

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Московский политехнический университет**

**Транспортный факультет  
Кафедра «Динамика и прочность транспортно-технологических систем»**

**Лабораторная работа №5 по дисциплине «Технологическая механика  
композитов»**

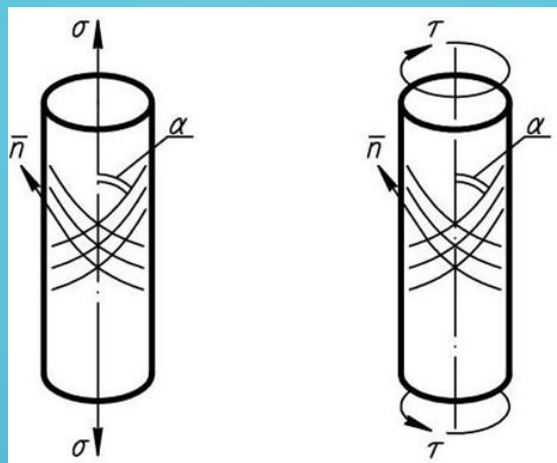
**Критерии прочности намоточных труб при растяжении, кручении и сложном  
напряженном состоянии.**

**Москва, 2020**

# ЗАДАЧИ

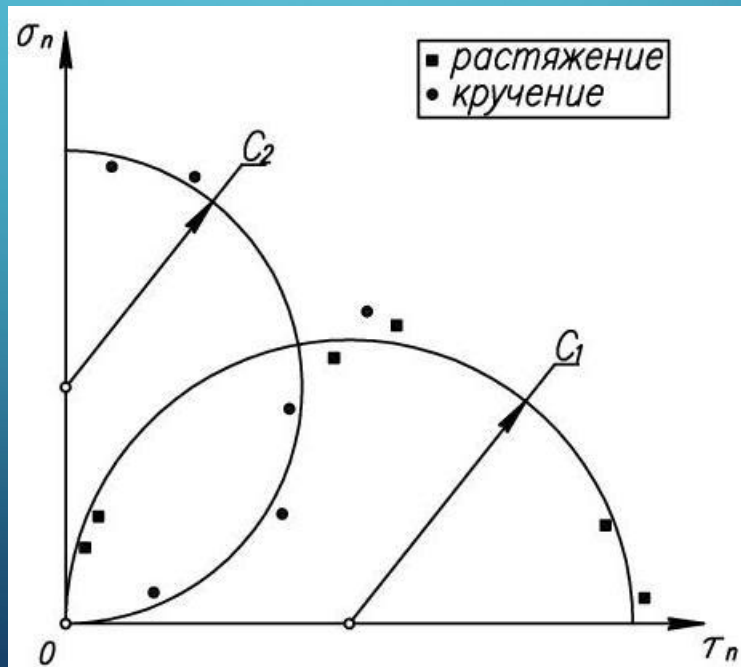
1. Построить зависимости прочности композитных труб при растяжении и при кручении от угла намотки волокон.
2. Пересчитать значения нормальных  $\sigma_n$  и касательных  $\tau_n$  напряжений в проекции на плоскость возможного разрушения, связанную с направлением намотки волокон. Построить эти данные в координатах  $\sigma_n$ - $\tau_n$ .
3. Провести через полученные точки полуокружности наилучшего соответствия и определить по этим кривым параметры критериев разрушения.
4. Построить зависимости прочности от угла намотки волокон и сравнить с исходными экспериментальными данными.
5. Сопоставить точность описания экспериментов по полученным

# Растяжение и кручение косоугольно намотанных труб



$$\sigma_n = \sigma(\alpha) \sin(\alpha)^2, \tau_n = \sigma(\alpha) \sin(\alpha) \cos(\alpha)$$

$$\sigma_n = \tau(\alpha) \sin(2\alpha), \tau_n = \tau(\alpha) \cos(2\alpha)$$



# ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЙ КРИТЕРИЙ ПРОЧНОСТИ

## Растяжение

Уравнение аппроксимирующей кривой

$$\left(\frac{\sigma_n}{C_1}\right)^2 + \left(\frac{\tau_n - C_1}{C_1}\right)^2 = 1$$

$$(1) \rightarrow (3) \Rightarrow \sigma(\alpha) = 2C_1 \operatorname{ctg}(\alpha)$$

$2C_1$ - прочность трубки с углом намотки  $\alpha = \pm 45^\circ$  на растяжение

Получим

$$\sigma(\alpha) = \sigma(45^\circ) \operatorname{ctg}(\alpha)$$

Искусственно преобразованная зависимость

$$\sigma(\alpha) = [\sigma(45^\circ) - \sigma(90^\circ)] \operatorname{ctg}(\alpha) + \sigma(90^\circ)$$

## Кручение

Уравнение аппроксимирующей кривой

$$\left(\frac{\sigma_n - C_2}{C_2}\right)^2 + \left(\frac{\tau_n}{C_2}\right)^2 = 1$$

$$(2) \rightarrow (5) \Rightarrow \tau(\alpha) = 2C_2 \sin(2\alpha)$$

$2C_2$ - прочность трубки с углом намотки  $\alpha = \pm 45^\circ$  на кручение

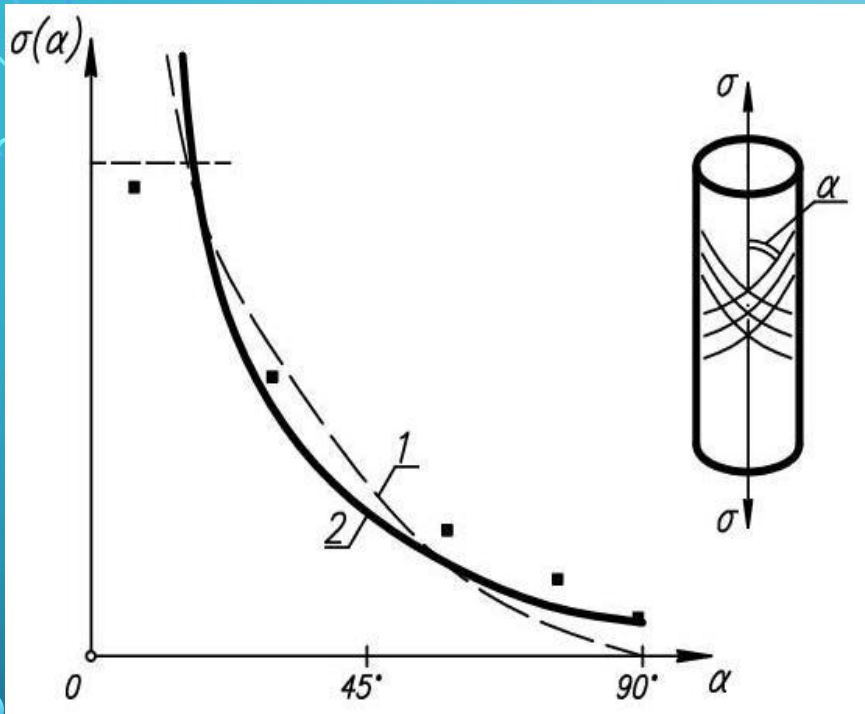
Получим

$$\tau(\alpha) = \tau(45^\circ) \sin(2\alpha)$$

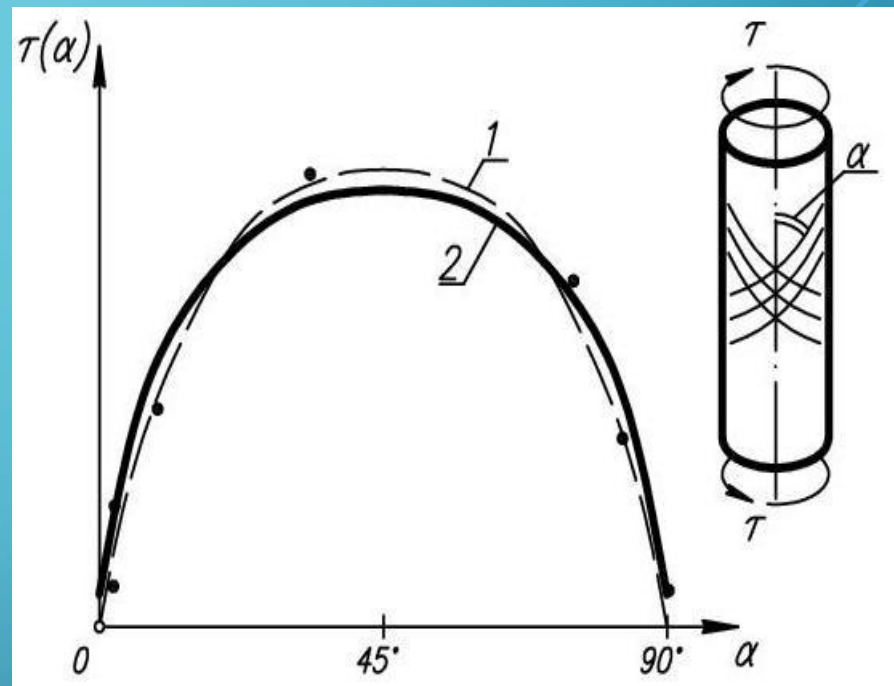
Искусственно преобразованная зависимость

$$\tau(\alpha) = [\tau(45^\circ) - \tau(90^\circ)] \sin(2\alpha) + \tau(90^\circ)$$

# Растяжение и кручение косоугольно намотанных труб



Растяжение

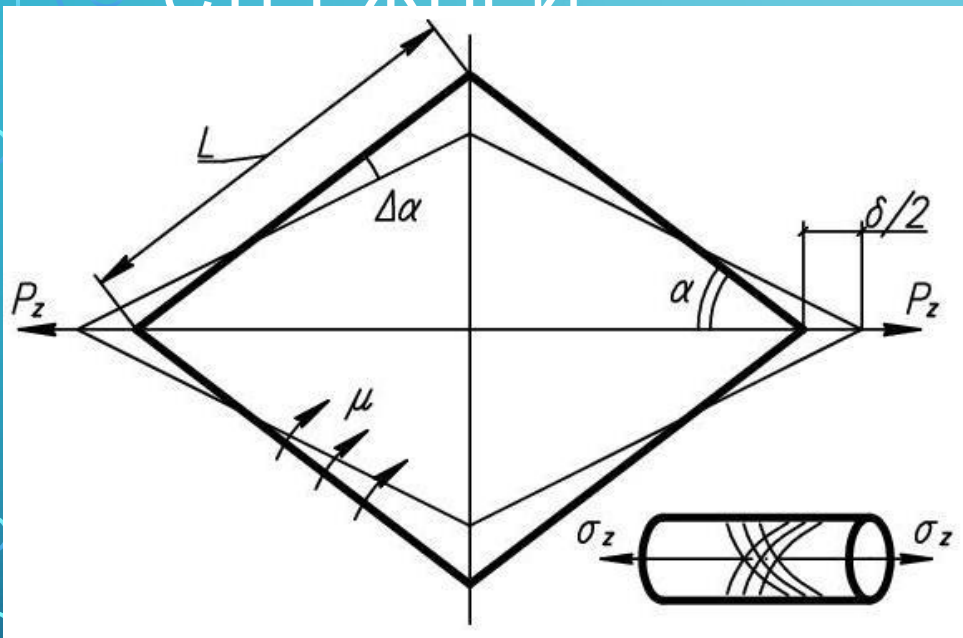


Кручение

$$\frac{\tau_{зад} \sin(2\alpha)}{\tau_{зад}} = \frac{\sigma(45^\circ) \operatorname{ctg}(\alpha)}{\sigma_{зад}} \rightarrow \alpha_{\text{opt}} - \text{рациональный угол намотки}$$

$\sigma_{зад}$  и  $\tau_{зад}$  - заданные напряжения, действующие на трубку.

# МОДЕЛЬ РОМБА ИЗ НЕРАСТЯЖИМЫХ СТЕРЖНЕЙ



Модель ромба при одноосном  
растяжении

Сила осевого  
растяжения  
 $P_z = 2\sigma_z l \sin(\alpha)$ .

Суммарный  
момент  
 $M = 2\mu l^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)$ .

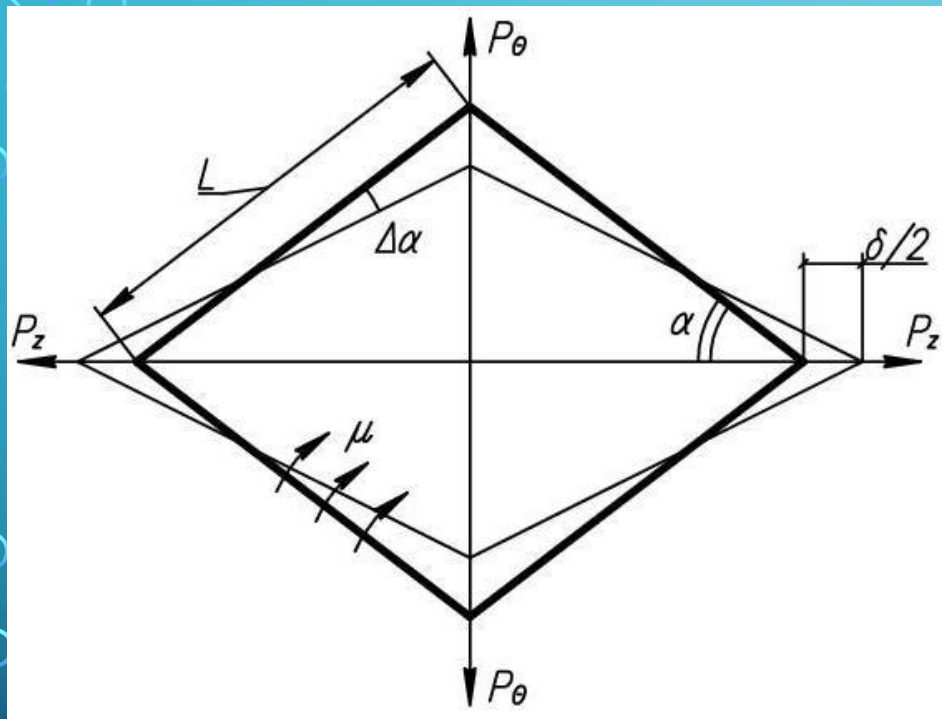
Равенство работ

$$\frac{1}{2} \cdot 4\sigma_z l^2 \sin(\alpha)^2 d\alpha = 2\mu l^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) d\alpha$$

Критерий прочности

$$\sigma(\alpha) = \mu^* \operatorname{ctg}(\alpha)$$

# Модель ромба из нерастяжимых стержней



Модель ромба при двухосном растяжении

Условие разрушения:

$$\left| \frac{\sigma_z(\alpha) \operatorname{tg}(\alpha)}{\sigma_z(45^\circ)} - \frac{\sigma_\theta(\alpha) \operatorname{ctg}(\alpha)}{\sigma_\theta(45^\circ)} \right| = 1.$$

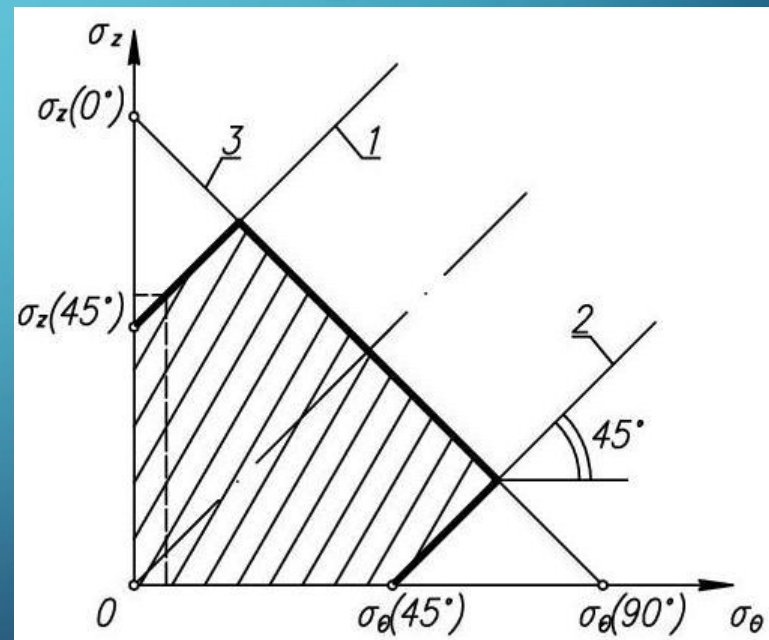


Диаграмма предельных состояний

# ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

## Экспериментальные данные

$\sigma(\alpha)$ , МПа	120	105	50	35	12	9	7
$\tau(\alpha)$ , МПа	6	17	22	28	23	18	7
$\alpha$ , град	0	15	30	45	60	75	90

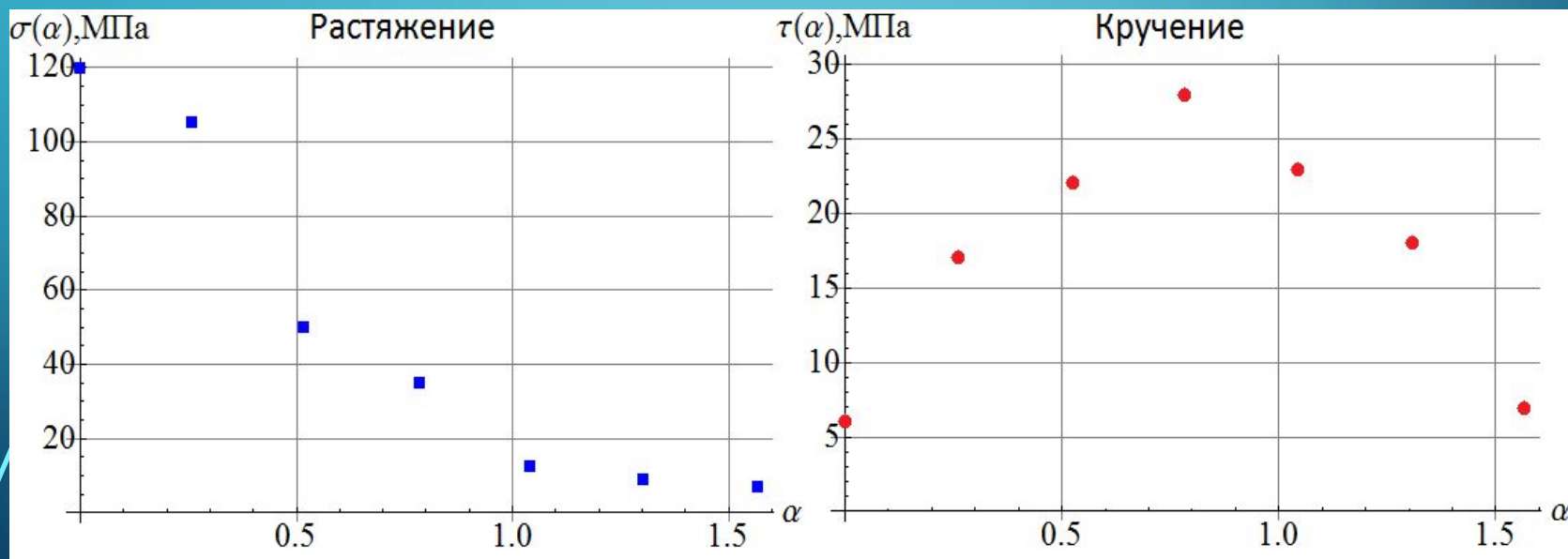


Рис.8. Экспериментальные данные в координатах  $\alpha - \sigma$  и  $\alpha - \tau$



Радиусы  
полуокружностей

$$C_1 = 15 \text{ МПа}, \quad C_2 = 14 \text{ МПа}.$$

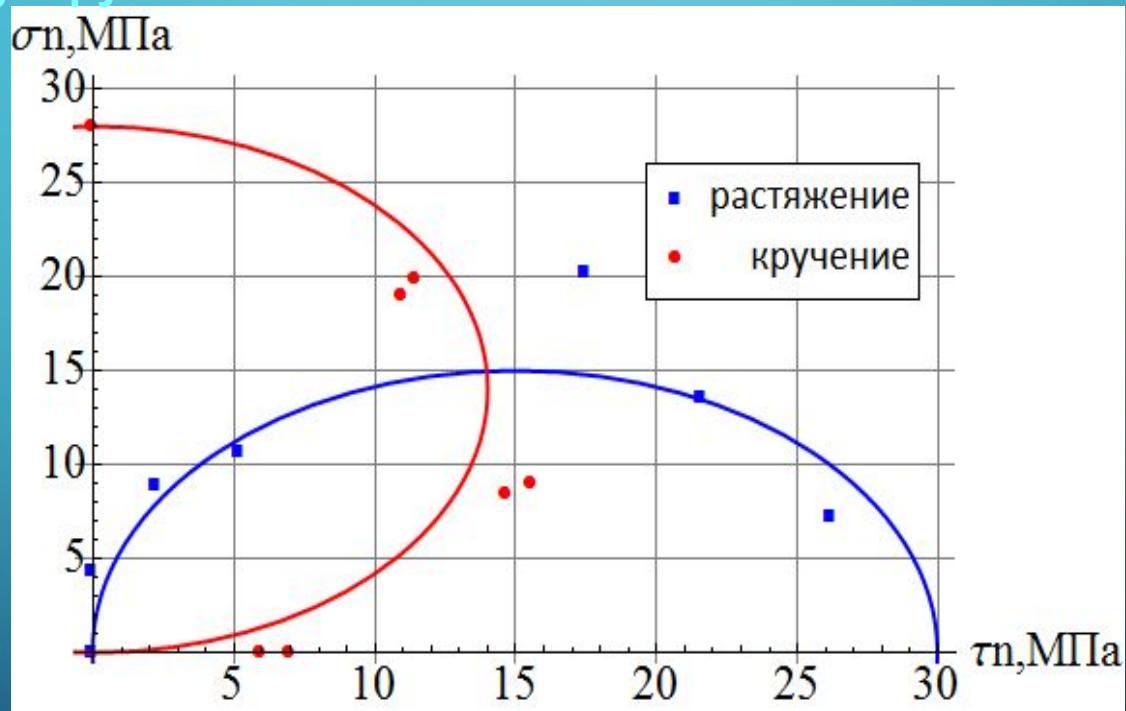


Рис.9. Экспериментальные данные в координатах  $\tau_n - \sigma_n$  и аппроксимация

1)  $\sigma(\alpha) = \sigma(45^\circ) \operatorname{ctg}(\alpha)$

2)  $\sigma(\alpha) = [\sigma(45^\circ) - \sigma(90^\circ)] \operatorname{ctg}(\alpha) + \sigma(90^\circ)$

1)  $\tau(\alpha) = \tau(45^\circ) \sin(2\alpha)$

2)  $\tau(\alpha) = [\tau(45^\circ) - \tau(90^\circ)] \sin(2\alpha) + \tau(90^\circ)$

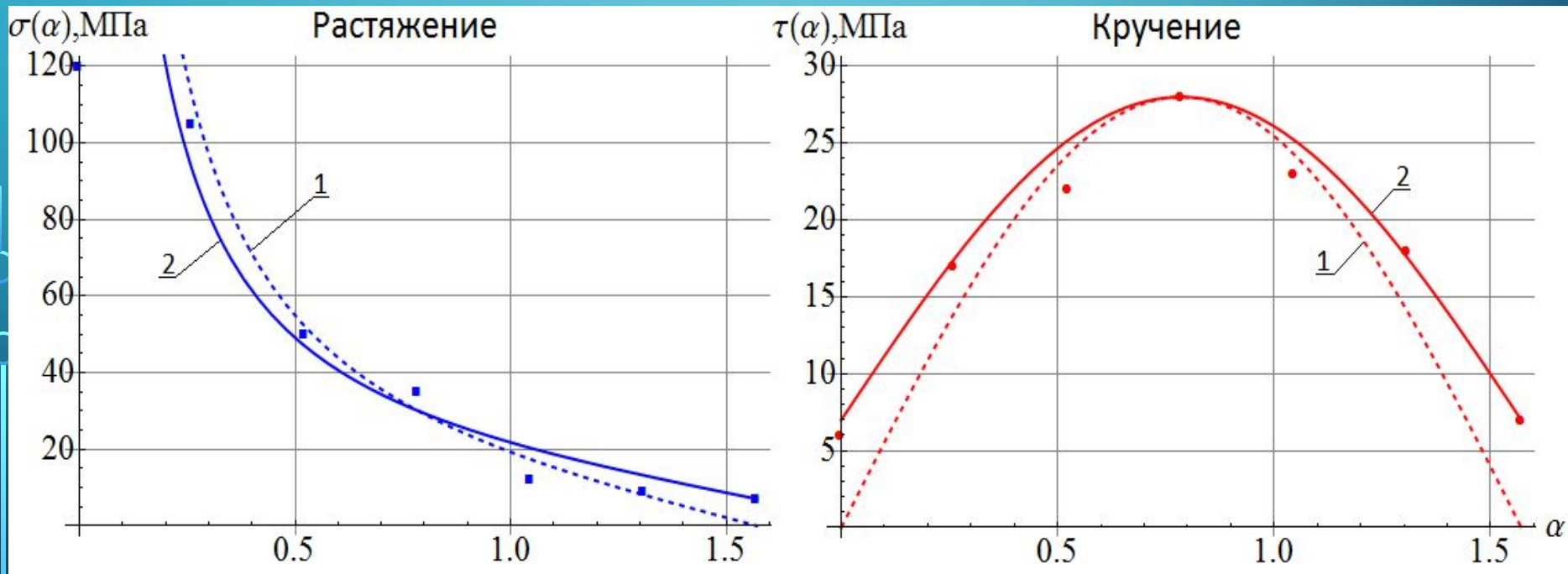


Рис.10. Экспериментальные данные в координатах  $\alpha - \sigma$  и  $\alpha - \tau$ , и аппроксимация

## Оценка точности аппроксимации

$$\delta = \frac{|\sigma - \sigma_{\text{теор}}|}{\sigma} \cdot 100\%,$$

### Эксперименты по растяжению

$\alpha$ , град	15	30	45	60	75	90
$\sigma$ , МПа	105	50	35	12	9	7
$\sigma_{\text{теор}}$ , МПа	92.837	46.837	30.000	20.279	13.163	7.000
$\delta$ , %	11.58	6.33	14.29	68.99	46.25	0.00

### Эксперименты по кручению

$\alpha$ , град	0	15	30	45	60	75	90
$\tau$ , МПа	6	17	22	28	23	18	7
$\tau_{\text{теор}}$ , МПа	7.000	17.500	25.187	28.000	25.187	17.500	7.000
$\delta$ , %	16.67	2.94	14.48	0.00	9.51	2.78	0.00