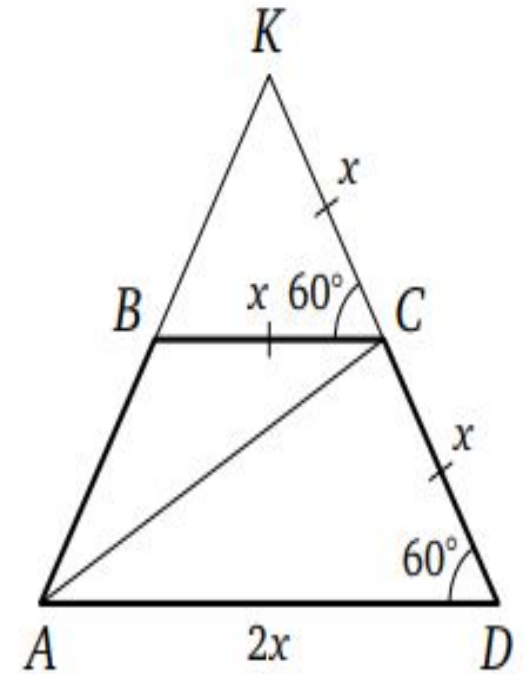
ОГЭ 2019 г

Модуль «Геометрия»

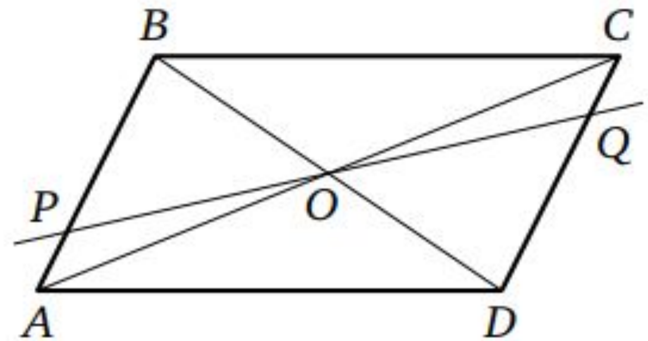
Пример задания В трапеции $ABCD$ основание AD вдвое больше основания BC и вдвое больше боковой стороны CD. Угол ADC равен $60°$, $AC = 6\sqrt{3}$. Найдите периметр трапеции.

Р е ш е н и е. Пусть K — точка пересечения прямых AB и DC, и пусть $BC = CD = x$. Тогда $AD = 2x$ и BC — средняя линия треугольника AKD. Поэтому $KC = CD = x$ и треугольник AKD равносторонний. Следовательно, AC — его медиана и высота. Значит, $AD \sin 60° = AC$, то есть $2x\frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$, откуда $x = 6$. Но тогда $AB = BC = CD = 6$, $AD = 12$ и периметр трапеции равен 30.



Ответ: 30.

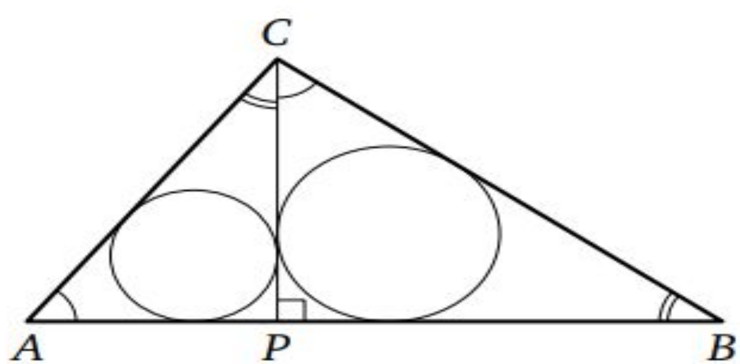
Пример задания Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и Q соответственно. Докажите, что отрезки OP и OQ равны.



Доказательство. В треугольниках BPO и DQO стороны BO и DO равны по свойству диагоналей параллелограмма, $\angle PBO = \angle QDO$ как накрест лежащие углы при параллельных прямых AB и CD и секущей BD, а $\angle POB = \angle QOD$ как вертикальные углы. Значит, треугольники BPO и DQO равны по стороне и двум прилежащим к ней углам. Следовательно, отрезки OP и OQ равны.

Пример задания Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведена высота CP. Радиус окружности, вписанной в треугольник BCP, равен 16, $AC = 0{,}75BC$. Найдите радиус вписанной окружности треугольника ABC.

Решение. Обозначим радиусы вписанных окружностей треугольников ABC, BCP и ACP через r, r_1 и r_2 соответственно. Треугольники ABC, CBP и ACP подобны по двум углам. Поэтому отношение сходственных элементов любых двух из этих треугольников равно соответствующему коэффициенту подобия, т. е. отношению сходственных сторон. Значит, $\frac{r_1}{r} = \frac{BC}{AB}$, $\frac{r_2}{r} = \frac{AC}{AB}$, $\frac{r_1}{r_2} = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{0{,}75} = \frac{4}{3}$. Возведя в квадрат и почленно сложив два первых равенства, получим $\frac{r_1^2 + r_2^2}{r^2} = \frac{BC^2 + AC^2}{AB^2} = 1$, откуда $r^2 = r_1^2 + r_2^2$. Но $\frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{3}$, следовательно, $r_2 = \frac{3}{4}r_1 = 12$. Тогда $r = \sqrt{r_1^2 + r_2^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$.



Ответ: 20.