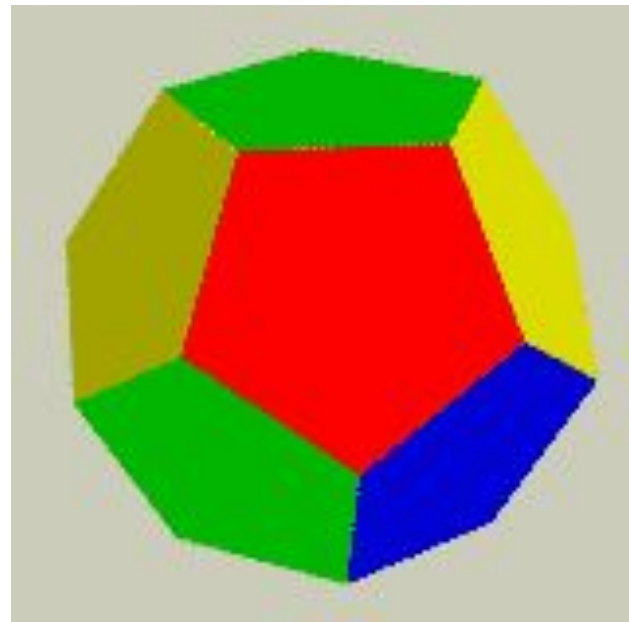
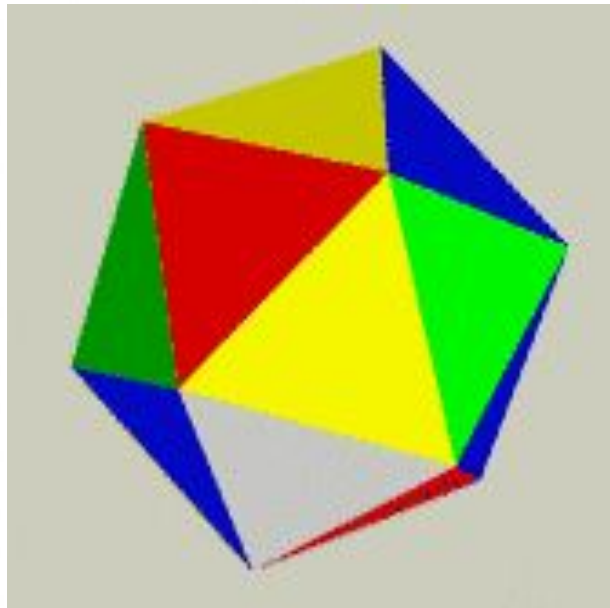
$$x = 70$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

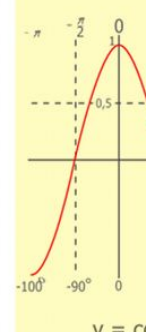
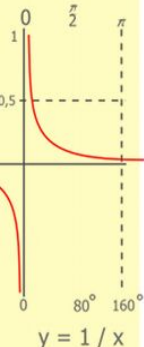
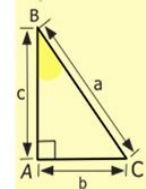
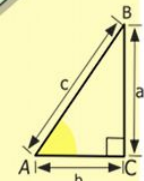
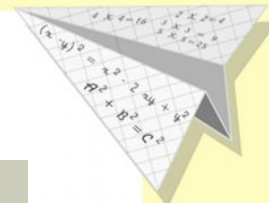
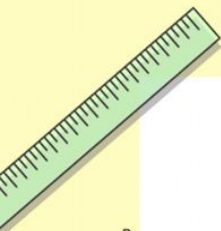


- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81

Икосаэдр и додекаэдр



Два главных Платоновых тела, додекаэдр и икосаэдр, основаны на Золотом Сечении.



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 2100 \\ + 840 \\ \hline 105000 \end{array}$$

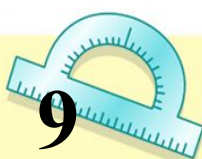
- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

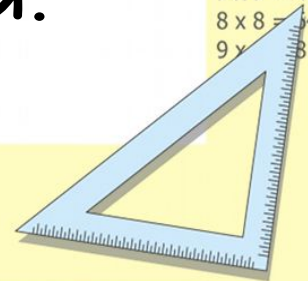
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

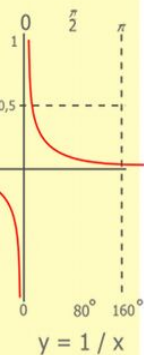
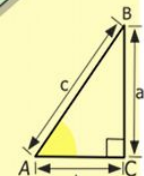
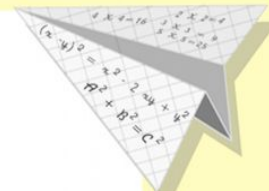
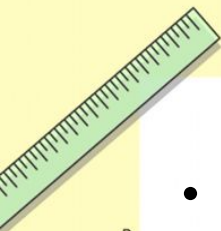
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



Ряд Фибоначчи

- С историей золотого сечения связано имя итальянского математика Леонардо Фибоначчи.
- Ряд чисел **0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55** и т.д. известен как ряд Фибоначчи.
- **Каждый член последовательности, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих, а отношение смежных чисел ряда приближается к отношению золотого деления.**



$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$

y = co

- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

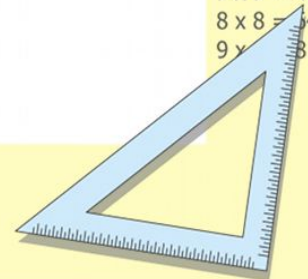


10

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

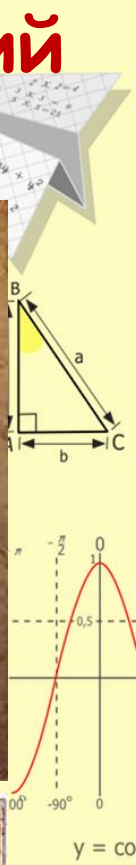
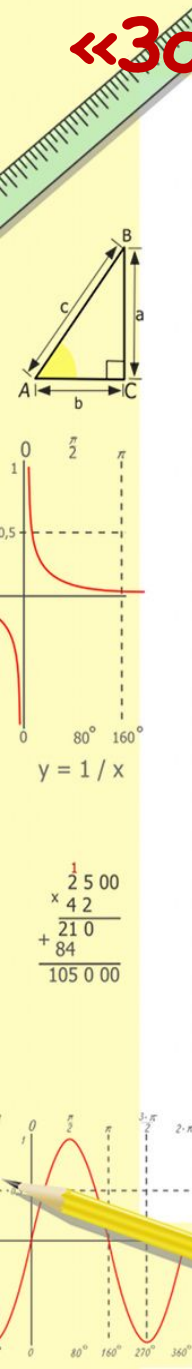
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



«Золотая Пропорция» - главный эстетический принцип эпохи Средневековья

- Эпоха Возрождения ассоциируется с именами таких «титанов», как Леонардо да Винчи, Микеланджело, Рафаэль, Николай Коперник, Альберт Дюрер, Лука Пачоли.
- Имеется много авторитетных свидетельств о том, что именно **Леонардо да Винчи (1452-1519)** был одним из первых, кто ввел сам термин «Золотое Сечение».
- «Витрувийский человек» - размах вытянутых в сторону рук человека примерно равен его росту, вследствие чего **фигура человека вписывается в квадрат и в круг**.
- Рисунок и текст иногда называют **каноническими пропорциями**.

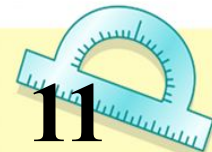


2 x 2 = 4
3 x 3 = 9
4 x 4 = 16
5 x 5 = 25
6 x 6 = 36
7 x 7 = 49
8 x 8 = 64
9 x 9 = 81

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

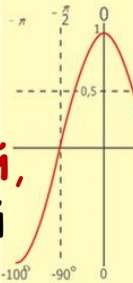
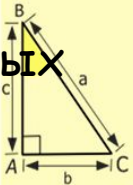
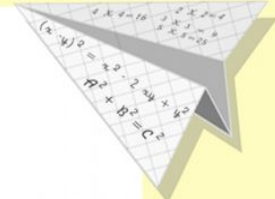
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y)$$

Вклад Кеплера в теорию Золотого Сечения

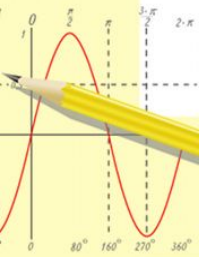


- Гениальный астроном Иоганн Кеплер (1571-1630) был последовательным приверженцем Золотого Сечения, Платоновых тел и Пифагорейской доктрины о числовой гармонии Мироздания.
- Считается, что именно Кеплер обратил внимание на ботаническую закономерность **филлотаксиса** и установил **связь между числами Фибоначчи и золотой пропорцией**, доказав, что последовательность отношений соседних чисел Фибоначчи:
 $1/1; 2/1; 3/2; 5/3; 8/5; 13/8; \dots$ в пределе стремится к золотой пропорции



y = cos

- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



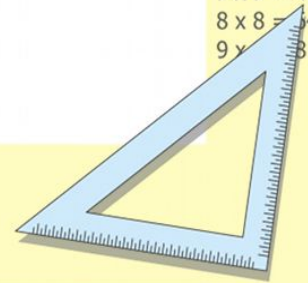
12

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

$$x = 70$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

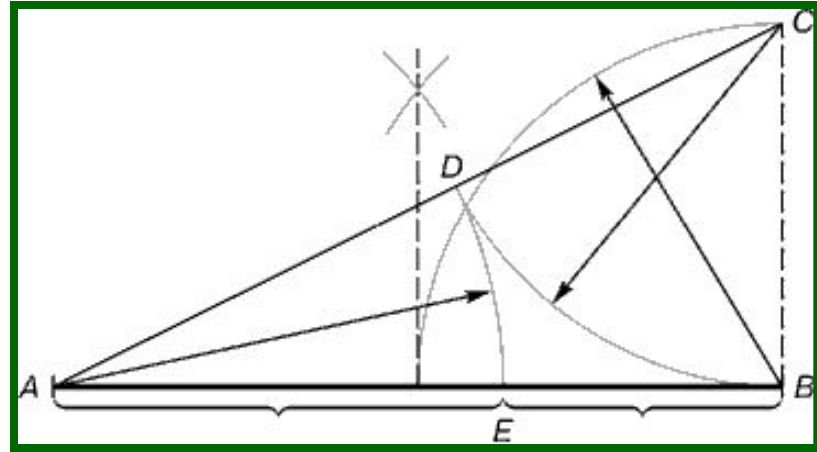


Золотое сечение в геометрии

Деление отрезка в золотом отношении

Дано: отрезок АВ.

Построить: золотое сечение отрезка АВ, т.е. точку Е так, чтобы $\frac{BE}{AE} = \frac{AE}{AB}$



Построение.

Построим прямоугольный треугольник, у которого один катет в два раза больше другого. Для этого восстановим в точке В перпендикуляр к прямой АВ и на нем отложим отрезок $BC = \frac{1}{2} AB$. Далее, соединим точки А и С, отложим отрезок $CD = CB$, и наконец $AE = AD$. Точка Е является искомой, она производит золотое сечение отрезка АВ.

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

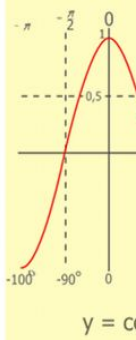
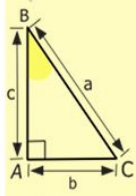
$$\sin 90^\circ = 1$$



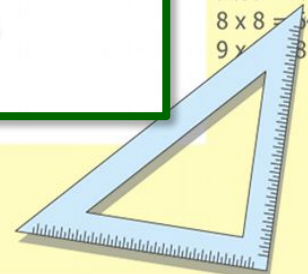
13

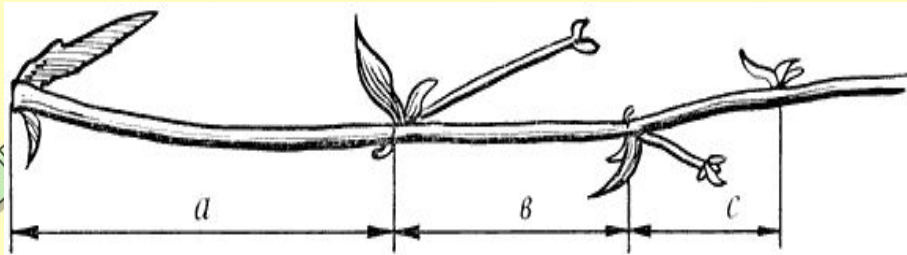
$$\begin{cases} y = \sin 90^\circ \\ x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

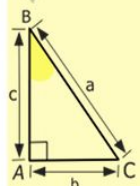
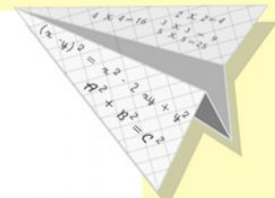


- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81

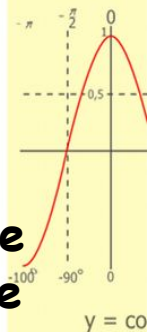




Величины отростков и лепестков цикория подчинены правилу золотой пропорции.



Золотое сечение лист розы



- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C} = \sin A = \sin B = \sin C$$

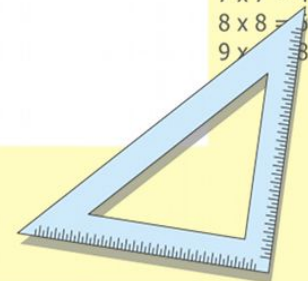
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

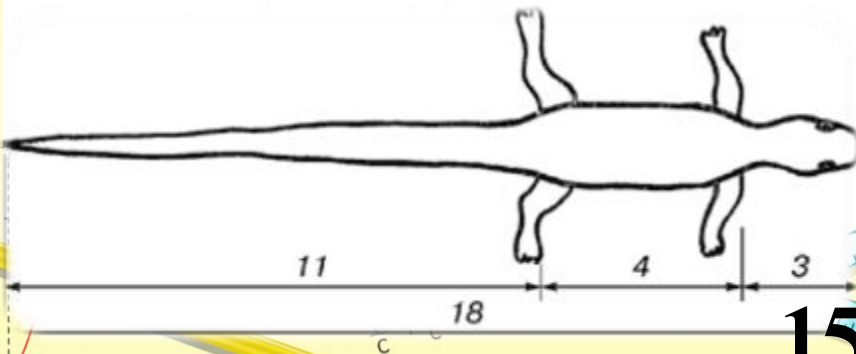


$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

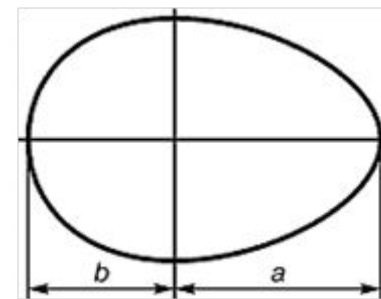
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



Золотая пропорция в теле ящерицы - длина хвоста так относится к длине остального тела, как 62 к 38



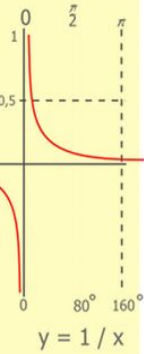
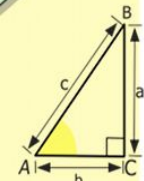
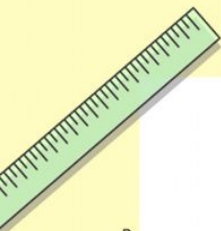
15



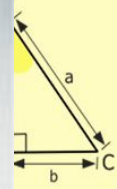
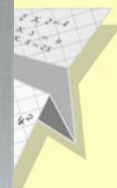
Золотые пропорции в яйце птицы

$$\begin{cases} y = \sin x \\ x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

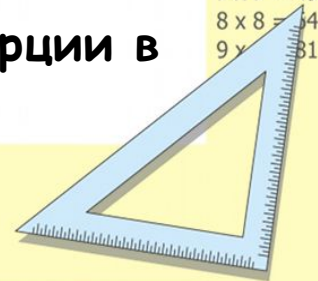
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

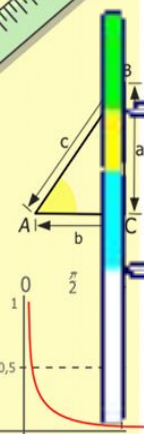
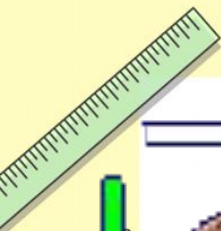


$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 2500 \\ \hline 2500 \\ + 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$



- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81





$$y = 1/x$$

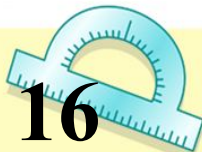
$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

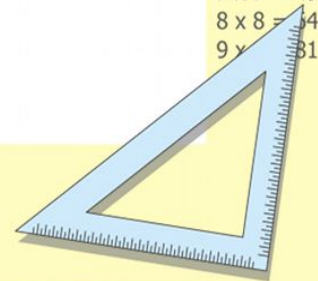
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81

$$y = \cos$$



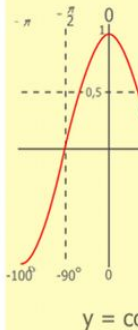
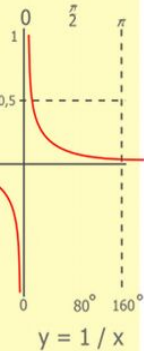
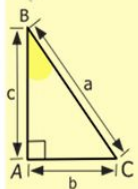
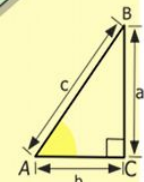
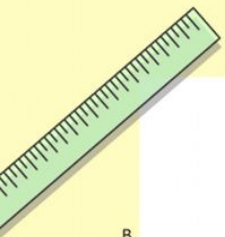
У многих бабочек узоры на крыльях, соотношение размеров грудной и брюшной части тела соответствуют золотой пропорции

Золотой треугольник

Золотым называется такой **равнобедренный треугольник**, основание и боковая сторона которого находятся в **золотом отношении**:

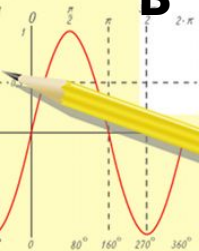
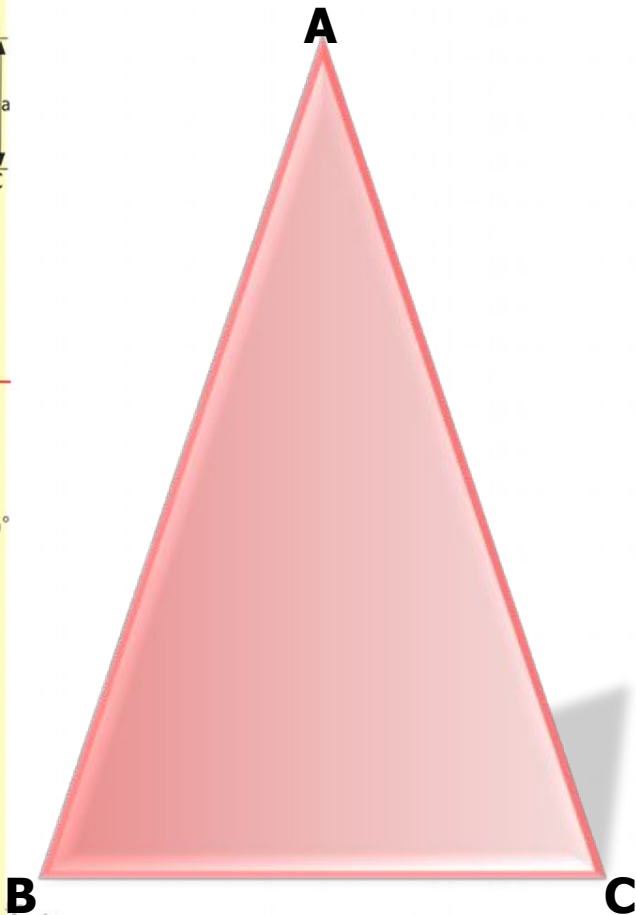
$$\frac{AB}{BC} = \varphi$$

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,6180339887...$$



$$\begin{array}{r} \frac{1}{2} 500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$

- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

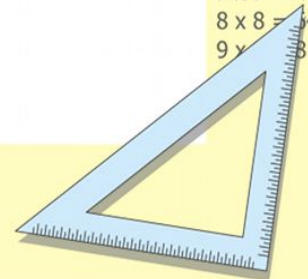


17

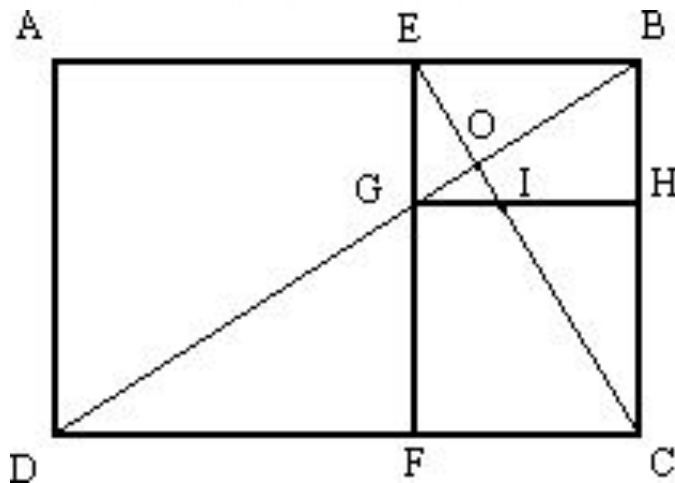
$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

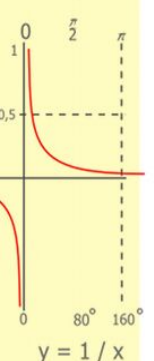
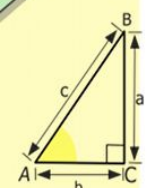
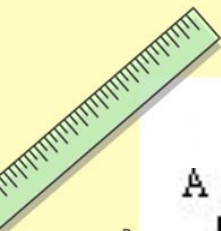


Золотой прямоугольник

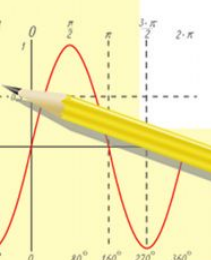


$$\frac{AB}{BC} = \varphi$$

Прямоугольник, стороны которого находятся в золотом отношении, т.е. отношение длины к ширине даёт число φ , называется **ЗОЛОТЫМ** **прямоугольником**.



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

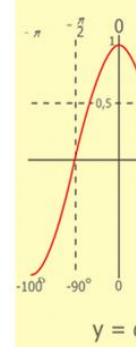
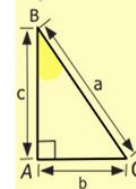
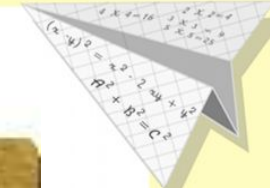


18

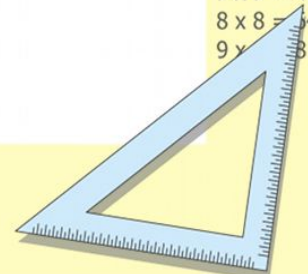
$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

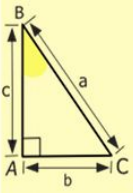
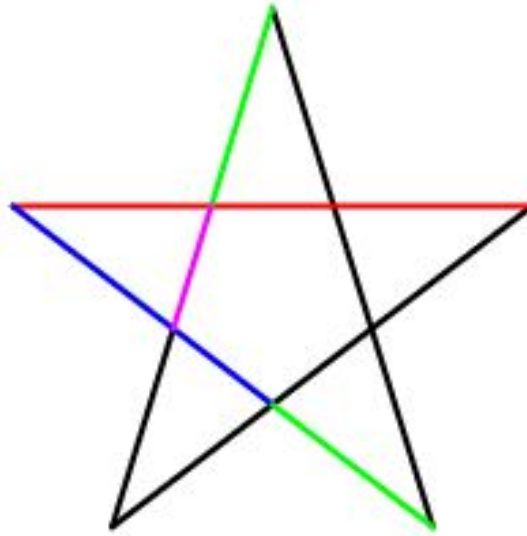
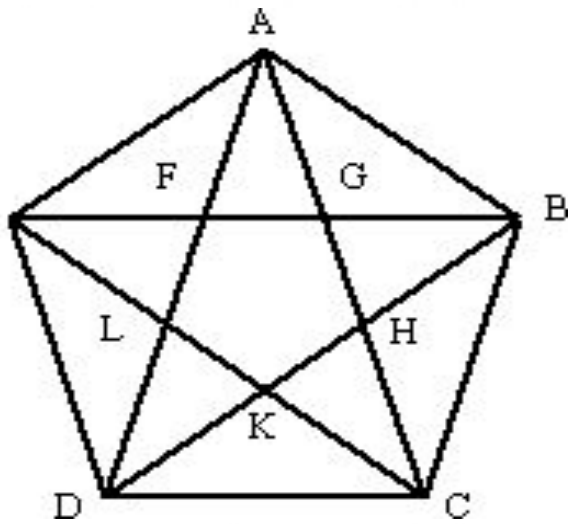
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



Пентаграмма



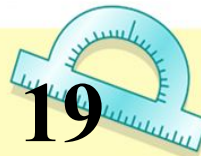
- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81

Точки пересечения диагоналей в пентаграмме являются точками золотого сечения диагоналей.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

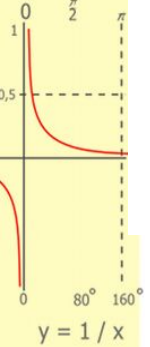
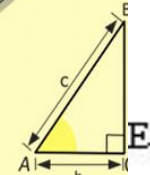
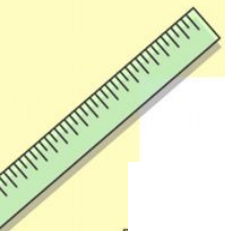
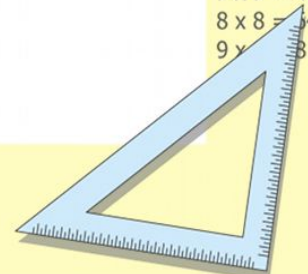


19

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

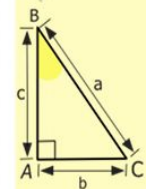
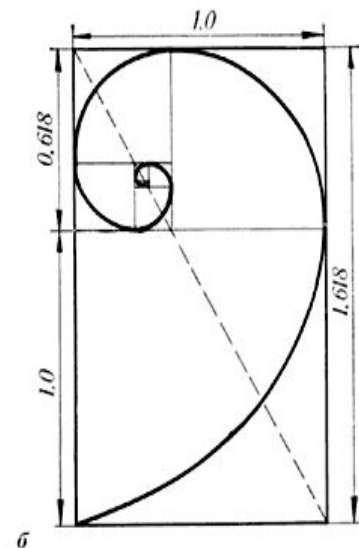
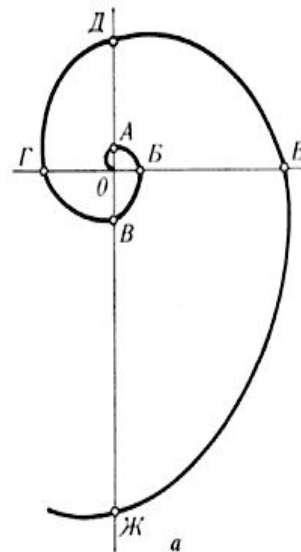
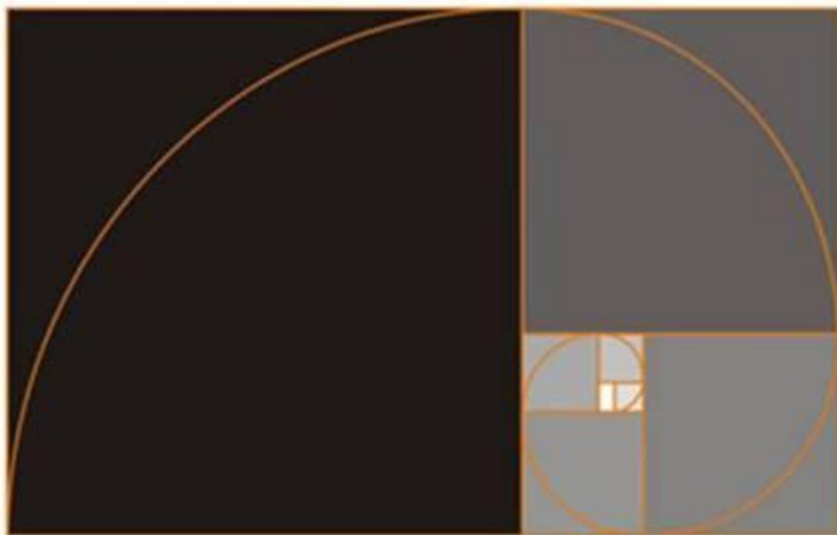
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 2500 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$

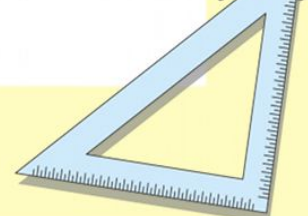


Золотая спираль

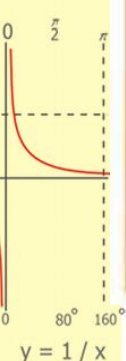
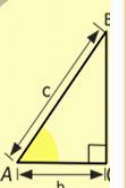


$y = \cos$

- $2 \times 2 = 4$
- $3 \times 3 = 9$
- $4 \times 4 = 16$
- $5 \times 5 = 25$
- $6 \times 6 = 36$
- $7 \times 7 = 49$
- $8 \times 8 = 64$
- $9 \times 9 = 81$



Последовательно отрезая от золотого прямоугольника квадраты и вписывая в каждый по четверти окружности, получаем **золотую логарифмическую спираль**.



$$\begin{array}{r} \frac{1}{2} 500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



20

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

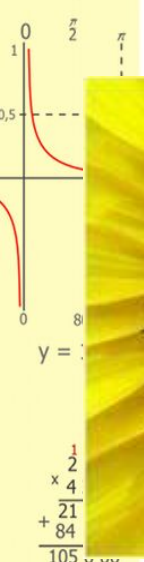
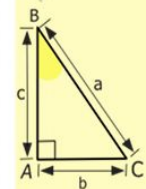
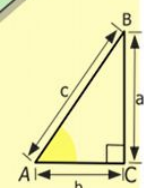
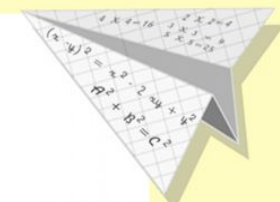
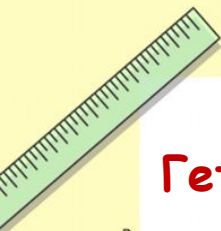
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

Золотое сечение в природе

Гете называл спираль "кривой жизни".

Спираль увидели в расположении семян подсолнечника, в шишках сосны, ананасах, кактусах и т.д. Паук плетет паутину спиралеобразно.



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



21

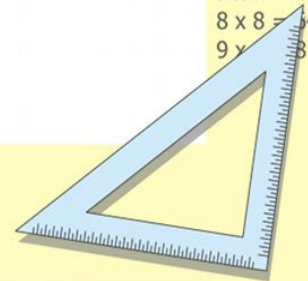
$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

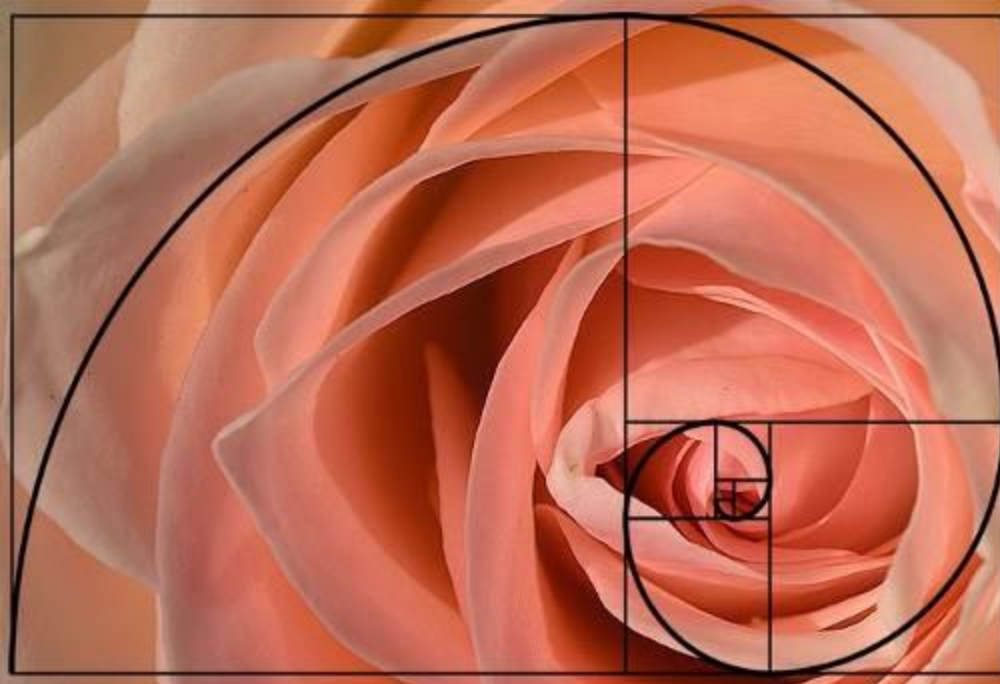
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

$$\frac{x}{x} = \frac{70}{70}$$

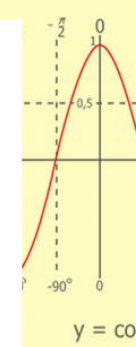
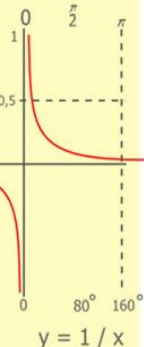
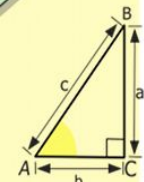
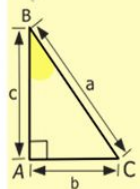
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



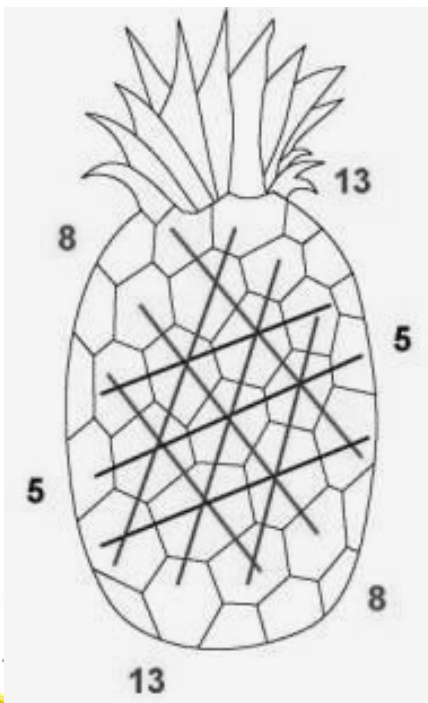


Цветки и семена подсолнуха, ромашки, чешуйки в плодах ананаса, хвойных шишках "упакованы" по **логарифмическим ("золотым") спиральям, завивающимся навстречу друг другу**, причем числа "правых" и "левых" спиралей всегда относятся друг к другу, как соседние числа Фибоначчи.



$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$

- x 2 = 4
- x 3 = 9
- x 4 = 16
- x 5 = 25
- x 6 = 36
- x 7 = 49
- x 8 = 64
- x 9 = 81



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

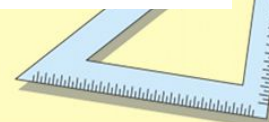
$$\sin 90^\circ = 1$$



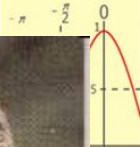
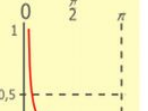
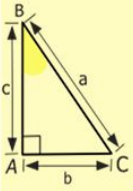
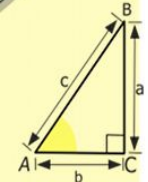
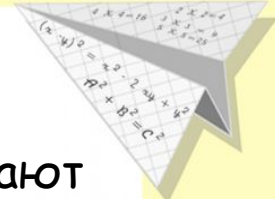
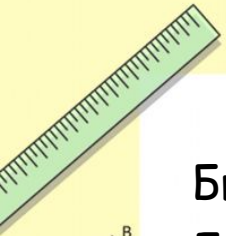
23

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

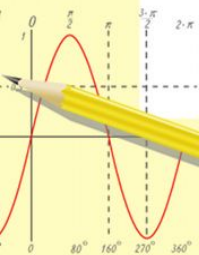
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



Рога и бивни животных развиваются в форме спирали. Бивни слонов и вымерших мамонтов, когти львов и клювы попугаев являют собой **логарифмические формы** и напоминают форму оси, склонной обратиться в спираль.



- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



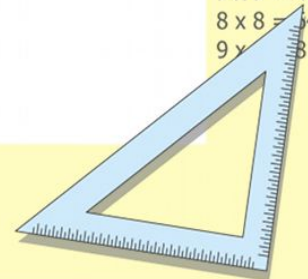
24

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

$$x = 70$$

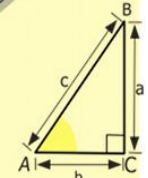
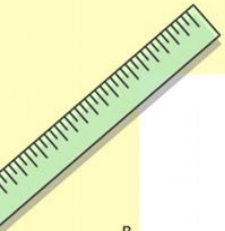
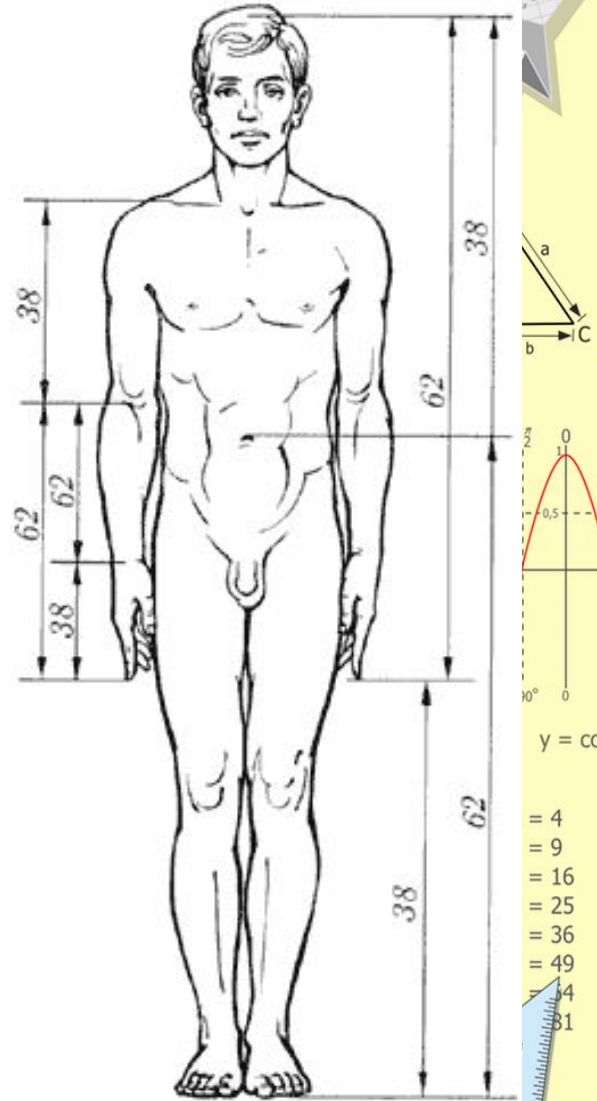
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



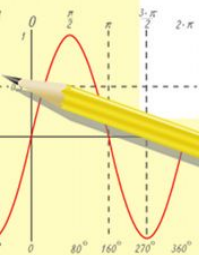
Математическая эстетика Цейзинга

В 1855 г. немецкий исследователь золотого сечения профессор Цейзинг опубликовал свой труд «Эстетические исследования». Он измерил около двух тысяч человеческих тел и пришел к выводу, что **пропорции золотого сечения проявляются в отношении частей тела человека** - длина плеча, предплечья и кисти, кисти и пальцев и т.д.

Деление тела точкой пупа - важнейший показатель золотого сечения.



$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

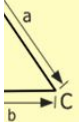
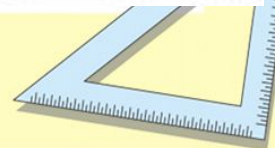


25

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

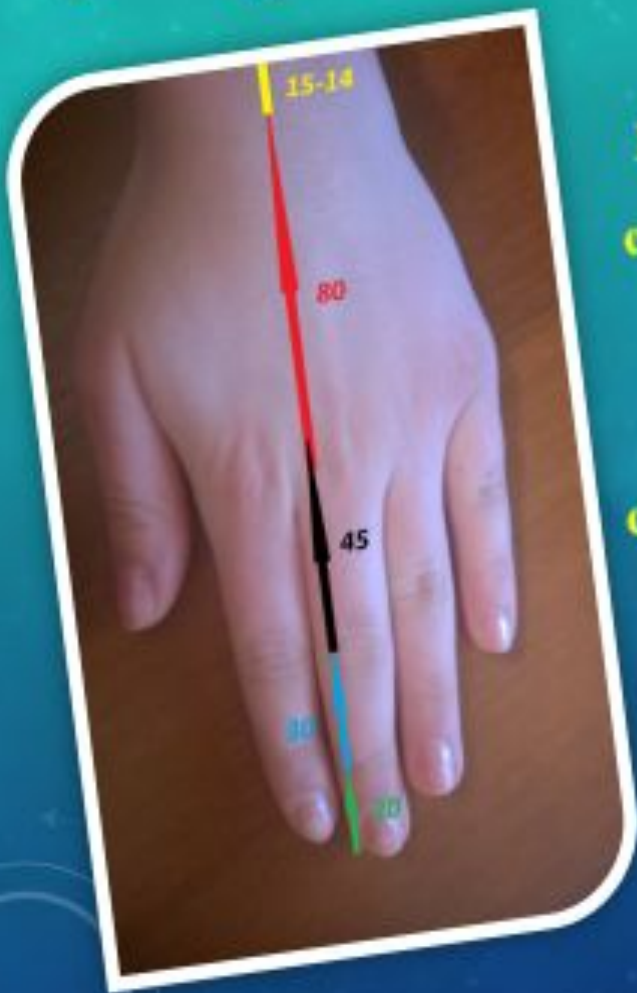
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$y = \cos$$

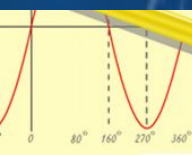
- = 4
- = 9
- = 16
- = 25
- = 36
- = 49
- = 64
- = 81

Пропорции кисти руки.



Измерения показали, что
соотношение длин разных
элементов кисти руки
приблизительно
соответствуют пропорции
«Золотого сечения».

Расчеты	Результат
30/20	1,5
45/30	1,5
80/45	1,7
20/14	1,5



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



26

$$\begin{cases} x = 25y + 45 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



Результаты измерений учащихся

№ п/п	Имя	Рост	Длина от талии до пола	Соотношение
1	Юлия	171	102	1,68
2	Алёна	176	105	1,68
3	Михаил	175	108	1,62
4	Анастасия	162	99	1,64
5	Вероника	164	101	1,62
6	Иван	183	114	1,61
7	Анастасия	156	94	1,66
8	Дмитрий	185	112	1,65
9	Дарья	154	95	1,62
10	Василий	180	111	1,62

Вывод: пропорции тела мальчиков ближе к показателю золотого сечения, чем у девочек, что подтверждает теорию Цейзинга.

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



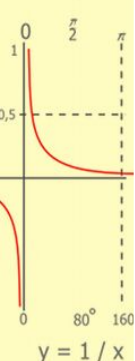
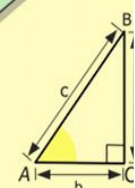
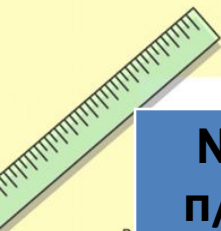
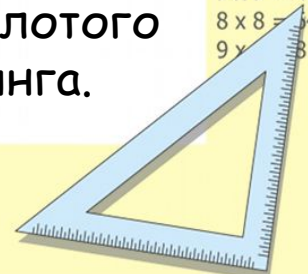
27

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

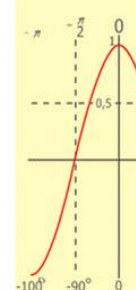
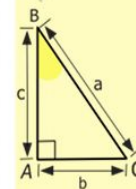
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

$$x = 70$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$



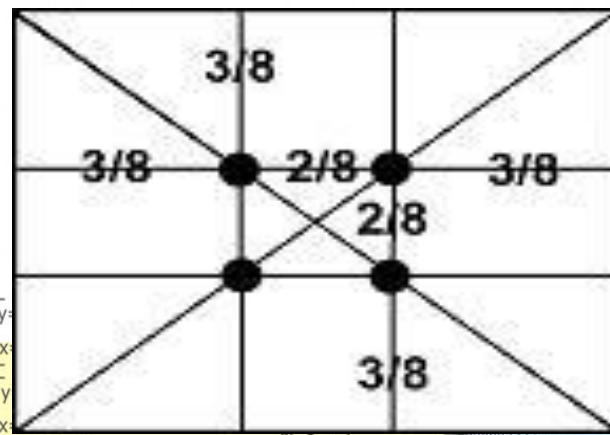
- $y = \cos$
- $2 \times 2 = 4$
- $3 \times 3 = 9$
- $4 \times 4 = 16$
- $5 \times 5 = 25$
- $6 \times 6 = 36$
- $7 \times 7 = 49$
- $8 \times 8 = 64$
- $9 \times 9 = 81$

Золотое сечение в живописи и фотографии



На живописном полотне существуют **четыре точки повышенного внимания**.

Зрительные центры расположены на расстоянии $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{8}$ от краев любой картины и фотографии.



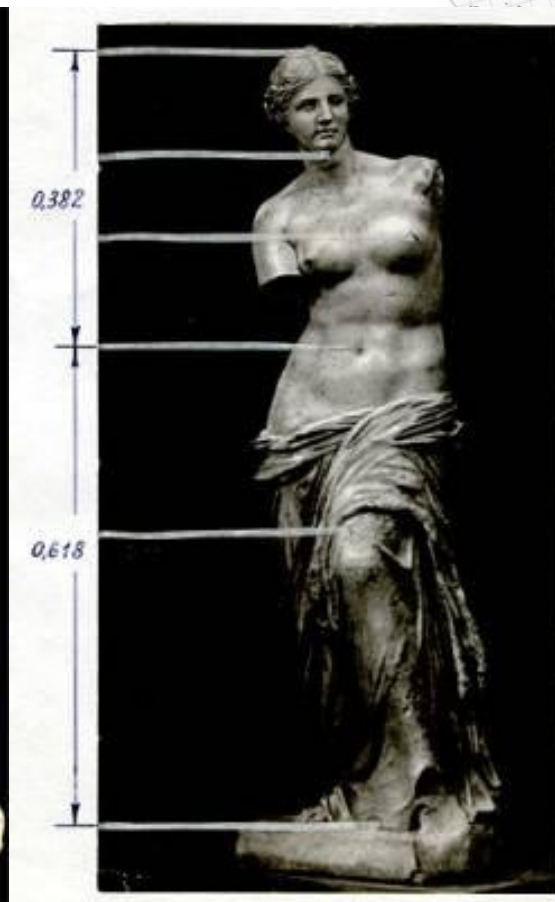
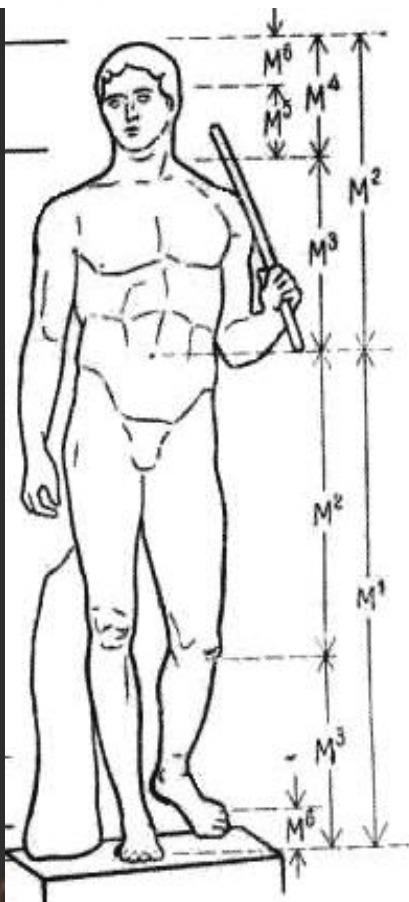
- $2 \times 2 = 4$
- $3 \times 3 = 9$
- $4 \times 4 = 16$
- $5 \times 5 = 25$
- $6 \times 6 = 36$
- $7 \times 7 = 49$
- $8 \times 8 = 64$
- $9 \times 9 = 81$

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

Золотое сечение в скульптуре



Дорифор Поликлета

Венера Милосская

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

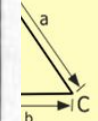
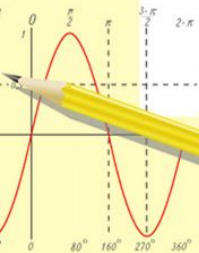
$$\sin 90^\circ = 1$$

30

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

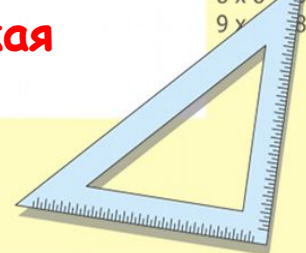
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

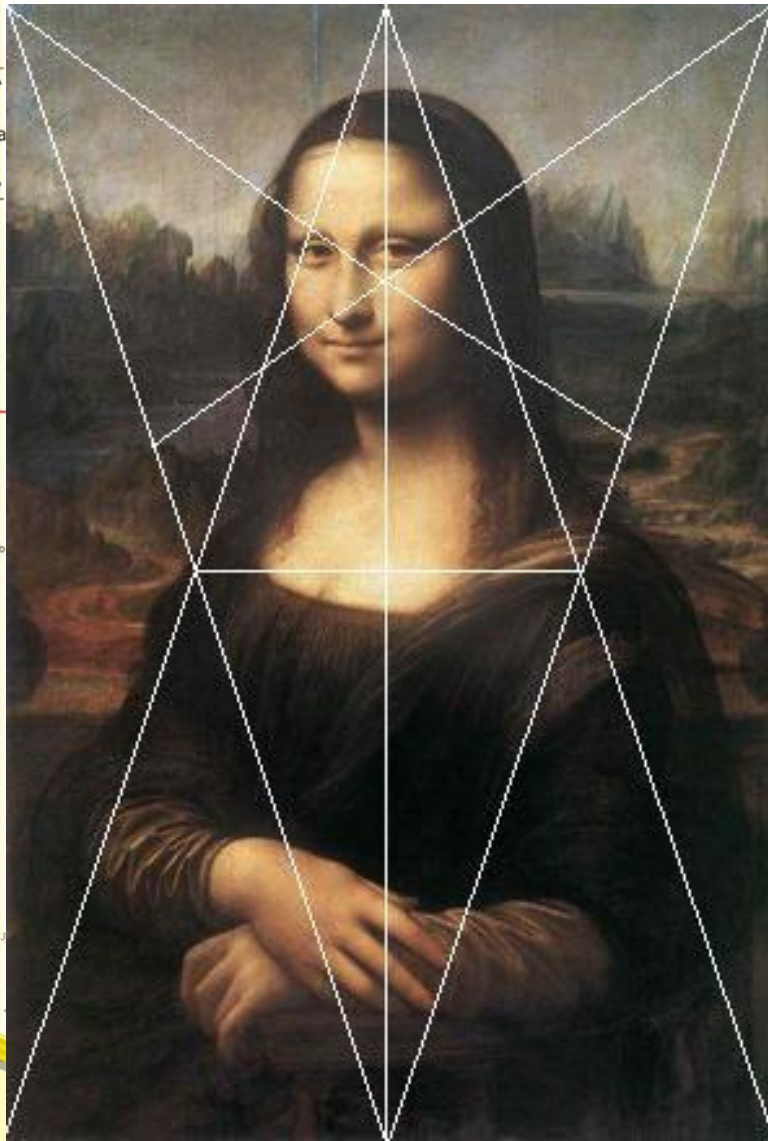


$$y = \cos$$

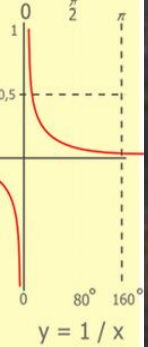
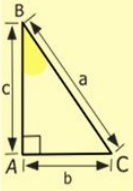
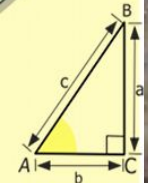
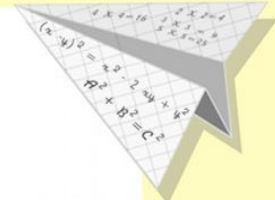
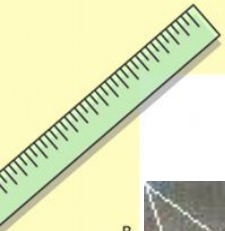
- = 4
- = 9
- = 16
- = 25
- = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



Золотое сечение в картине Леонардо да Винчи "Джоконда"

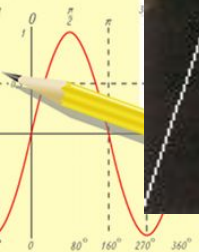


Портрет Моны Лизы привлекает тем, что композиция рисунка построена на "золотых треугольниках" (точнее на треугольниках, являющихся кусками правильного звездчатого пятиугольника).



$$\begin{array}{r} \frac{1}{2} 500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$

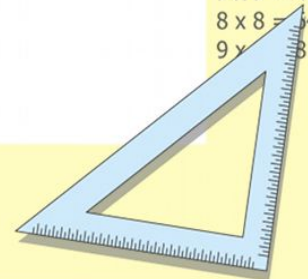
- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$





Васильев «У окна»



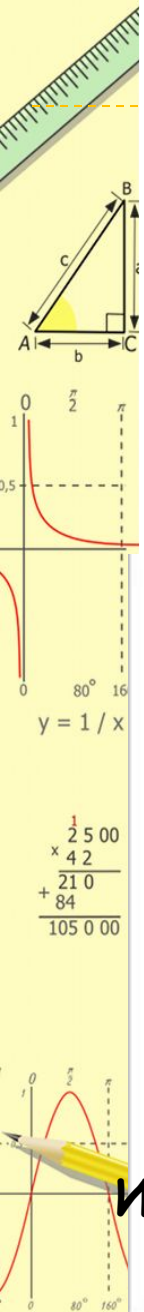
«Суд Париса» камень



Иванов «Явление Христа народу»



«Пьющий Один» 8 век



$$x/\phi \quad x - x/\pi \quad x - x/\phi^3$$

$$y - y/\pi \quad y/\phi$$

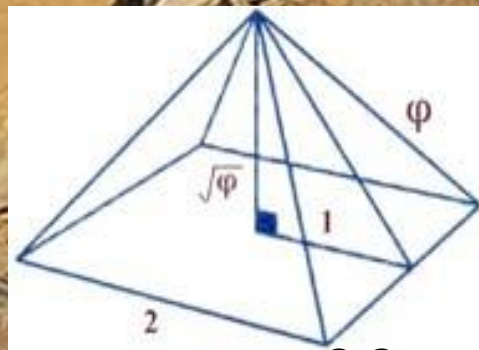
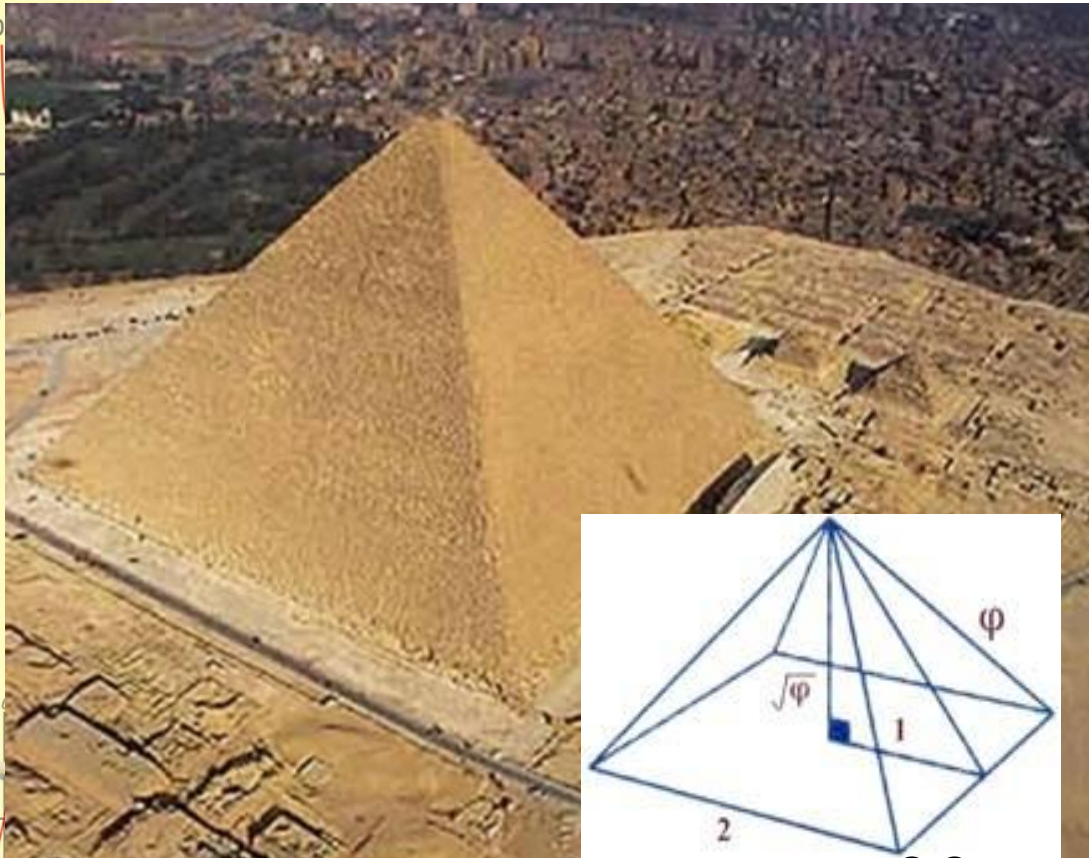


$$y = \cos$$

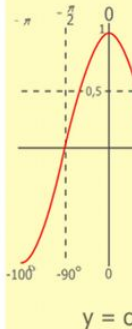
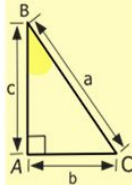
- 2 = 4
- 3 = 9
- 4 = 16
- 5 = 25
- 6 = 36
- 7 = 49
- 8 = 64
- 9 = 81

Золотое сечение в архитектуре

Пирамида Хеопса



Пропорции пирамиды Хеопса, храмов, барельефов, предметов быта и украшений из гробницы Тутанхамона свидетельствуют, что египетские мастера пользовались соотношениями золотого деления при их создании.



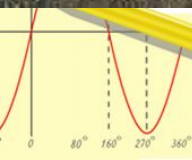
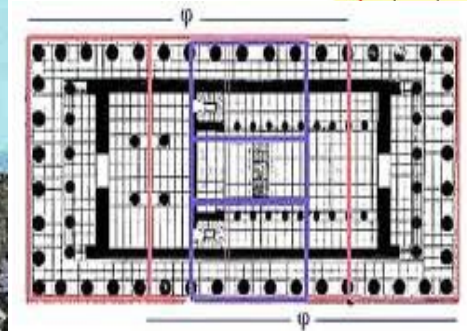
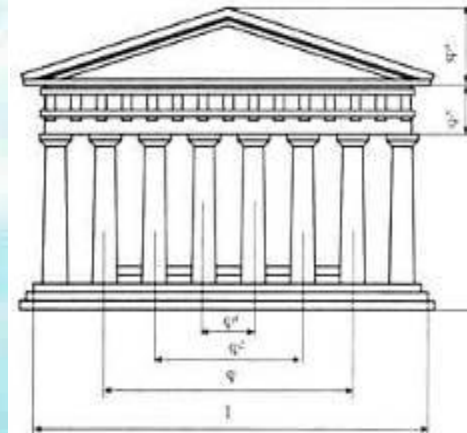
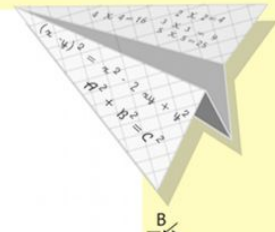
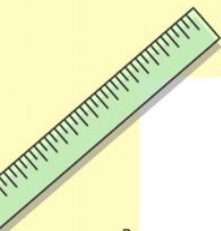
- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

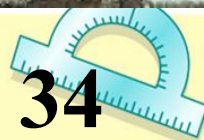
Золотые пропорции Парфенона



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

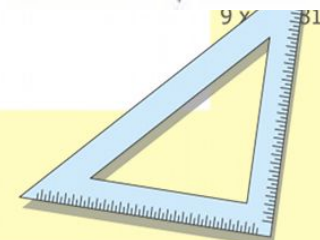
$$\sin 90^\circ = 1$$



34

$$\begin{cases} x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

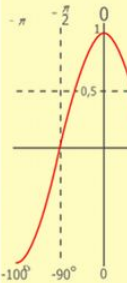
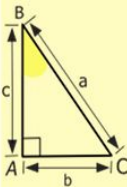
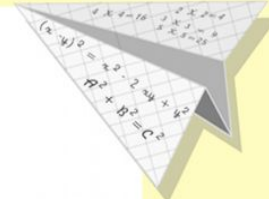
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$





**Золотое
соотношение мы
можем увидеть и
в здании Собора
Парижской
Богоматери**

**Нотр - Дам де
Пари**



$y = \cos$

- $2 \times 2 = 4$
- $3 \times 3 = 9$
- $4 \times 4 = 16$
- $5 \times 5 = 25$
- $6 \times 6 = 36$
- $7 \times 7 = 49$
- $8 \times 8 = 64$
- $9 \times 9 = 81$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

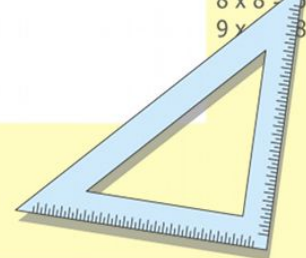


35

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

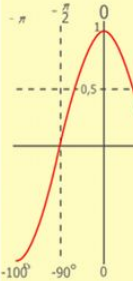
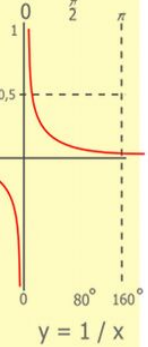
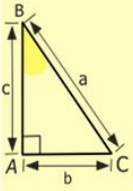
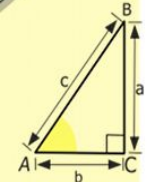
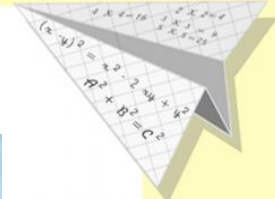
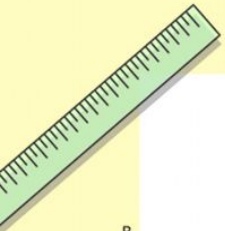
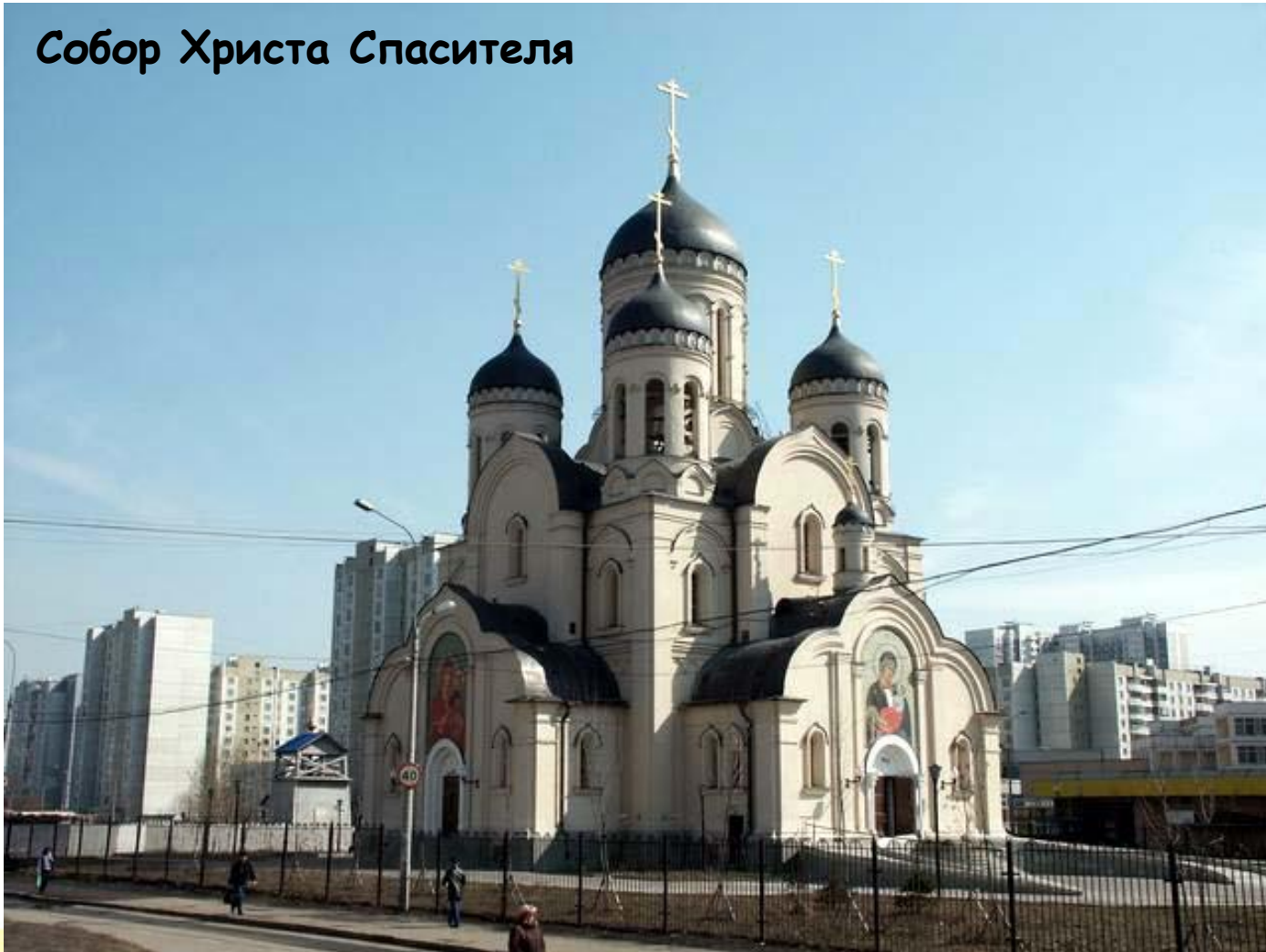
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



Золотое сечение в архитектуре России

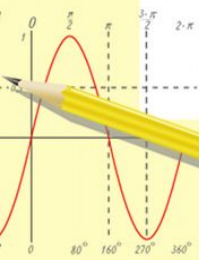
Собор Христа Спасителя



$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$

$y = \cos$

- $2 \times 2 = 4$
- $3 \times 3 = 9$
- $4 \times 4 = 16$
- $5 \times 5 = 25$
- $6 \times 6 = 36$
- $7 \times 7 = 49$
- $8 \times 8 = 64$
- $9 \times 9 = 81$



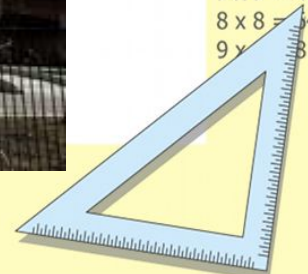
$\sin A = \sin B = \sin C$

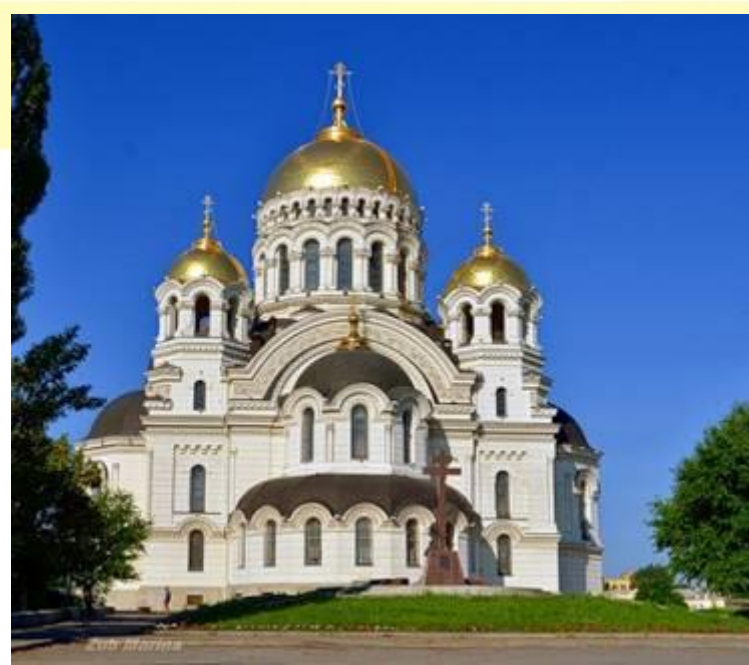
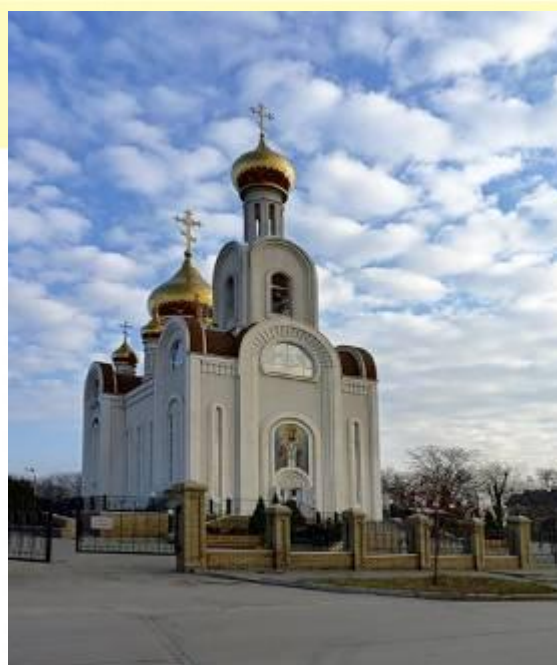
$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$

$\sin 90^\circ = 1$

$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$

$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$

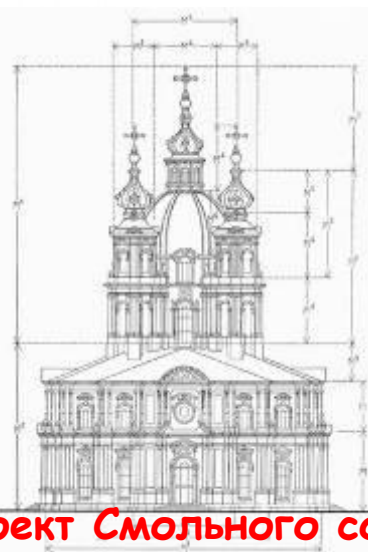




Собор Василия Блаженного

Храм Святителя Димитрия

Собор Вознесения Господня



Проект Смоленского собора

Смоленский собор

Собор на Нерли



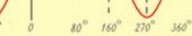
= CO
4
9
16
25
36
49
64
81

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{c}{c}$$

37

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

$$(x-y)^2 = x^2 - 4y^2$$



Угловая Арсенальная башня



Ещё в 6 классе, решая одну из задач, я рассмотрела фотографию Угловой Арсенальной башни. При общей высоте башни $AC=13$ см длины отрезков AB и BC равны 5 см и 8 см соответственно. Проверила отношения: $AB/BC=5/8=0,6...$
 $BC/AC=8/13=0,6...$

Вывод: при строительстве данной башни правило «золотого сечения» соблюдалось

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

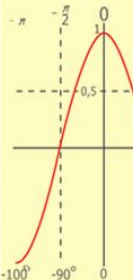
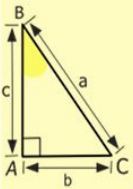
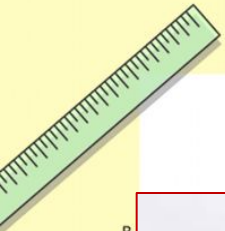
38

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

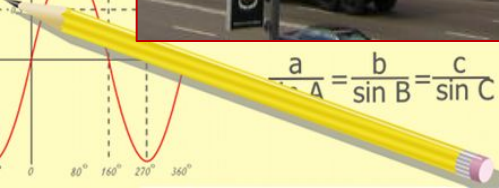
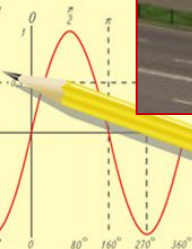
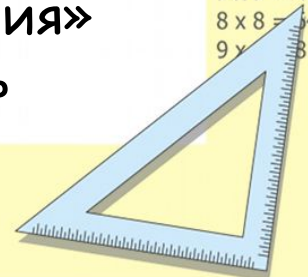
$$x = 70$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$y = \cos$$

- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



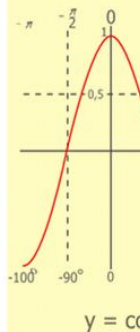
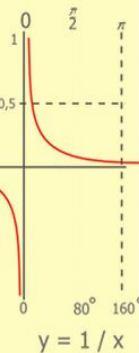
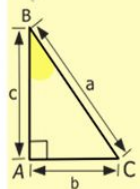
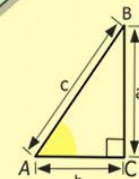
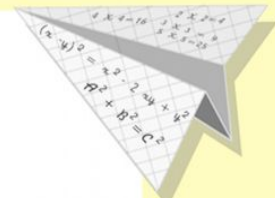
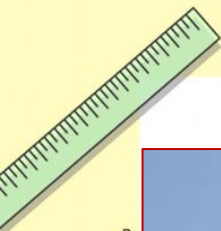
Тайницкая башня



В этой же задаче,
рассмотрев
Тайницкую башню,
пришла к выводу,
что $BC/AB=5/8=0,6\dots$, а

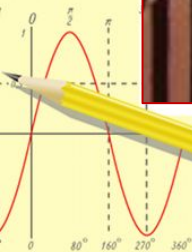
так же
 $FD/DE=5/8=0,6\dots$

Таким образом, в данной
башне присутствуют
элементы, размеры
которых находятся в
отношении «золотого
сечения».



$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 2500 \\ \hline 2500 \\ + 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$

- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

sin 90° = 1

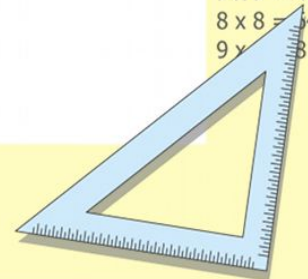


39

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

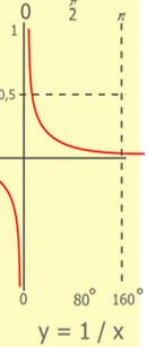
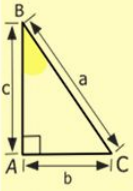
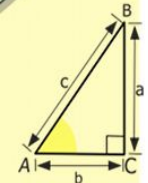
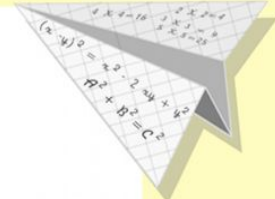
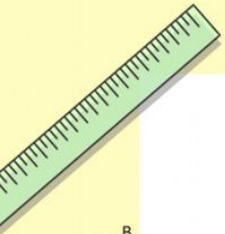


ВЫВОД

Не одно столетие ученые применяют уникальные математические свойства золотого сечения.

Универсальность его проявления в строении органов, систем, их функциональных параметрах позволяет предполагать, что оно играет роль кирпичика в фундаменте всего живого на Земле.

Последние исследования в области астрономии, физики показывают, что это сечение имеет отношение ко всему Мирозданию.



$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 2500 \\ \hline 2500 \\ + 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$

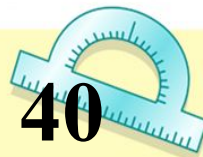
- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

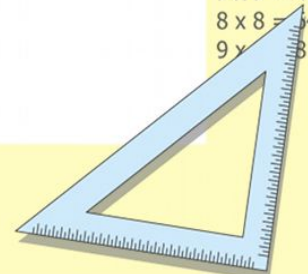
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



ЛИТЕРАТУРА:

1. Геометрия: красота и гармония. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости. Золотая пропорция. Симметрия вокруг нас. 8-9 классы: элективные курсы/авт.-сост. Л. С. Сагателова, В.Н. Студенецкая. - Волгоград: Учитель, 2007. - 158 с.
2. Математика: наглядная геометрия: учебник для учащихся 6 кл. общеобразовательных учреждений/ Т.Г.Ходот, А.Ю.Ходот. - М.: Просвещение, 2007. - 143 с.

Интернет-ресурсы:

1. <http://gs.edunet.uz/viskust.htm>
http://photoportal.kiev.ua/?lang_id=1&menu_id=1
2. <http://www.dc-market.ru/about.htm>
<http://inoyrazum.narod.ru/pyramid.html>
3. <http://www.abc-people.com/idea/zolotsech/>
http://www.abc-people.com/data/leonardov/pic_z-8.jpg
4. <http://al-signa.narod.ru/lib/red/152.files/image014.gif>
5. <http://goldsech.narod.ru/>
6. <http://www.photoline.ru/tcomp1.htm>
7. http://rustimes.com/blog/page_all_102.html
8. http://www.harunyahya.ru/article_zolotoe_sechenir.php
9. <http://www.zaitseva-irina.ru/html/f1103454898.html>

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

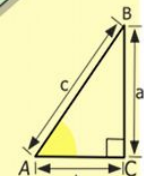
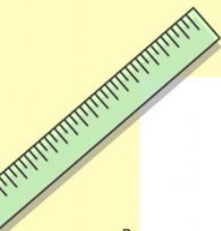
$$\sin 90^\circ = 1$$



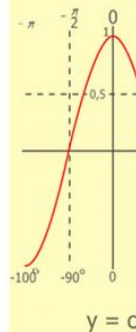
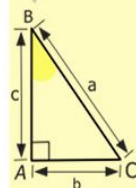
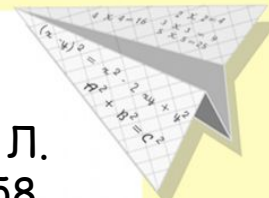
41

$$\begin{cases} y = \sin 90^\circ \\ x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

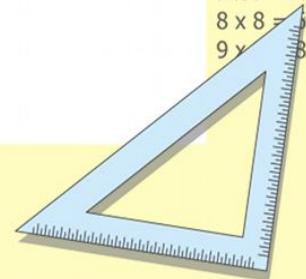
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

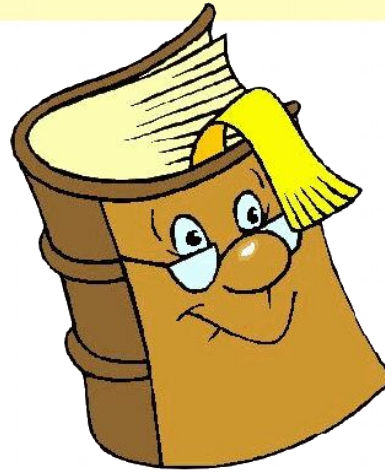


$$\begin{array}{r} 1\ 2\ 5\ 00 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105\ 000 \end{array}$$

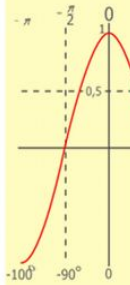
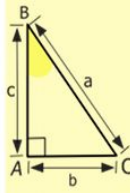
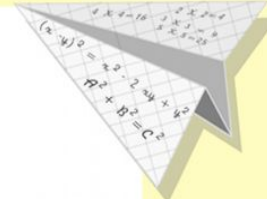
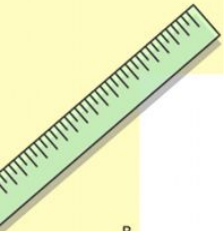


$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



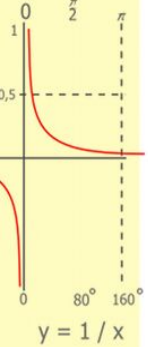
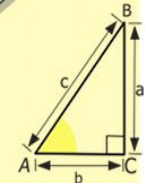


спасибо за внимание



y = cos

- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

